

Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium

Chapter 7 त्रिभुज

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण का मान लिखिए।

हल:

प्रत्येक कोण $\frac{180}{3} = 60^\circ$ होगा।

प्रश्न 2.

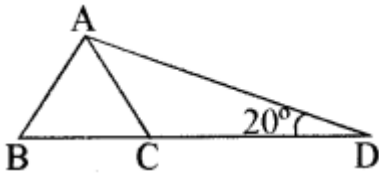
किसी त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण कैसे होते हैं ?

हल:

बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

प्रश्न 3.

चित्र के अनुसार $\triangle ABC$ में $AB = AC$; $CD = CA$ एवं $\angle ADC = 20^\circ$ हो, तो $\angle ABC$ का मान ज्ञात कीजिए।



हल:

$\triangle ABC$ में

$AB = AC$ अतः $\angle B = \angle C$ होगा

इसी प्रकार $\triangle ACD$ में

$CD = CA$ अतः $\angle A = \angle D$

अतः $\triangle ACD$ में

$$\angle C = 180^\circ - 2 \times 20 = 140^\circ$$

$\triangle ABC$ में

$$\angle C = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

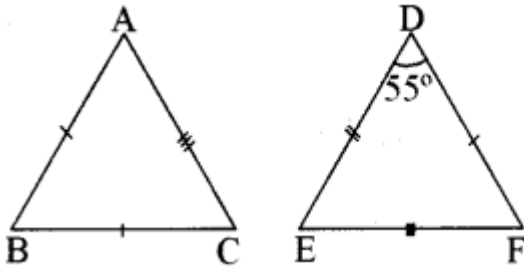
अतः $\angle ABC = 40^\circ$ होगा।

प्रश्न 4.

$\triangle ABC$ एवं $\triangle DEF$ में यदि $AB = DE$, $BC = DE$, $AC = EF$ एवं $\angle D = 55^\circ$ हो, तो $\angle B$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ $\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ में



$$AB = DF$$

$$BC = DE$$

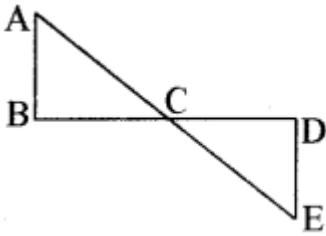
$$AC = EF$$

$$\text{अतः } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

$$\text{अतः } \angle D = \angle B = 55^\circ \text{ होगा।}$$

प्रश्न 5.

चित्र में $\angle B = \angle D = 90^\circ$ हैं, तथा $BC = CD$ हो, तो क्या $AB = DE$ है? क्यों?



हल:

$\triangle ABC$ व $\triangle CDE$ में।

$$\angle B = \angle D = 90^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$BC = CD \text{ भुजा के (दिया है)}$$

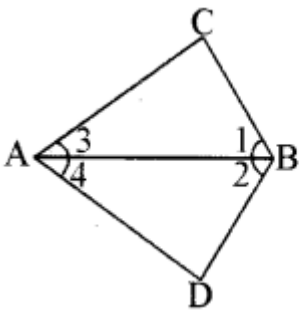
$$\angle BCA = \angle DCE \text{ (सम्मुख कोण)}$$

$$\text{अतः } \triangle ABC \cong \triangle CDE \text{ के (ASA नियम से)}$$

$$\text{अतः } AB = DE \text{ होगा}$$

प्रश्न 6.

दिए गए चित्र में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 3 = \angle 4$ तो बराबर भुजाएँ कौन-कौनसी हैं?

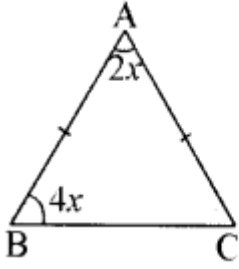


हल:

$$AC = AD \text{ तथा } BC = BD \text{ होंगी।}$$

प्रश्न 7.

