

Chapter 9 Matha Important Questions Hindi Medium

Chapter 8 चतुर्भुज

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

किसी चतुर्भुज के तीन कोण क्रमशः 120° , 70° और 60° के हों तो चौथा कोण लिखिए।

हल:

$$360^\circ - (120^\circ + 70^\circ + 60^\circ) = 110^\circ$$

प्रश्न 2.

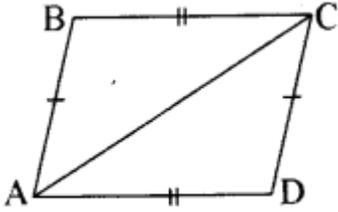
किसी चतुर्भुज में दो कोणों का योग 180° तथा तीसरा कोण 60° का है तो शेष कोण का मान क्या होगा?

हल:

$$360^\circ - (180^\circ + 60^\circ) = 120^\circ$$

प्रश्न 3.

दिये गये चित्र में $BC = AD$ तथा $AB = CD$ हो तो $\angle ABC$ और $\angle ADC$ बराबर होंगे, क्यों?

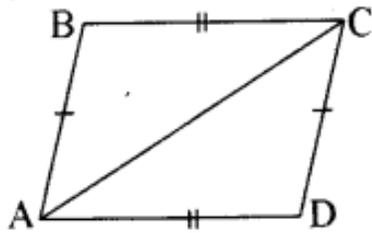


हल:

ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। इसलिए सम्मुख कोण बराबर होंगे।

प्रश्न 3.

दिये गये चित्र में $BC = AD$ तथा $AB = CD$ हो तो $\angle ABC$ और $\angle ADC$ बराबर होंगे, क्यों?



हल:

ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। इसलिए सम्मुख कोण बराबर होंगे।

प्रश्न 4.

यदि एक समान्तर चतुर्भुज ABCD में $\angle A = \angle B + 60^\circ$ हो, तो $\angle A$ व $\angle B$ के मान लिखिए।

हल:

(i) $\angle A = 120^\circ$

(ii) $\angle B = 60^\circ$

प्रश्न 5.

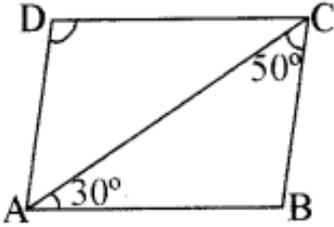
समान्तर चतुर्भुज ABCD में $\angle A$ तथा $\angle B$ के अर्द्धक परस्पर बिन्दु O पर काटते हैं तो $\angle AOB$ का मान बताओ।

हल:

समान्तर चतुर्भुज के अर्द्धक परस्पर समकोण पर काटते हैं अतः $\angle AOB = 90^\circ$ होगा।

प्रश्न 6.

समान्तर चतुर्भुज ABCD में AC विकर्ण है। यदि $\angle CAB = 30^\circ$ तथा $\angle ACB = 50^\circ$ हो तो $\angle ADC$ का माप लिखिए।



हल:

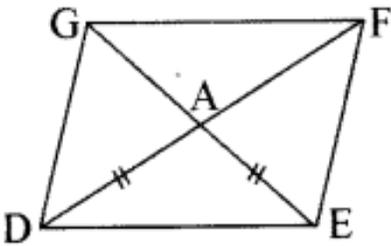
$$\angle B = \angle D$$

$$\therefore \angle B = 180 - 80 = 100$$

$$\text{अतः } \angle D = 100^\circ$$

प्रश्न 7.

चित्रानुसार समान्तर चतुर्भुज DEFG में $DF = 6.4$ सेमी. तथा $GE = 4.2$ सेमी. है। $(AD + AE)$ का माप लिखिए।



हल:

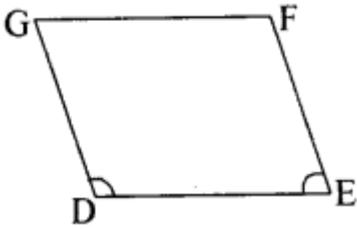
$$AD = \frac{1}{2} DF = \frac{1}{2} \times 6.4 = 3.2 \text{ सेमी.}$$

$$AE = \frac{1}{2} GE = \frac{1}{2} \times 4.2 = 2.1 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अतः } AD + AE = 5.3 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 8.

