

CBSE Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium Chapter 10 – हीरोन का सूत्र

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

यदि a, b, c त्रिभुज की भुजाएँ हैं तो त्रिभुज का अर्द्ध-परिमाप लिखिए।

हल:

$$\text{अर्द्ध-परिमाप} = \frac{a+b+c}{2}$$

प्रश्न 2.

यदि किसी त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 3 m, 4 m तथा 5 m हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$$

$$= \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= \sqrt{36} = 6 \text{ m}^2$$

प्रश्न 3.

एक समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिये, जिसका क्षेत्रफल $16\sqrt{3} \text{ cm}$ है।

हल:

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow 16\sqrt{3} = 3 \times (\text{भुजा})$$

$$16 \times 4 = (\text{भुजा})$$

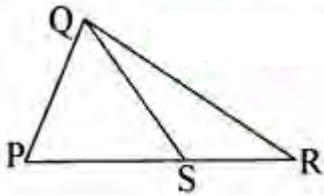
$$\therefore \text{भुजा} = \sqrt{64}$$

$$= 8 \text{ cm}$$

अतः समबाहु Δ की भुजा की लम्बाई = 8 cm

प्रश्न 4.

संलग्न चित्र में भुजा PS तथा SR का अनुपात 3 : 2 है। यदि ΔPQR का क्षेत्रफल 40 cm- हो, तो ΔQSR का क्षेत्रफल बताइए।



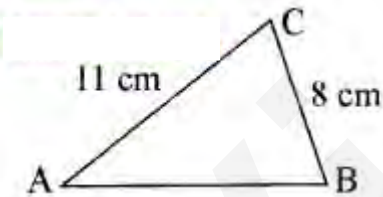
हल:

$$16 \text{ cm}^2$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जिसकी दो भुजायें 8 cm और 11 cm हैं और जिसका परिमाप 32 cm (देखिये आकृति) है।



हल:

दिया गया है

त्रिभुज का परिमाप = 32 cm

$a = 8 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$ है।

$$\therefore \text{तीसरी भुजा } C = 32 - (8 + 11)$$

$$= 32 - 19 = 13 \text{ cm}$$

$$\text{अब } 2s = 32 \text{ है } \therefore s = 16 \text{ cm}$$

$$s - a = (16 - 8) = 8 \text{ cm}$$

$$s - b = (16 - 11) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$s - C = (16 - 13) \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल

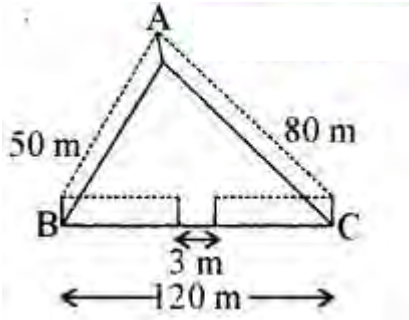
$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{16 \times 8 \times 5 \times 3}$$

$$= 8\sqrt{30} \text{ cm}^2$$

प्रश्न 2.

एक त्रिभुजाकार पार्क ABC की भुजायें 120 m, 80 m और 50 m हैं (देखिये आकृति)। एक मालिन धनिया को इसके चारों ओर एक बाड़ लगानी है और इसके अन्दर घास उगानी है। उसे कितने क्षेत्रफल में घास उगानी है? एक ओर 3 m चौड़े एक फाटक के लिये स्थान छोड़ते हुए इसके चारों ओर 20 रु. प्रति मीटर की दर से काँटेदार बाड़ लगाने का व्यय भी ज्ञात कीजिये।



हल:

$$2s = 50 \text{ m} + 80 \text{ m} + 120 \text{ m}$$

$$= 250 \text{ m}$$

$$\text{अर्थात् } s = 125 \text{ m}$$

$$\therefore s - a = 125 - 120 = 5 \text{ m}$$

$$s - b = 125 - 80 = 45 \text{ m}$$

$$s - c = 125 - 50 = 75 \text{ m}$$

अतः घास उगाने के लिए क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{125 \times 5 \times 45 \times 75}$$

$$= 375\sqrt{15} \text{ m}^2$$

$$\text{पार्क का परिमाण} = AB + BC + CA = 250 \text{ m}$$

अतः बाड़ लगाने के लिए आवश्यक तार की लम्बाई

$$= 250 \text{ m} - 3 \text{ m (फाटक के लिये)}$$

$$= 247 \text{ m}$$

$$\therefore \text{बाड़ लगाने का व्यय} = 20 \times 247$$

$$= 4940 \text{ रु.}$$

प्रश्न 3.

निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

(i) समबाहु त्रिभुज जिसका परिमाण 60 सेमी. है।

(ii) समद्विबाहु त्रिभुज जिसकी समान भुजा 8 सेमी. तथा तीसरी भुजा 4 सेमी. हो।

(iii) समकोण त्रिभुज जिसकी समकोण बनाने वाली भुजाओं की माप क्रमशः 20 सेमी. एवं 15 सेमी. है।

हल:

(i) यदि समबाहु त्रिभुज की भुजा a हो तो

$$\text{परिमाप} = 3a$$

$$3a = 60$$

$$a = \frac{60}{3} = 20 \text{ सेमी.}$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$= \frac{(20)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{20 \times 20 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$= 5 \times 20 \times \sqrt{3}$$

$$= 100\sqrt{3} \text{ वर्ग सेमी.}$$

(ii) माना कि a = 8 सेमी., b = 4 सेमी.