नीचे दी गई आकृति में $AB = AC$ तो $\angle C$ का मान अंशों में लिखिए।



हल:

$$4x + 2x + 4x = 180$$

$$10x = 180$$

$$\text{या } x = \frac{180}{10} = 18^\circ$$

$$\text{अतः } \angle C = 4 \times 18 = 72^\circ$$

प्रश्न 8.

यदि $\triangle ABC$ में $AB = AC$ हो तथा $\angle A < 60^\circ$ हो, तो भुजा BC एवं AC में सम्बन्ध लिखिए।

हल:

यहाँ $\triangle ABC$ में $AB = AC$

$$\therefore \angle C = \angle B$$

तथा $\angle A < 60^\circ$

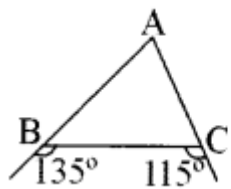
$\therefore \angle B$ व $\angle C$ बराबर और 60° से बड़े कोण होंगे

$\therefore BC$ के सामने का $\angle A < 60^\circ$ और AC के सामने का $\angle B > 60^\circ$

अतः $BC < AC$

प्रश्न 9.

दिये गये चित्र में भुजा AB एवं AC में संबंध लिखिए।



हल:

चित्रानुसार बहिष्कोण B = 135°

(AB भुजा को बढ़ाने पर बनने वाला कोण)

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

तथा C बिन्दु पर बहिष्कोण = 115°

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

यहाँ $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ व $\angle A = 70^\circ$

अर्थात् $\angle ACB > \angle ABC$

या $AB > AC$.

(कोणों की सम्मुख भुजाएँ)

प्रश्न 10.

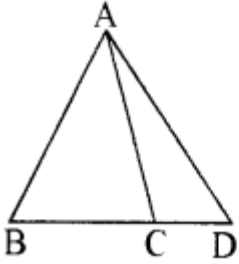
किसी त्रिभुज ABC में $\angle A > \angle B$ एवं $\angle B > \angle C$ हो, तो सबसे छोटी भुजा होगी

हल:

यहाँ $\angle C$ सबसे छोटा है अतः इसके सामने की भुजा AB सबसे छोटी होगी।

प्रश्न 11.

चित्र में यदि $AB = AC$ हो, तो भुजा AB एवं AD में सम्बन्ध लिखिए।



हल:

$\triangle ABC$ में $\angle C$ बहिष्कोण है

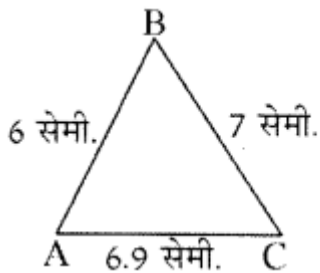
जो $\angle B + \angle BAC$ के समान है।

अतः $\angle ACD > \angle B$ or $\angle A$

अतः भुजा $AD > AB$

प्रश्न 12.

दिये गये चित्र में $AB = 6$ सेमी., $BC = 7$ सेमी. तथा $AC = 6.9$ सेमी. हों तो लिखिए



(i) त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण

(ii) त्रिभुज का सबसे छोटा कोण।

उत्तर:

(i) त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण = $\angle CAB$

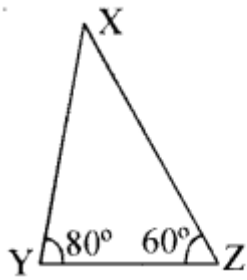
(ii) त्रिभुज का सबसे छोटा कोण = $\angle ACB$

प्रश्न 13.

दिए गए चित्र में $\angle Y = 80^\circ$ तथा $\angle Z = 60^\circ$ हो तो लिखिए

(i) त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा।

(ii) त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा।

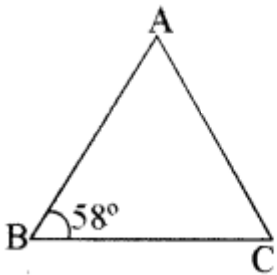


उत्तर:

- (i) सबसे बड़ी भुजा XZ
- (ii) सबसे छोटी भुजा YZ

प्रश्न 14.