दिये गये चित्र में $\angle GDE + \angle DEF = 180^\circ$, इस स्थिति में कौनसी रेखाएँ समान्तर होंगी?



हल:

$$GD \parallel EF.$$

प्रश्न 9.

यदि एक आयत की आसन्न भुजाएँ समान हों तो आकृति कहलाती है

हल:

वर्ग।

प्रश्न 10.

आयत, समान्तर चतुर्भुज, वर्ग, समचतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज में से किन में "विकर्ण उन कोणों के अर्द्धक होते हैं जिनमें से होकर वे गुजरते हैं?" उनके नाम लिखो।

हल:

वर्ग समचतुर्भुज।

प्रश्न 11.

किसी आयत ABCD के विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेदित करते हैं। यदि $\angle BOC = 40^\circ$ हो तो $\angle OAD$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\angle OAD = 45^\circ$$

प्रश्न 12.

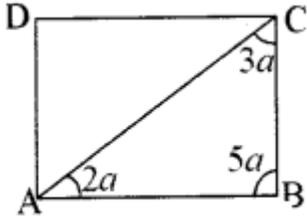
समान्तर चतुर्भुज ABCD में यदि $\angle D = 115^\circ$ हो तो $\angle A$ तथा $\angle B$ ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\angle A = 65^\circ \text{ तथा } \angle B = 115^\circ$$

प्रश्न 13.

संलग्न आकृति में $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ तथा $\angle D$ का मान ज्ञात कीजिए।

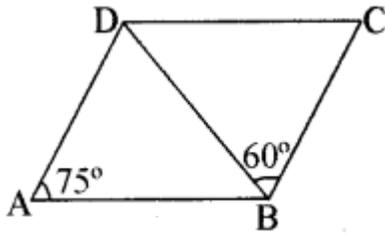


हल:

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

प्रश्न 14.

संलग्न समान्तर चतुर्भुजाकार आकृति में $\angle DAB = 75^\circ$ और $\angle DBC = 60^\circ$ है, तो $\angle CDB$ और $\angle ADB$ का मान ज्ञात कीजिए।



हल:

$$\angle CDB = 45^\circ \text{ तथा } \angle ADB = 60^\circ$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

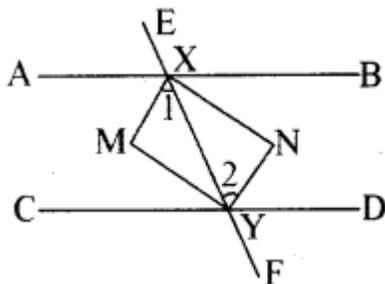
प्रश्न 1.

AB और CD दो समान्तर रेखाएँ हैं। एक तिर्यक रेखा EF, AB को X पर तथा CD को Y पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि अन्तःकोणों के समद्विभाजक एक समान्तर चतुर्भुज बनाते हैं जिसका प्रत्येक कोण समकोण है।

हल:

दिया है - AB व CD समान्तर रेखाएँ हैं तथा EF तिर्यक रेखा है।

रचना - अन्तःकोण के समद्विभाजक को MN पर मिलाया।



उपपत्ति - $AB \parallel CD$ अतः

$$\angle AXY = \angle XYD$$

$\therefore XM$ $\angle AXY$ और YN $\angle XYD$ का समद्विभाजक है।

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

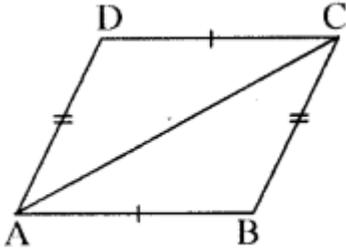
अतः $XM \parallel YN$ इसी प्रकार $MY \parallel XN$

$\therefore XM$ तथा XN दो सम्पूरक आसन्न कोणों के समद्विभाजक हैं।

$\therefore \angle MXN =$ एक समकोण है तथा $MXNY$ एक समान्तर चतुर्भुज या आयत है।

प्रश्न 2.

