

Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium

Chapter 15 प्रायिकता

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है। दोनों बार चित आने की प्रायिकता लिखिए।

$$\text{उत्तर} = \frac{1}{4}$$

प्रश्न 2.

एक पासे के उछाल में 3 से छोटा अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

एक पासा फेंकने पर 1 से 6 तक कोई भी अंक आ सकता है। अतः कुल निःशेष स्थितियाँ 6 होंगी। यहाँ पर घटना 3 से छोटा अंक आना है। स्पष्ट है कि पासे की फेंक में 1 या 2 अंक आना है अर्थात् अनुकूल स्थितियाँ 2 होंगी।

$$\text{अतः प्रायिकता (P)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

प्रश्न 3.

एक लीप वर्ष में केवल 52 मंगलवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{प्रायिकता (P)} = \frac{5}{7}$$

प्रश्न 4.

एक पासे के फेंकने पर सम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{अनुकूल स्थितियाँ (2, 4, 6)} = 3$$

$$\text{कुल स्थितियाँ} = 6$$

$$\therefore \text{प्रायिकता (P)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

प्रश्न 5.

एक ताश की गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है। इसके इक्का होने की प्रायिकता ज्ञात करो।

हल:

$$\text{ताश की गड्डी में कुल पत्तों की संख्या} = 52$$

$$\text{ताश की गड्डी में इक्कों की संख्या} = 4$$

$$\therefore \text{इक्का होने की प्रायिकता} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

प्रश्न 6.

एक सिक्के को 1000 बार उछालने पर निम्नलिखित बारम्बारताएँ प्राप्त होती हैं।

चित: 455, पट : 545

प्रत्येक घटना की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

चित आने की प्रायिकता

$$P(E) = \frac{\text{चितों के आने की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}} \\ = \frac{455}{1000} = 0.455$$

इसी प्रकार, पट आने की प्रायिकता

$$P(E) = \frac{\text{पटों के आने की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}} \\ = \frac{545}{1000} = 0.545$$

लघूत्तरात्मक एवं निबन्धात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक टेलीफोन निर्देशिका के एक पृष्ठ पर 200 टेलीफोन नम्बर हैं। उनके इकाई स्थान वाले अंक का बारम्बारता बंटन (उदाहरण के लिए संख्या 25828573 में इकाई के स्थान पर अंक 3 है) सारणी में दिया गया है।

अंक	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
बारम्बारता	22	26	22	22	20	10	14	28	16	20

पृष्ठ को देखे बिना, इन संख्याओं में से किसी एक संख्या पर अपनी पेंसिल रख दीजिए, अर्थात् संख्या को यदृच्छया चुना गया है। इकाई के स्थान पर अंक 6 के होने की प्रायिकता क्या होगी?

हल:

इकाई के स्थान पर अंक 6 के होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{6 की बारम्बारता}}{\text{चुने गए टेलीफोन नम्बरों की कुल संख्या}} \\ = \frac{14}{200} = 0.07$$

इसी प्रकार, आप उन संख्याओं के आने की प्रायिकता प्राप्त कर सकते हैं जिनमें इकाई के स्थान पर कोई अन्य अंक हो।

प्रश्न 2.

एक मौसम केन्द्र के रिकार्ड को देखने से पता चलता है कि पिछले 250 क्रमागत दिनों में किए गए मौसम पूर्वानुमानों में से 175 बार उसके पूर्वानुमान सही रहे हैं।

(i) एक दिए हुए दिन पर पूर्वानुमान के सही होने की प्रायिकता क्या होगी?

(ii) दिए हुए दिन पर पूर्वानुमान के सही न होने की प्रायिकता क्या होगी?