चित्र में $AB = AC$ एवं $\angle B = 58^\circ$ हो तो $\angle A$ का मान ज्ञात कीजिए
हल:



ΔABC में $AB = AC$ अतः

$\angle B = \angle C$ होगा।

Δ के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

अतः $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle A + 58^\circ + 58^\circ = 180^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 116$

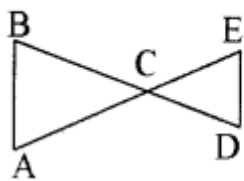
$= 64^\circ$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

चित्र में $\angle B > \angle A$ एवं $\angle D > \angle E$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$AE > BD$.



हल:

ΔABC में $\angle B > \angle A$ है

अतः भुजा $AC > BC$ (i)

इसी प्रकार ΔCED में।

$$\angle D > \angle E$$

अतः भुजा $CE > DC$ (ii)

समीकरण (i) व (ii) से

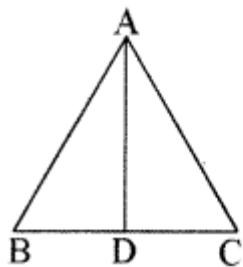
$$AC + CE > BC + DC$$

$$\text{या } AE > BD$$

प्रश्न 2.

किसी त्रिभुज ABC में $AB > AC$ एवं भुजा BC पर कोई बिन्दु D हो, तो सिद्ध कीजिए

$$AB > AD.$$



हल:

यहाँ $AB > AC$ दिया है

अब $\triangle ABD$ में $\angle ADB$, $\triangle ADC$ के $\angle D$ का बहिष्कोण है।

$$\text{अतः } \angle ADB > \angle C$$

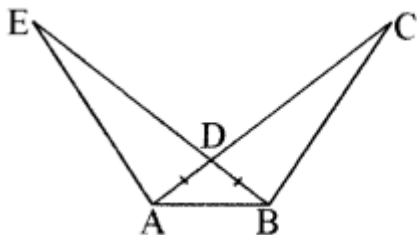
$$\text{या } \angle ADB > \angle B < \angle C$$

$$\because \angle B < \angle C \text{ इस प्रकार } \triangle ABD \text{ में } \angle ADB > \angle B$$

$$\text{अतः भुजा } AB > AD$$

प्रश्न 3.

चित्र में $AD = BD$ एवं $\angle C = \angle E$ हो, तो सिद्ध कीजिए $BC = AE$



हल:

$\triangle ABE$ तथा $\triangle ABC$ में

$$\angle E = \angle C \text{ दिया है।}$$

$$\angle ABE = \angle CAB \text{ के}$$

$$(\because AD = BD \text{ अतः } \triangle ABD \text{ में } \angle A = \angle B)$$

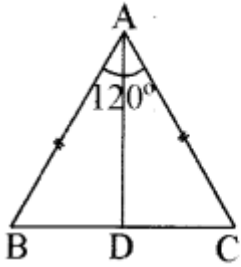
AB भुजा उभयनिष्ठ है।

$$\text{अतः } \triangle ABE \cong \triangle ABC$$

$$\text{अतः } BC = AE \text{ होगा।}$$

प्रश्न 4.

यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC की माधिका AD हो तथा $\angle A = 120^\circ$ एवं $AB = AC$ हो, तो $\angle ADB$ का मान ज्ञात कीजिए।



हल:

$$AB = AC$$

$$\text{अतः } \angle B = \angle C$$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\text{अतः } \angle B = \angle C = 30^\circ$$

$$\angle ADB = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ)$$

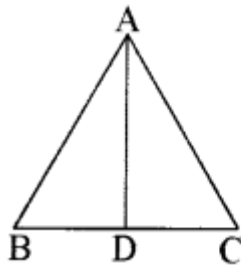
$$\angle ADB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

प्रश्न 5.