यदि एक चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं का प्रत्येक युग्म बराबर हो, तो वह एक समान्तर चतुर्भुज होता है।



हल:

मान लिया चतुर्भुज ABCD की भुजायें AB तथा CD बराबर हैं और साथ ही $AD = BC$ है। जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। विकर्ण AC को खींचिये।

स्पष्ट है $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ होगा।

अतः $\angle BAC = \angle CDA$

और $\angle BCA = \angle DAC$

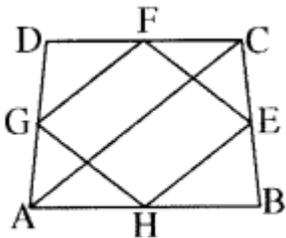
अतः हम कह सकते हैं कि ABCD एक समान्तर चतुर्भुज होगा।

हमने यह देखा कि एक समान्तर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का प्रत्येक युग्म बराबर होता है और विलोमतः यदि किसी चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का प्रत्येक युग्म बराबर हो तो वह एक समान्तर चतुर्भुज होता है।

प्रश्न 3.

नीचे के चित्र में ABCD कोई चतुर्भुज है। H, E, F और G क्रमशः AB, BC, CD और DA के मध्य-बिन्दु हैं। क्या BEFG एक समान्तर चतुर्भुज है, क्यों?

[संकेत-GF \parallel AC और $GF = \frac{1}{2}AC$ क्यों? HE \parallel AC और $HE = \frac{1}{2}AC$ क्यों? GF \parallel HE और $GF = HE$]



हल:

उपपत्ति - $\triangle ABC$ में H, E क्रमशः AB तथा BC के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा है।

$HE = \frac{1}{2}AC$ तथा $HE \parallel AC$ (i)

$\triangle DAC$ में G, F क्रमशः AD तथा CD के मध्य-बिन्दु हैं।

$\therefore GF = \frac{1}{2}AC$ तथा $GF \parallel AC$ (ii)

(i) व (ii) से

HE = GE तथा HE \parallel GF

चतुर्भुज HEFG एक समान्तर चतुर्भुज है।

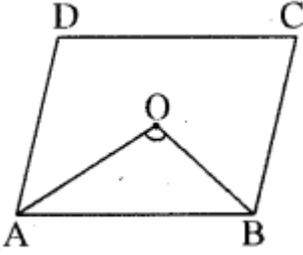
(इति सिद्धम्)

प्रश्न 4.

एक समान्तर चतुर्भुज ABCD के $\angle A$ और $\angle B$ के समद्विभाजक O पर प्रतिच्छेद करते हैं। $\angle AOB$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

दिया गया है - ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।



अतः $\angle A + \angle B = 180^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 90^\circ \dots(1)$$

ΔABO में

$$\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle O = 180^\circ$$

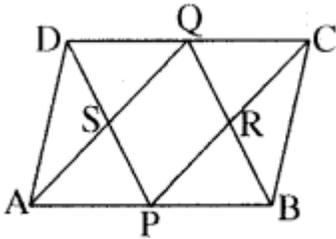
$$20 = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$$

समीकरण (1) से मान रखने पर

$$\angle O = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

प्रश्न 5.

दिये गये चित्र में, ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। P और Q क्रमशः सम्मुख भुजाओं AB और CD के मध्य-बिन्दु हैं। सिद्ध कीजिए कि PRQS एक समान्तर चतुर्भुज है।



हल:

दिया हुआ है-ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। जहाँ P, AB का तथा Q, DC का मध्यबिन्दु है।

