Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium

Chapter 13 पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
यदि एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 384 सेमी.2 है, तो घन के एक तल का क्षेत्रफल लिखिए।
हल:
(भुजा)^2 = घन के एक तल का क्षेत्रफल
= $\frac{384}{6}$ = 64 सेमी.^{2}

प्रश्न 2.
यदि एक बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 1760 सेमी. तथा त्रिज्या 14 सेमी. है, तो उसकी ऊँचाई लिखिए।
हल:
ऊंचाई = $\frac{1760}{2\pi\times14}$
= $\frac{1760\times7}{2\times22\times14}$ = 20 सेमी.

प्रश्न 3.
एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 6 सेमी. तथा ढालू ऊँचाई 28 सेमी. है। शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल लिखिए।
हल:
शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल
= $\pi rl = \pi \times 6 \times 28$
= $\frac{22}{7} \times 6 \times 28$ = 528 सेमी.

प्रश्न 4.
एक डिब्बे की लम्बाई उसकी चौड़ाई की दुगुनी है। यदि उसकी लम्बाई 16 सेमी. तथा ऊँचाई 6 सेमी. हो तो डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल लिखिए।
हल:
यहाँ लम्बाई = 16 सेमी.
अतः चौड़ाई = 8 सेमी.

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (16 × 8 + 8 × 6 + 16 × 6)
= 2 (128 + 48 + 96)
= 2 (272) = 544 सेमी.

प्रश्न 5.
एक घनाकार डिब्बे का आयतन 64 घन सेमी. है। डिब्बे की प्रत्येक कोर (भुजा) की नाप लिखिए।
हल:
भुजा = $\sqrt[3]{64}$ = $(4^3)^{1/3}$ = 4 सेमी.

प्रश्न 6.
पानी की एक टंकी की माप 1 मीटर × 80 सेमी. × 50 सेमी. है। टंकी कितने लीटर पानी से पूरी भर जाएगी?
हल:
टंकी का आयतन = $\frac{100\times80\times50}{1000}$
= 400 लीटर

प्रश्न 7.
एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 150 वर्ग मीटर है। उसकी कोर (भुजा) की लम्बाई लिखिए।
हल:
6 $(\text{भुजा})^2$ = 150
भुजा = $\sqrt{\frac{150}{6}}$ = 5 मीटर

प्रश्न 8.
किसी शंकु की ढालू (तिर्यक) लम्बाई 5 सेमी. तथा ऊँचाई 4 सेमी. है, तो उसका व्यास लिखिए।
हल:
= $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16}$
= √9 = 3
अतः व्यास = 2 × 3 = 6 सेमी.

प्रश्न 9.
एक बेलन का आयतन 108π सेमी. है। यदि उसकी ऊँचाई 12 सेमी. हो तो बेलन की त्रिज्या लिखिए।
हल:
$\pi r^2 h = 108\pi$
$r^2 = \frac{108\pi}{\pi\times12} = 9$
अतः r = 3 सेमी.

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 10.
एक बेलन का वक्रपृष्ठ 147 cm तथा त्रिज्या 7 सेमी. है तो ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
हल:
$2\pi rh = 14\pi$
अत: $rh = 7$ व
$h = \frac{7}{7} = 1$ सेमी.

प्रश्न 11.
एक शंक्वाकार ठोस की त्रिज्या 7 सेमी., ढालू लम्बाई 25 सेमी. तथा ऊँचाई 24 सेमी. है। ठोस का आयतन लिखिए।
हल:
आयतन = $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$
= 1232 घन सेमी.

प्रश्न 12.
एक शंकु का आयतन 132 घन मीटर है। यदि शंकु की ऊँचाई 14 मीटर हो तो शंकु की त्रिज्या लिखिए।
हल:
$r^2 = \frac{132 \times 7 \times 3}{22 \times 14}$
$r = \sqrt{3 \times 3} = 3$ मीटर

प्रश्न 13.
एक ठोस गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले का आयतन लिखिए। (उत्तर π में दीजिए।)
हल:

आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$
$= 36\pi$ घन सेमी.