यदि त्रिभुज के किसी कोण का समद्विभाजक सम्मुख भुजा को भी समद्विभाजित करता है, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

हल:

यहाँ $\triangle ABC$ में $\angle A$ का समद्विभाजक AD भुजा BC को समद्विभाजित करता है



$$\text{अतः } BD = CD$$

$$\triangle ABD \text{ व } \triangle ADC \text{ में}$$

$$\angle BAD = \angle DAC \text{ (दिया हुआ है।)}$$

$$\text{भुजा } BD = CD \text{ (दिया हुआ है।)}$$

AD उभयनिष्ठ है अतः

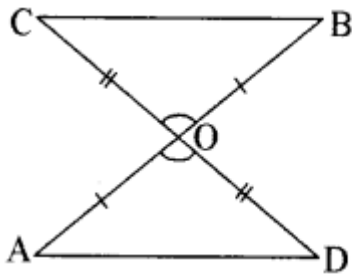
$$\triangle ABD \cong \triangle ADC \text{ a}$$

$$\text{अतः } AB = AC$$

अतः यह समद्विबाहु D होगा।

प्रश्न 6.

दी गई आकृति में $OA = OB$ और $OD = OC$ है। दर्शाइए कि



(i) $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ और.

(ii) $AD \parallel BC$ है।

हल:

(i) $\triangle AOD$ और $\triangle BOC$ में,

$OA = OB$
 $OD = OC$ } दिया गया है

साथ ही, $\therefore \angle AOD$ और $\angle BOC$ शीर्षाभिमुख कोणों का एक युग्म है, अतः

$$\angle AOD = \angle BOC$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$$

(SAS सर्वांगसमता नियम से)

(ii) सर्वांगसम त्रिभुजों AOD और BOC में, अन्य संगत भाग भी बराबर होंगे।

अतः $\angle OAD = \angle OBC$ है परन्तु ये रेखाखण्डों AD और BC के लिए एकान्तर कोणों का एक युग्म बनाते हैं।

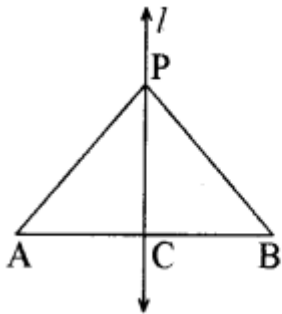
अतः $AD \parallel BC$ है।

प्रश्न 7.

AB एक रेखाखण्ड है और रेखा l इसका लम्ब समद्विभाजक है। यदि l पर स्थित P कोई बिन्दु है, तो दर्शाइए कि P बिन्दुओं A और B से समदूरस्थ (equidistant) है।

हल:

$l \perp AB$ है और AB के मध्य बिन्दु C से होकर जाती है जैसा आकृति में दिखाया गया है। यहाँ पर हमको सिद्ध करना होगा कि $PA = PB$ है। इसके लिए $\triangle PCA$ और $\triangle PCB$ पर हम विचार करेंगे।



$$AC = BC$$

(C , AB का मध्य बिन्दु है)

$$\angle PCA = \angle PCB = 90^\circ \text{ दिया है}$$

$$PC = PC \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

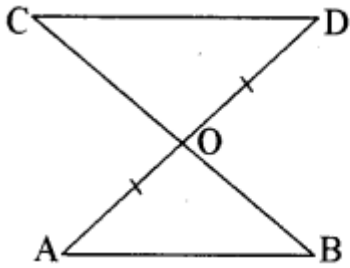
अतः $\triangle PCA \cong \triangle PCB$ (SAS नियम)

$$\therefore PA = PB.$$

(सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजायें)

प्रश्न 8.