सिद्ध करना है-PRQS एक समान्तर चतुर्भुज है। चतुर्भुज APCQ में,

$$AP = PB \text{ तथा } DQ = QC$$

$$\therefore DC = AB \text{ तथा } DC \parallel AB$$

$$\therefore AP = QC \text{ एवं } AP \parallel QC$$

इसी प्रकार

$PR \parallel SQ$

एवं $PR = SQ \dots(1)$

चतुर्भुज $PBQD$ में,

$PB = DQ$ तथा $PB \parallel DQ$

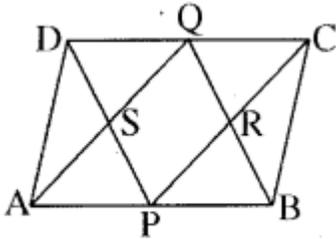
$QB = DP$ तथा $QB \parallel DP$

अतः $QR = SP$ एवं $QR \parallel SP \dots(2)$

समीकरण (1) तथा (2) से, $PRQS$ एक समान्तर चतुर्भुज होगा। (यही सिद्ध करना था)

प्रश्न 6.

$ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसमें P और Q क्रमशः सम्मुख भुजाओं AB और CD के मध्य-बिन्दु हैं। यदि AQ , DP को S पर प्रतिच्छेद करे और BQ , CP को R पर प्रतिच्छेद करे, तो दर्शाइए कि



(i) $APCQ$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

(ii) $DPBQ$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

(iii) $PSQR$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

हल:

(i) चतुर्भुज $APCQ$ में,

$AP \parallel QC$ (चूँकि $AB \parallel CD$) $\dots(1)$

$AP = \frac{1}{2}AB$. $CQ = \frac{1}{2}CD$ (दिया है)

साथ ही, $AB = CD$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

इसलिए, $AP = QC \dots(2)$

अतः $APCQ$ एक समान्तर चतुर्भुज है। [(1) और (2) से]

(ii) इसी प्रकार, $DPBQ$ एक समान्तर चतुर्भुज क्योंकि $DQ \parallel PB$ और $DQ = PB$ है।

(iii) चतुर्भुज $PSQR$ में, $SP \parallel QR$ (SP , DP का एक भाग है और QR , QB का एक भाग है) इसी प्रकार, $SQ \parallel PR$ है।

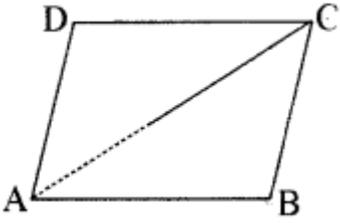
अतः $PSQR$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

प्रश्न 7.

सिद्ध करो कि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

हल:

दिया है - एक समान्तर चतुर्भुज $ABCD$



सिद्ध करना है- $AB = CD$ तथा
 $AD = BC$

रचना - समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण A तथा C को मिलाया।

उपपत्ति - चित्रानुसार $AB \parallel DC$ तथा AC एक तिर्यक रेखा इन्हें काटती है।
 $\angle DCA = \angle BAC$ (एकान्तर कोण)

पुनः $AD \parallel BC$ तथा AC एक तिर्यक रेखा इन्हें काटती है।
 $\therefore \angle DAC = \angle BCA$ (एकान्तर कोण)

अब $\triangle ABC$ तथा $\triangle ADC$ में
 $\angle BAC = \angle DCA$

तथा $AC = AC$ (दोनों में उभयनिष्ठ)
 $\angle BCA = \angle DAC$

अतः $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
(सर्वांगसमता के नियम ASA के अनुसार)

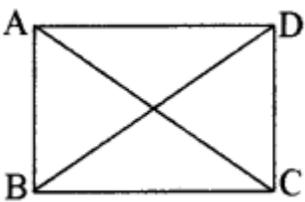
अतः $AB = CD$ तथा $AD = BC$ (क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग हैं) (इति सिद्धम्)

प्रश्न 8.