हल:

दिनों की कुल संख्या जिनके रिकार्ड उपलब्ध हैं = 250

(i) P(दिए हुए दिन पर पूर्वानुमान सही था)

$$= \frac{\text{उन दिनों की संख्या जिस दिन का पूर्वानुमान सही था}}{\text{उन दिनों की कुल संख्या जिनके रिकार्ड उपलब्ध हैं}}$$

$$= \frac{175}{250} = 0.7$$

(ii) उन दिनों की संख्या जिस दिन का पूर्वानुमान सही नहीं था

$$= 250 - 175 = 75$$

अतः, P(दिए हुए दिन पर पूर्वानुमान सही नहीं था)

$$= \frac{75}{250} = 0.3$$

ध्यान दीजिए कि-

P(दिए हुए दिन का पूर्वानुमान सही था) + P(दिए हुए दिन का पूर्वानुमान सही नहीं था)

$$= 0.7 + 0.3 = 1$$

प्रश्न 3.

एक विद्यार्थी द्वारा मासिक यूनिट परीक्षा में प्राप्त किए गए अंकों का प्रतिशत नीचे दिया गया है

यूनिट परीक्षा	I	II	III	IV	V
प्राप्त अंकों का प्रतिशत	69	71	73	68	74

इन आँकड़ों के आधार पर इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक यूनिट परीक्षा में वह विद्यार्थी 70% से अधिक अंक प्राप्त करता है।

हल:

ली गई यूनिट परीक्षाओं की कुल संख्या 5 है।

उन यूनिट परीक्षाओं की संख्या, जिनमें विद्यार्थी 70% से अधिक अंक प्राप्त करता है, 3 है।

अतः P(70% से अधिक अंक प्राप्त करना)

$$= \frac{3}{5} = 0.6$$

प्रश्न 4.

बीजों के 5 थैलों में से प्रत्येक थैले से पचास बीज यदृच्छया चुनकर उन्हें ऐसी मानकीकृत अवस्थाओं में रखा गया जो अंकुरण के अनुकूल हैं। 20 दिन बाद प्रत्येक संग्रह में अंकुरित हुए बीजों की संख्या गिन कर नीचे दर्शाए अनुसार एक सारणी में लिखी गई।

थैला	1	2	3	4	5
अंकुरित बीजों की संख्या	40	48	42	39	41

निम्नलिखित बीजों के अंकुरण की प्रायिकता क्या है?

(i) एक थैले में 40 से अधिक बीज

(ii) एक थैले में 49 बीज

(iii) एक थैले में 35 से अधिक बीज।

हल:

थैलों की कुल संख्या 5 है।

(i) उन थैलों की संख्या, जिनमें 50 बीजों में से 40 से अधिक बीज अंकुरित हुए हैं, 3 है।

$$\text{अतः, } P(\text{एक थैले में 40 से अधिक बीजों का अंकुरण}) = \frac{3}{5} = 0.6$$

(ii) उन थैलों की संख्या जिनमें 49 बीज अंकुरित हुए हैं, 0 है। अतः, $P(\text{एक थैले के 49 बीजों का अंकुरण}) = \frac{0}{5} = 0$

(iii) उन थैलों की संख्या, जिनमें 35 से अधिक बीज अंकुरित हुए हैं, 5 है।
अतः, अपेक्षित प्रायिकता = $\frac{5}{5} = 1$

प्रश्न 5.

बारम्बारता बंटन सारणी (अध्याय 14 के उदाहरण 4 की सारणी 14.3) लीजिए जिसमें एक कक्षा के 38 विद्यार्थियों के भार दिए गए हैं।

(i) इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जिसमें कक्षा के एक विद्यार्थी का भार (kg में) अन्तराल 46-50 स्थित हो।

(ii) इस सन्दर्भ में ऐसी दो घटनाएँ बताइए जिनमें एक की प्रायिकता 0 हो और दूसरी की प्रायिकता 1 हो।

हल:

(i) विद्यार्थियों की कुल संख्या 38 है और 40-45 kg के भार वाले विद्यार्थियों की संख्या 3 है। अतः, $P(\text{विद्यार्थी का भार 46-50 kg है})$

$$= \frac{3}{38} = 0.079$$

(ii) उदाहरण के लिए वह घटना लीजिए जिसमें विद्यार्थी का भार 30 kg है। क्योंकि किसी भी विद्यार्थी का भार 30 kg नहीं है, इसलिए इस घटना के घटने की प्रायिकता 0 होगी। इसी प्रकार, एक विद्यार्थी का 30 kg से अधिक भार होने की प्रायिकता $\frac{38}{38} = 1$ है।

प्रश्न 6.