प्रश्न 14.
एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 100π वर्ग मीटर है। उसकी त्रिज्या लिखिए।
हल:

$$\text{त्रिज्या} = \sqrt{\frac{\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{4\pi}}$$
$$= \sqrt{\frac{100\pi}{4\pi}}$$
$$= \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 15.
यदि दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 है, तो उनके आयतन का अनुपात लिखिये।
हल:
पहले गोले का आयतन
$V_1 = \frac{4}{3} r_1^3$

इसी तरह से दूसरे गोले का आयतन

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$V_1 : V_2 = 8 : 27$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
एक ढक्कनदार सन्दक 2 सेमी. मोटी लकड़ी का बना है। सन्दूक की बाहर से लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 94 सेमी., 64 सेमी. और 44 सेमी. है। सन्दूक के अन्दर का आयतन ज्ञात कीजिए।
हल:
सन्दूक की बाहरी लम्बाई = 94 सेमी.
सन्दूक की बाहरी चौड़ाई = 64 सेमी.
सन्दूक की बाहरी ऊँचाई = 44 सेमी.
सन्दूक की मोटाई = 2 सेमी.

https://www.evidyarthi.in/

∴ सन्दूक की आन्तरिक लम्बाई = (94 - 4)
= 90 सेमी.

∴ सन्दूक की आन्तरिक चौड़ाई = (64 - 4)
= 60 सेमी.

∴ सन्दूक की आन्तरिक ऊँचाई = (44 - 4)
= 40 सेमी.

सन्दूक के अन्दर का आयतन
= 90 × 60 × 40 घन सेमी.
= 216000 घन सेमी.

प्रश्न 2.
सीसे के एक घनाभ का माप 5 सेमी. × 10 सेमी. × 15 सेमी. है। इसे पिघलाकर 5 सेमी. भुजा के कितने घन बनाए जा सकते हैं ?
हल:
सीसे के एक धनाभ का माप
= 5 सेमी. × 10 सेमी. × 15 सेमी. घनाभ का आयतन होगा।
= 5 × 10 × 15 घन सेमी.
= 750

घन सेमी. घन की भुजा = 5 सेमी.
घन का आयतन = (भुजा) घन इकाई
= (5)3

घन सेमी. = 5 × 5 × 5 घन सेमी.
= 125 घन सेमी.

∴ 125 घन सेमी. से बनता है = 1 घन
1 घन सेमी. से बनेगा = 3 घन

∴ 750 घन सेमी. से बनेंगे = 5 × 750
= 6 घन

∴ 6 घन बनाए जा सकेंगे।

प्रश्न 3.
मैरी अपने क्रिसमस वृक्ष को सजाना चाहती है। वह इस वृक्ष को लकड़ी के एक घनाभाकार बॉक्स (box) पर रखना चाहती है, जिसे सान्ता क्लॉज के चित्र के साथ एक रंगीन कागज से ढका जाना है (देखिए आकृति)। उसका यह जानना आवश्यक है कि उसे कितना कागज खरीदना चाहिए। यदि दिये गये बॉक्स की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 80 cm, 40 cm और 20 cm है, .तो उसे 40 cm भुजा वाली कागज की कितनी वर्गाकार शीटों की

आवश्यकता होगी?
हल:
चूँकि मैरी बॉक्स के ऊपरी पृष्ठ को कागज से ढकना चाहती है, इसलिए इस कार्य के लिए आवश्यक कागज इस बॉक्स के पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर होगा, जो एक घनाभ के आकार का है।
बॉक्स की लम्बाई 80 cm, चौड़ाई 40 cm और ऊँचाई 20 cm है।
अतः बॉक्स का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)
= 2[(80 × 40) + (40 x× 20) + (20 × 80)] cm
= 2[3200 + 800 + 1600] cm
= 2 × 5600 cm^2
= 11200 cm^2

अब, प्रत्येक शीट का क्षेत्रफल
= 40 × 40 cm^2
= 1600 cm

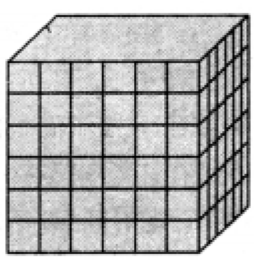
अतः वांछित शीटों की संख्या बॉक्स का पृष्ठीय क्षेत्रफल एक शीट का क्षेत्रफल

$$= \frac{\text{बॉक्स का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{एक शीट का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{11200}{1600} = 7$$

इसलिए मैरी को कागज की 7 शीटों की आवश्यकता है।

प्रश्न 4.
हमीद ने अपने घर के लिए, ढक्कन वाली एक घनाकार (cubical) पानी की टंकी बनवाई है, जिसका प्रत्येक बाहरी किनारा 1.5 m लम्बा है। वह इस टंकी के बाहरी पृष्ठ पर, तली को छोड़ते हुए, 25 cm भुजा वाली वर्गाकार टाइलें (tiles) लगवाता है (देखिए आकृति)। यदि टाइलों की लागत 360 रुपये प्रति दर्जन है, तो उसे टाइल लगवाने में कितना व्यय करना पड़ेगा?