सिद्ध करो कि किसी आयत के विकर्ण समान लम्बाई के होते हैं।

हल:

दिया है-चित्रानुसार एक आयत ABCD है, जिसमें AC तथा BD इसके विकर्ण हैं।



सिद्ध करना है - $AC = BD$

उपपत्ति - चूँकि ABCD एक आयत है

अतः ABCD एक ऐसा समान्तर चतुर्भुज है जिसका एक कोण समकोण है। अब मान लिया कि

$\angle A = 90^\circ$ (i)

साथ ही $\angle A + \angle B = 180^\circ$ [ये क्रमागत अंतःकोण हैं क्योंकि $AD \parallel BC$](ii)

$\angle A = \angle B = 90^\circ$

अब $\triangle ACD$ तथा $\triangle ABC$ में
 $AB = AB$ (उभयनिष्ठ भुजा)
 $\angle A = \angle B$ (प्रत्येक समकोण)
 $AD = BC$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

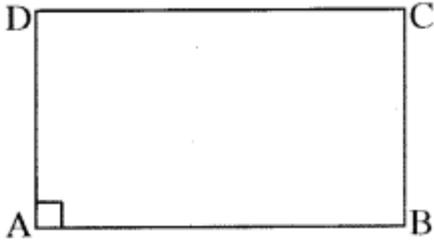
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BAC$ (सर्वांगसमता के नियम SAS के अनुसार)
अतः $BD = AC$ (क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ हैं।) (इति सिद्धम्)

प्रश्न 9.

दर्शाइए कि एक आयत का प्रत्येक कोण एक समकोण होता है।

हल:

मान लिया कि ABCD एक आयत है जिसमें $\angle A = 90^\circ$ है।



हमें यहाँ पर सिद्ध करना है कि $\angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ है।

आकृति में $AD \parallel BC$ और AB एक तिर्यक रेखा

अब

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ (\because तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तःकोण) लेकिन $\angle A = 90^\circ$ है।

$$\angle B = 180^\circ - \angle A$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\angle C = \angle A$ और $\angle D = \angle B$ (समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$\angle C = 90^\circ \text{ और } \angle D = 90^\circ$$

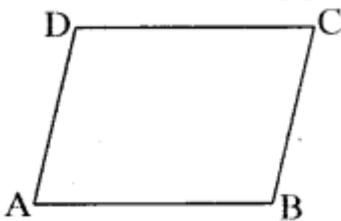
अतः आयत का प्रत्येक कोण 90° है।

प्रश्न 10.

सिद्ध करो कि समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

हल:

दिया है- एक समान्तर चतुर्भुज ABCD



सिद्ध करना है - $\angle A = \angle C$ तथा

$\angle B = \angle D$ उपपत्ति-चित्रानुसार AB तथा DC समान्तर रेखाएँ हैं

तथा AD इनको प्रतिच्छेद करती है।

$$\angle A + \angle D = 180^\circ \dots(i) \text{ (क्रमागत अंतःकोण)}$$

पुनः $\because AD \parallel BC$ तथा DC इनको प्रतिच्छेदित करती है।

$$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ \dots(ii) \text{ (क्रमागत अंतःकोण)}$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\angle A + \angle D = \angle D + \angle C \text{ या}$$

$\angle A = \angle C$ इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि

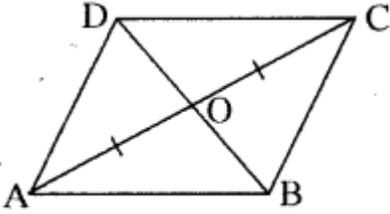
$$\angle B = \angle C \text{ (इति सिद्धम्)}$$

प्रश्न 11.

दर्शाइए कि एक समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लम्ब होते हैं।

हल:

दी गई आकृति में ABCD एक समचतुर्भुज



$$\therefore AB = BC = CD = DA$$

अब $\triangle AOD$ और $\triangle COD$ में

$OA = OC$ (समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।)

$OD = OD$ (उभयनिष्ठ)

$AD = CD$ (दिया है)

अतः $\triangle AOD \cong \triangle COD$ (Sss सर्वांगसमता नियम से)

$$\therefore \angle AOD = \angle COD \text{ (CPCT)}$$

परन्तु $\angle AOD + \angle COD = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$$\therefore 2\angle AOD = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle AOD = 90^\circ$$

अतः समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लम्ब हैं।