टायर बनाने वाली एक कम्पनी तय की गई उन दूरियों का एक रिकार्ड रखती थी, जिसके पहले टायर को बदल देने की आवश्यकता पड़ी। सारणी में 1000 स्थितियों के परिणाम दिखाए गए हैं।

दूरी (km में)	4000 से कम	4000 से 9000 तक	9001 से 14000 तक	14000 से अधिक
बारम्बारता	20	210	325	445

यदि आप इस कम्पनी से एक टायर खरीदते हैं, तो इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि

(i) 4000 km की दूरी तय करने से पहले ही इसे बदलना आवश्यक होगा?

(ii) यह 9000 km से भी अधिक दूरी तक चलेगा?

(iii) 4000 km और 14000 km के बीच की कोई दूरी तय करने के बाद इसे बदलना आवश्यक होगा?

हल:

अभिप्रयोगों की कुल संख्या = 1000

(i) उस टायर की बारम्बारता, जिसे 4000 km की दूरी तय करने से पहले बदलना आवश्यक हो, 20 है।

अतः, $P(\text{4000 km की दूरी तय करने से पहले टायर बदलना आवश्यक हो})$

$$= \frac{20}{1000} = 0.02$$

(ii) उस टायर की बारम्बारता जो 9000 km से भी अधिक दूरी तय करेगा

$$= 325 + 445 = 770$$

अतः, $P(\text{टायर 9000 km से भी अधिक दूरी तक चलेगा}) = \frac{770}{1000} = 0.77$

(iii) उस टायर की बारम्बारता जिसे 4000 km और 14000 km के बीच की कोई दूरी तय कर लेने के बाद बदलना आवश्यक होगा = 210 + 325 = 535

अतः, P(4000 km और 14000 km के बीच की कोई दूरी तय करने के बाद टायर को बदलना आवश्यक हो) = $\frac{535}{1000} = 0.535$

प्रश्न 7.

एक पासे को 1000 बार फेंकने पर प्राप्त परिणामों 1, 2, 3, 4, 5 और 6 की बारम्बारताएँ सारणी में दी गई हैं

परिणाम	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	179	150	157	149	175	190

प्रत्येक परिणाम के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

मान लीजिए E_1 , परिणाम के प्राप्त होने की घटना को प्रकट करता है, जहाँ $1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ है। तब, परिणाम 1 की प्रायिकता = $P(E_1)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 \text{ की बारम्बारता}}{\text{पासा फेंकने की कुल संख्या}} \\ &= \frac{179}{1000} = 0.179 \end{aligned}$$

$$\text{इसी प्रकार, } P(E_2) = \frac{150}{1000} = 0.15,$$

$$P(E_3) = \frac{157}{1000} = 0.157,$$

$$P(E_4) = \frac{149}{1000} = 0.149,$$

$$P(E_5) = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{ और}$$

$$P(E_6) = \frac{190}{1000} = 0.19 \text{ है।}$$

ध्यान दीजिए कि $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + P(E_4) + P(E_5) + P(E_6) = 1$ है।

साथ ही, यह भी देखिए कि

(i) प्रत्येक घटना की प्रायिकता 0 और 1 के बीच होती है।

(ii) सभी प्रायिकताओं का योगफल 1 होता है।

(iii) E_1, E_2, \dots, E_6 में एक अभिप्रयोग के सभी सम्भव परिणाम आ जाते हैं।

प्रश्न 8.