रेखाखण्ड AB एक अन्य रेखाखण्ड CD के समान्तर है और O रेखाखण्ड AD का मध्य बिन्दु है। (आकृति में देखिये) सिद्ध कीजिए कि



(i) $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

(ii) O रेखाखण्ड BC का भी मध्य-बिन्दु है।

हल:

(i) हम यहाँ पर $\triangle AOB$ और $\triangle DOC$ पर विचार करेंगे

$$\angle ABO = \angle DCO$$

(एकान्तर कोण और तिर्यक रेखा BC के साथ $AB \parallel CD$)

$$\angle AOB = \angle DOC \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$OA = OD \text{ दिया है।}$$

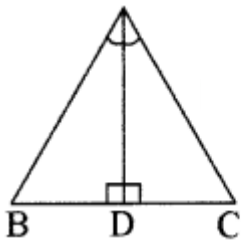
अतः $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (AAS नियम)

(ii) $OB = OC$ (CPCT)

अर्थात् O रेखाखण्ड BC का भी मध्य-बिन्दु है।

प्रश्न 9.

$\triangle ABC$ में, $\angle A$ का समद्विभाजक AD भुजा BC पर लम्ब है (देखिये आकृति) दर्शाइए कि $AB = AC$ है और $\triangle ABC$ समद्विबाहु है।



हल:

$\triangle ABD$ और $\triangle ACD$ में

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ (दिया है)}$$

$$AD = AD \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \text{ (दिया है)}$$

अतः $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA नियम)

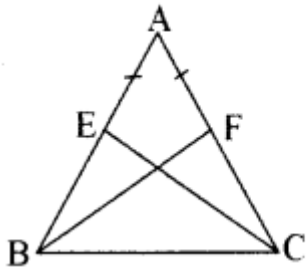
$$\therefore AB = AC \text{ (CPCT)}$$

इसी कारण $\triangle ABC$ समद्विबाहु है।

प्रश्न 10.

E और F क्रमशः त्रिभुज ABC की बराबर भुजाओं AB तथा AC के मध्य-बिन्दु हैं। (देखिये आकृति) दर्शाइए कि $BF =$

CE है।



हल:

$\triangle ABF$ और $\triangle ACE$ में,

$AB = AC$ (दिया है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

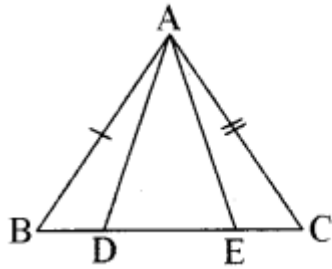
$AF = AE$ (बराबर भुजाओं के आधे)

अतः $\triangle ABF \cong \triangle ACE$ (SAS नियम)

$\therefore BF = CE$ (CPCT)

प्रश्न 11.

एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC जिसमें $AB = AC$ है, की भुजा BC पर दो बिन्दु D और E इस प्रकार हैं कि $BE = CD$ है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $AD = AE$ है।



हल:

$\triangle ABD$ और $\triangle ACE$ में,

$AB = AC$ (दिया है)(1)

$\angle B = \angle C$ (2)

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण)

साथ ही, $BE = CD$ (दिया है)

इसलिए, $BE - DE = CD - DE$

अर्थात्, $BD = CE$ (3)

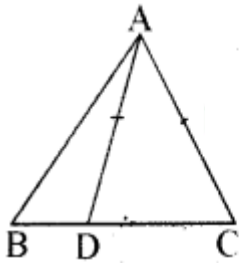
अतः, $\triangle ABD \cong \triangle ACE$

[(1), (2), (3) और SAS नियम द्वारा]

इससे प्राप्त होता है- $AD = AE$ (CPCT)

प्रश्न 12.