हल:
हमीद पाँच बाहरी फलकों पर टाइलें लगवाता है। टाइलों की संख्या ज्ञात करने के लिए इन पाँचों फलकों का क्षेत्रफल ज्ञात करना आवश्यक है। अब, घनाकार टंकी का एक किनारा
= 1.5 m = 150 cm

अतः टंकी का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 5 × 150 × 150 cm

एक टाइल का क्षेत्रफल
= भुजा - भुजा = 25 × 25 cm

https://www.evidyarthi.in/

अतः टाइलों की वांछित संख्या

$$= \frac{\text{टंकी का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल का क्षेत्रफल}}$$

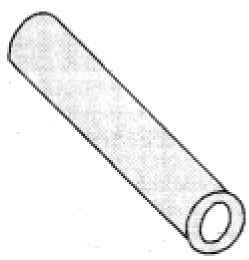
$$= \frac{5 \times 150 \times 150}{25 \times 25} = 180$$

अब 1 दर्जन, अर्थात् 12 टाइलों की लागत
= 360 रुपये

इसलिए, 1 टाइल की लागत
= $\frac{360}{12}$ रुपये = 30 रुपये

अतः 180 टाइलों की लागत = 180 × 30 रुपये
= 5400 रुपये

प्रश्न 5.
सावित्री को अपने विज्ञान के प्रोजेक्ट के लिए एक बेलनाकार केलिडोस्कोप (kaleidoscope) का मॉडल बनाना था। वह इस केलिडोस्कोप की वक्र पृष्ठ बनाने के लिए चार्ट कागज (chart paper) का प्रयोग करना चाहती थी (देखिए आकृति)। यदि वह 25 cm लम्बाई और 3.5 cm त्रिज्या का केलिडोस्कोप बनाना चाहती है, तो उसे चार्ट कागज के कितने क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी? (r = 22 लीजिए)



हल:
बेलनाकार केलिडोस्कोप की त्रिज्या
(r) = 3.5 cm

केलिडोस्कोप की ऊँचाई (लम्बाई)
(h) = 25 cm

अतः आवश्यक चार्ट कागज का क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh.
= 2 × $\frac{22}{7}$ × 3.5 × 25 cm
= 550 cm

प्रश्न 6.
एक खुले मैदान में 10 m लम्बी एक दीवार का निर्माण किया जाना था। दीवार की ऊँचाई 4m है और उसकी मोटाई 24 cm है। यदि इस दीवार को 24 cm x 12 cm x 8 cm विमाओं वाली ईंटों से बनाया जाना है, तो इसके लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?
हल:

चूँकि दीवार द्वारा घेरा गया स्थान सभी ईंटों द्वारा घेरे गये स्थान के बराबर होगा, इसलिए आइए दीवार का आयतन ज्ञात करें, जो एक घनाभ है।
यहाँ लम्बाई = 10 m = 1000 cm,
मोटाई = 24 cm और ऊँचाई = 4 m = 400 cm

अतः दीवार का आयतन.
= लम्बाई × मोटाई × ऊँचाई
= 1000 × 24 × 400 cm

अब प्रत्येक ईंट विमाओं 24 cm × 12 cm × 8 cm का एक घनाभ है।
इसलिए, एक ईंट का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
= 24 × 12 × 8 cms

अत: वांछित ईंटों की संख्या

$$= \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{एक ईंट का आयतन}}$$

$$= \frac{1000 \times 24 \times 400}{24 \times 12 \times 8} = 4166.6$$

इसलिए, दीवार बनाने में 4167 ईंटें लगेंगी।

प्रश्न 7.
एक शंकु के आधार की त्रिज्या 7 सेमी. तथा ऊँचाई 24 सेमी. है। शंकु का वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए।
हल:
शंकु का वक्रपृष्ठ = πrl
यहाँ r = 7 सेमी. व h = 24 सेमी. है।

$$l = \sqrt{r^2 - h^2}$$

$$l = \sqrt{7^2 + 24^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576}$$

$$= \sqrt{625}$$

$$= 25 \text{ सेमी.}$$

$$\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$= 22 \times 25$$

$$= 550 \text{ सेमी.}^2$$

प्रश्न 8.
एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 12 सेमी. तथा आधार की त्रिज्या 3.5 सेमी. है। उसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

https://www.evidyarthi.in/

हल:
शंकु की ऊँचाई l = 12 सेमी.
शंकु की त्रिज्या r = 3.5 सेमी.

शंकु की तिरछी ऊँचाई l = $\sqrt{r^2 + h^2}$
= $\sqrt{(3.5)^2 + (12)^2}$
= $\sqrt{12.25 + 144}$
= $\sqrt{156.25}$
l = 12.5 सेमी.

शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = πrl
= $\frac{22}{7}$ × 3.5 × 12.5 सेमी.^{2}
= 11 × 12.5 सेमी.^{2}
= 137.5 सेमी.^{2}

प्रश्न 9.
एक शंकु का आयतन 308 सेमी.' और ऊँचाई 6 सेमी. है। उसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
हल:
शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}$πr^{2}h = 308 सेमी^{3}
⇒ r^2 = $\frac{308\times3}{\pi\times h}$
⇒ r^2 = $\frac{308\times3\times7}{22\times6}$
r^2 = 49
r = $\sqrt{49}$
शंकु के आधार की त्रिज्या = 7 सेमी.

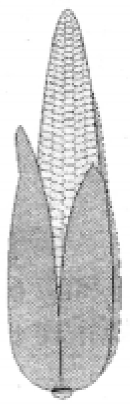
प्रश्न 10.
शंकु, अर्द्ध गोला और एक बेलन समान वृत्ताकार आधार और समान ऊँचाई के हैं। इनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
हल:
एक शंकु, एक अर्द्ध गोला और एक बेलन एक ही आधार और ऊँचाई पर बने हैं।
∴ आधार तथा ऊँचाई को x मानने पर
एक शंकु का आयतन होगा = $\frac{1}{3}$πr^{2}h
= $\frac{1}{3}$πx^3

एक अर्द्ध गोले का आयतन होगा = $\frac{2}{3}$πr^3
= $\frac{2}{3}$πr^3

एक बेलन का आयतन होगा = πr^{2}h = πx^3

तीनों के आयतन का अनुपात होगा
= शंकु : अर्द्ध गोला : बेलन
= $\frac{1}{3}\pi x^3$: $\frac{2}{3}\pi r^3$: πx^3
= $\pi x^3(\frac{1}{3}$: $\frac{2}{3}$: 3)
अतः तीनों के आयतन का क्रमशः अनुपात होगा 1 : 2 : 3

प्रश्न 11.
एक भुट्टा कुछ-कुछ शंकु जैसे आकार का है (देखिए आकृति) जिसके सबसे चौड़े सिरे की त्रिज्या 2.1 cm है और इसकी लम्बाई (ऊँचाई) 20 cm है। यदि भुट्टे के प्रत्येक 1 cm^2 पृष्ठ पर औसतन चार दाने हों, तो ज्ञात कीजिए कि पूरे भुट्टे पर कुल कितने दाने होंगे?



हल:
चूँकि भुट्टे के दाने उसके वक्र पृष्ठ पर ही होते हैं, इसलिए हमें दानों की संख्या ज्ञात करने के लिए भुट्टे के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल को ज्ञात करना होगा। यहाँ हमें शंकु की ऊँचाई दी है। इसलिए, हमें पहले शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात करनी पड़ेगी।
अब l = $\sqrt{r^2+h^2} = \sqrt{(2.1)^2+20^2}$ cm
= $\sqrt{404.41}$ cm = 20.11 cm

अतः भुट्टे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl
= $\frac{22}{7}$ × 2.1 × 20.11 cm
= 132.726 cm^2
= 132.73 cm^2 (लगभग)
अत: 1 cm^2 क्षेत्रफल पर दानों की संख्या = 4

इसलिए, पूरे भुट्टे पर कुल दानों की संख्या
= 132.73x4
= 530.92 = 531 (लगभग)
अतः इस भुट्टे पर लगभग 531 दाने होंगे।

प्रश्न 12.
यदि एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 सेमी. है, तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

https://www.evidyarthi.in/

हल:
माना कि गोले की त्रिज्या r है। अत:
गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$ = 616
या $4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$
या $r^2 = \frac{616\times7}{4\times22}$
या $r^2 = 49$
या r = 7 सेमी.

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$
= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$ सेमी.^{3}
= 1437.33 सेमी.^{3}

प्रश्न 13.
सर्कस का एक मोटर साइकिल सवार जिस खोखले गोले के अन्दर अपने करतब (खेल) दिखाता है, उसका व्यास 7 m है। मोटर साइकिल सवार के पास ये करतब दिखाने के लिये कितना क्षेत्रफल उपलब्ध है?
हल:
गोले का व्यास = 7 m है।
इसलिए इसकी त्रिज्या = $\frac{7}{2}$ = 3.5 मी.
अब करतब दिखाने के लिए मोटर साइकिल सवार को उपलब्ध स्थान इस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।
अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
= $4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$
= $4 \times 22 \times 0.5 \times 3.5$
= 154 m^2