एक बीमा कम्पनी ने आयु और दुर्घटनाओं के बीच के सम्बन्ध को ज्ञात करने के लिए एक विशेष नगर के 2000 ड्राइवरों का यदृच्छया चयन किया (किसी ड्राइवर को कोई विशेष वरीयता दिए बिना)। प्राप्त किए गए आँकड़ों नीचे सारणी में दिए गए हैं

डाइवरों की आयु (वर्षों में)	एक वर्ष में घटी दुर्घटनाएँ				
	0	1	2	3	3 से अधिक
18-29	440	160	110	61	35
30-50	505	125	60	22	18
50 से अधिक	360	45	35	15	9

नगर से यह च्छया चुने गए एक डाइवर के लिए निम्नलिखित घटनाओं की प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए

- (i) 18-29 वर्ष की आयु का जिसके साथ एक वर्ष में ठीक-ठीक 3 दुर्घटनाएँ घटी हैं।
(ii) 30-35 वर्ष की आयु का जिसके साथ एक वर्ष में एक या अधिक दुर्घटनाएँ घटी हैं।
(iii) जिसके साथ एक वर्ष में कोई दुर्घटना नहीं घटी।

हल:

डाइवरों की कुल संख्या = 2000

(i) उन डाइवरों की संख्या, जिनकी आय 18-29 वर्ष है और जिनके साथ एक वर्ष में ठीक-ठीक तीन दुर्घटनाएँ घटी हैं, 61 है।

अतः, P(डाइवर 18-29 वर्ष का हो जिसके साथ ठीक-ठीक तीन दुर्घटनाएँ घटीं)

$$= \frac{61}{2000}$$

$$= 0.0305 \approx 0.031$$

(ii) उन डाइवरों की संख्या, जिनकी आयु 30-50 | वर्ष है और जिनके साथ एक वर्ष में एक या अधिक दुर्घटनाएँ घटी हैं, 125 + 60 + 22 + 18, अर्थात् 225 है।

अतः, P(डाइवर 30-50 वर्ष का हो और जिसके साथ एक या अधिक दुर्घटनाएँ घटी हैं)

$$= \frac{225}{2000} = 0.1125 = 0.113$$

(iii) उन डाइवरों की संख्या जिनके साथ एक वर्ष में कोई दुर्घटना नहीं घटी

$$= 440 + 505 + 360 = 1305$$

$$\text{अतः, } P(\text{डाइवर जिनके साथ कोई दुर्घटना नहीं घटी}) = \frac{1305}{2000} = 0.653$$

प्रश्न 9.

एक पासे को फेंकने पर 4 से बड़ा अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

एक पासे को फेंकने पर 6 प्रकार के अंक आने की सम्भावना रहती है। अतः घटना की निःशेष स्थितियाँ = 6

प्रदत्त घटना के लिए 4 से बड़े अंक 5 व 6 होंगे जिनके आने की अनुकूल स्थितियाँ = 2

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता } (P) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

प्रश्न 10.

एक अलीप वर्ष में केवल 52 रविवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

अलीप वर्ष में दिनों की संख्या = 365

$$\therefore \text{सप्ताहों की संख्या} = \frac{365}{7}$$

= 52 सप्ताह तथा 1 दिन शेष यहाँ 52 सप्ताह का अर्थ है कि अलीप वर्ष में 52 रविवार तो होंगे ही। अब 1 शेष दिन निम्न में से कोई भी हो सकता है-रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार

इनकी कुल स्थितियाँ = 1

∴ निःशेष स्थितियाँ = 7

अब 52 रविवार तो अलीप वर्ष में होते ही हैं। इसलिए शेष 1 दिन रविवार न होकर अन्य दिवस होना चाहिए।

अतः अनुकूल स्थितियाँ = 6

∴ अलीप वर्ष में 52 रविवार आने की प्रायिकता

$$(P) = \frac{6}{7}$$