अतः समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{b}{4} \times \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{4}{4} \times \sqrt{4(8)^2 - (4)^2}$$

$$= \sqrt{(4 \times 64) - 16}$$

$$= \sqrt{256 - 16}$$

$$= \sqrt{240}$$

$$= \sqrt{4 \times 4 \times 15}$$

$$= 4\sqrt{15} \text{ वर्ग सेमी.}$$

(iii) माना a = 20 सेमी. व b = 15 सेमी.

$$\text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 15$$

$$= 10 \times 15$$

$$= 150 \text{ वर्ग सेमी.}$$

प्रश्न 4.

किसी त्रिभुज का परिमाप 40 सेमी. है। यदि इसकी दो भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी. एवं 15 सेमी. हों, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए एवं सबसे लम्बी भुजा पर शीर्ष से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{त्रिभुज का परिमाप} = a + b + c = 40 \text{ सेमी.}$$

$$\text{माना } a = 8 \text{ सेमी., } b = 15 \text{ सेमी.}$$

$$8 + 15 + c = 40$$

$$c = 40 - 23$$

$$c = 17$$

त्रिभुज का अर्द्ध-परिमाप (s)

$$= \frac{a+b+c}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ सेमी.}$$

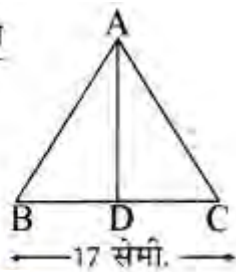
त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{20(20-8)(20-15)(20-17)} \\ &= \sqrt{20 \times 12 \times 5 \times 3} \\ &= \sqrt{3600} \\ &= \sqrt{60 \times 60} \\ &= 60 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

सबसे लम्बी भुजा BC = a = 17 सेमी. है।

शीर्ष से डाले लम्ब AD की लम्बाई

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{आधार}} \\ &= \frac{2 \times 60}{17} = \frac{120}{17} \\ &= 7 \frac{1}{17} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



प्रश्न 5.

समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा 2a है।

हल:

समबाहु त्रिभुज की एक भुजा = 2a

$$\begin{aligned} \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 \\ &= \sqrt{3} a^2 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज की ऊँचाई} &= \frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{3} a^2}{2a} \\ &= \sqrt{3} a \\ \text{या} & \quad a\sqrt{3} \text{ इकाई} \end{aligned}$$

प्रश्न 6.

एक त्रिभुजाकार खेत की भुजाएँ 20 मी., 51 मी. एवं 37 मी. हैं। 2×3 वर्ग मीटर माप की कितनी क्यारियाँ इस खेत में बनाई जा सकती हैं ?

हल:

माना त्रिभुजाकार खेत की भुजाएँ $a = 20$ मी., $b = 51$ मी., $c = 37$ मी. हैं।

खेत का अर्द्ध-परिमाप (s)

$$= \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+51+37}{2}$$
$$= \frac{108}{2} = 54 \text{ मी.}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \sqrt{54(54-20)(54-51)(54-37)}$$
$$= \sqrt{54 \times 34 \times 3 \times 17}$$
$$= \sqrt{1836 \times 51}$$
$$= \sqrt{93636}$$
$$= \sqrt{306 \times 306}$$
$$= 306 \text{ वर्ग मी.}$$

एक क्यारी का क्षेत्रफल $= 2 \times 3 = 6$ वर्ग मीटर खेत में क्यारियों की संख्या

$$= \frac{\text{त्रिभुजाकार खेत का क्षेत्रफल}}{\text{एक क्यारी का क्षेत्रफल}}$$
$$= \frac{306}{6}$$
$$= 51 \text{ क्यारियाँ}$$

प्रश्न 7.

एक त्रिभुजाकार भूखण्ड (plot) की | भुजाओं का अनुपात $3 : 5 : 7$ है और उसका परिमाप 300 m है। इस भूखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:

मान लीजिए भुजाएँ (मीटरों में) $3x$, $5x$ और $7x$ हैं।

तब, हम जानते हैं कि $3x + 5x + 7x = 300$ (त्रिभुज का परिमाप)

इसलिए, $15x = 300$ है, जिससे $x = 20$ प्राप्त होता

इसलिए, त्रिभुज की भुजाएँ 3×20 m, 5×20 m और 7×20 m हैं।

अर्थात् ये भुजाएँ 60 m, 100 m और 140 m हैं।

$$\text{अब, } s = \frac{60+100+140}{2} \text{ m} = 150 \text{ m}$$

इसलिए, क्षेत्रफल

$$= \sqrt{150(150 - 60)(150 - 100)(150 - 140)} \text{ m}^2$$

$$= \sqrt{150 \times 90 \times 50 \times 10} \text{ m}^2$$

$$= 1500\sqrt{3} \text{ m}^2 \text{ उत्तर}$$

