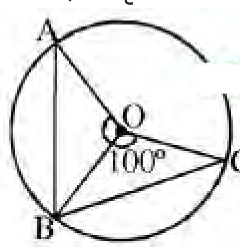
CBSE Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium Chapter 9 – वृत

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
एक वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी. है। इस वृत्त में दो | समान्तर जीवाओं के मध्य-बिन्दुओं से गुजरने वाली जीवा की लम्बाई लिखिए।
हल:
समान्तर जीवाओं का मध्य बिन्दु केन्द्र से जाता है। अत: वृत्त का व्यास इसकी जीवा होगी।
जीवा की लम्बाई = 2 × त्रिज्या
= 2 × 4 = 8 सेमी.

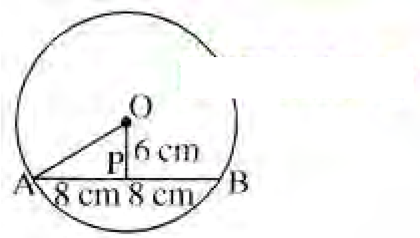
प्रश्न 2.
दी गई आकृति में 0 वृत्त का केन्द्र है तथा जीवाएँ AB = BC हैं। यदि ∠BOC = 100° है, तो ∠AOB का मान लिखिए।



उत्तर:
∠AOB = 100° ∵ AB = BC है।

evidyarthi
https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 3.
यदि 16 सेमी. लम्बाई की एक जीवा वृत्त के केन्द्र से 6 सेमी. की दूरी पर है, तो उस वृत्त के व्यास की लम्बाई लिखिए।
हल:
$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$.
$(AO)^2 = (8)^2 + (6)^2$
$= 64 + 36$
$(AO)^2 = 100$



∴ AO = √100 = 10 सेमी.
अतः वृत्त की त्रिज्या = 10 सेमी.
∴ वृत्त का व्यास = 2 × त्रिज्या
= 2 × 10 = 20 सेमी.

प्रश्न 4.
वृत्त C (O. 5) तथा C (O', 5) में जीवा AB = जीवा CD है। यदि m ($\overline{\mathrm{AB}}$) = 60° है, तो m ($\overline{\mathrm{CD}}$) का मान लिखिए।
हल:
m ($\overline{\mathrm{CD}}$) = 60°

प्रश्न 5.
एक वृत्त की दो जीवाएँ AB तथा CD हैं जो परस्पर समान्तर और बराबर हैं। यदि प्रत्येक की लम्बाई 8 सेमी. हो और वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. हो तो उनके बीच की दूरी लिखो।
हल:
केन्द्र से AB की दूरी = $\sqrt{5^2 - 4^2}$ = √5 = 3 सेमी.
अतः दोनों के मध्य की दूरी = 3 × 2 = 6 सेमी.

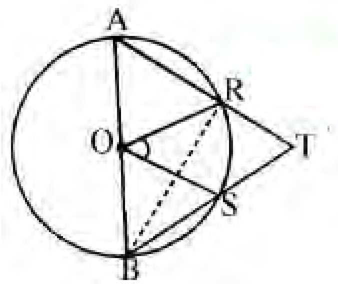
प्रश्न 6.
एक वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. और वृत्त के केन्द्र से एक जीवा पर लम्ब की लम्बाई 4 सेमी. है तो जीवा की लम्बाई ज्ञात करो।
हल:
2 $\sqrt{5^2 - 4^2}$ = 2 × 3 = 6 सेमी.

प्रश्न 7.
एक वृत्त की जीवा 7 सेमी. है और केन्द्र से जीवा की दूरी 1.2 सेमी. है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।
हल:

त्रिज्या = $\sqrt{(3.5)^2 + (1.2)^2}$
= $\sqrt{12.25 + 1.44}$
= $\sqrt{13.69}$
= 3.7 सेमी.