$\triangle ABC$ की भुजा BC पर D एक ऐसा बिन्दु है कि $AD = AC$ है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $AB > AD$ है।



हल:

ΔDAC में,

$AD = AC$ (दिया है)

इसलिए, $\angle ADC = \angle ACD$

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण)

अब, $\angle ADC$ त्रिभुज ABD का एक बहिष्कोण है।

इसलिए, $\angle ADC > \angle ABD$

या, $\angle ACD > \angle ABD$

या, $\angle ACB > \angle ABC$

अतः, $AB > AC$

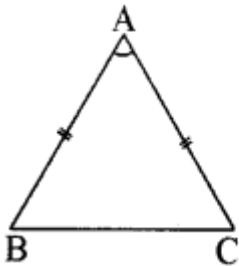
(ΔABC में बड़े कोण की सम्मुख भुजा)

या, $AB > AD$ ($AD = AC$)

प्रश्न 13.

ABC एक त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$,

(i) यदि $\angle A < 60^\circ$ तो सिद्ध कीजिए कि $BC < AB$. (ii) यदि $\angle A > 60^\circ$ तो सिद्ध कीजिए कि $BC > AB$



हल:

(i) ΔABC में $AB = AC$

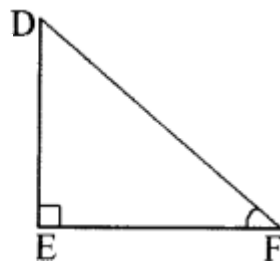
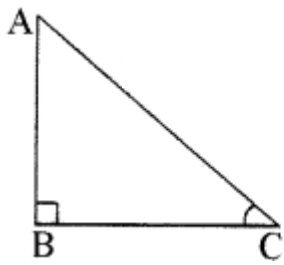
अतः $\angle B = \angle C$ होगा यदि

$\angle A < 60^\circ$ तो $\angle B$ व $\angle C$ का मान $\angle A$ से अधिक होगा अतः $BC < AB$ (ii) यदि $\angle A > 60^\circ$ तो $\angle C$ व $\angle B$ का मान $\angle A$ से कम होगा।

अतः $BC > AB$

प्रश्न 14.

दो समकोण त्रिभुजों में एक त्रिभुज की एक भुजा और एक न्यून कोण दूसरे त्रिभुज की एक भुजा तथा संगत न्यूनकोण के बराबर है। सिद्ध कीजिए कि दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं।



हल:

माना कि दो समकोण त्रिभुज ABC और DEF हैं जिनमें $\angle B$ तथा E पर समकोण है, भुजा $AB = DE$ तथा $\angle C = \angle F$ है।

अब हमें सिद्ध करना है कि $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

अब $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ से

$\angle B = \angle E$ [प्रत्येक कोण 90°]

$\angle C \cong \angle F$ (दिया है)

$AB = DE$ (दिया है)

अतः $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

[सर्वांगसमता के AAS नियम के अनुसार]

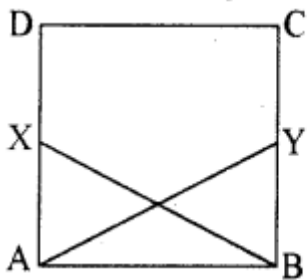
अतः दिये गए दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं।

प्रश्न 15.

ABCD एक वर्ग है। भुजाओं AD और BC पर क्रमशः X और Y ऐसे बिन्दु हैं कि $AY = BX$ तो सिद्ध कीजिए कि $BY = AX$ और $\angle BAY = \angle ABX$.

हल:

प्रश्नानुसार हमें दिया गया है कि वर्ग की भुजाओं AD और BC पर क्रमशः बिन्दु X और Y इस प्रकार हैं कि $AY = BX$. हम जानते हैं कि किसी भी वर्ग की आसन्न भुजाएँ परस्पर लम्बवत् होती हैं।



$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$

समकोण $\triangle ABY$ तथा $\triangle BAX$ में

$\angle A = \angle B = 90^\circ$ (दिया है)

$AY = BX$ (दिया है)

$AB = AB$ (उभयनिष्ठ भुजा)

अतः $\triangle ABY \cong \triangle BAX$

(सर्वांगसमता के RHS नियम के अनुसार)

$\Rightarrow BY = AX$

तथा $\angle BAY = \angle ABX$

(क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग हैं।)