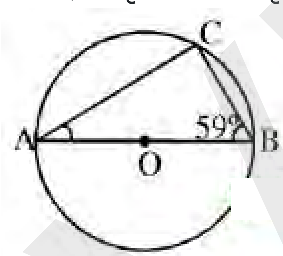
प्रश्न 8.
एक वृत्त 5 सेमी. त्रिज्या का है, इसकी सबसे बड़ी जीवा की लम्बाई बताइए।
उत्तर:
10 सेमी.

प्रश्न 9.
दी गई आकृति में, AOB वृत्त का व्यास है तथा ∠ROS = 42° है, तो ∠RTS की माप ज्ञात कीजिए।



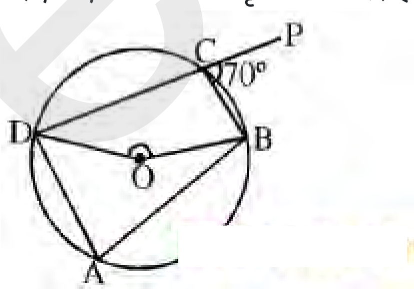
हल:
∠RTS = 69°

प्रश्न 10.
दी गई आकृति में AB वृत्त का व्यास है। यदि ∠ABC = 59° है तो ∠BAC का मान लिखिए।



हल:
∠BAC = 90° - 59° = 31° क्योंकि ∠ACB = 90° है।

प्रश्न 11.
दिए गए चित्र में 'O' वृत्त का केन्द्र है। ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। ∠PCB = 70° है, तो ∠BOD का मान लिखिए।



हल:

https://www.evidyarthi.in/

∠DCB = 180° – 70° = 110°

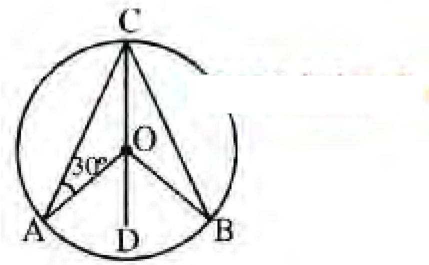
∴ ∠DAB = 180° - 110° = 70°

∵ ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

∴ ∠BOD = 2 × 70° = 140°

प्रश्न 12.

दिए गए चित्र में, 'O' वृत्त का केन्द्र है तथा ∠CAO = 30° है, तो ∠AOD का मान है-

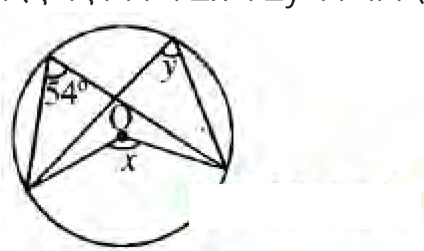


हल:

∠AOD = 2∠CAO = 60°

प्रश्न 13.

दिए गए चित्र में ∠x व ∠y का मान ज्ञात करो।



हल:

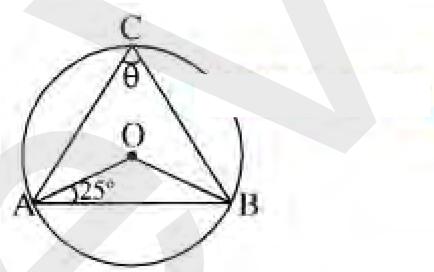
∠x = 2 × 54 = 108°

तथा ∠x = ∠y

अतः y = $\frac{108}{2}$ = 54°

प्रश्न 14.

दिए गए चित्र में, '0' वृत्त का केन्द्र है। ∠OAB = 25° है तथा ∠ACB = θ है, तो θ का मान लिखिए।



हल:

∠ABO = 25°

∵ OA = OB

∴ ∠AOB = 180° - (25° + 25°)

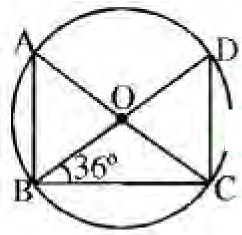
= 130°

और ∠ACB = $\frac{1}{2}$ ∠AOB

https://www.evidyarthi.in/

$= \frac{1}{2} \times 130° = 65°$
$\therefore \theta = 65°$

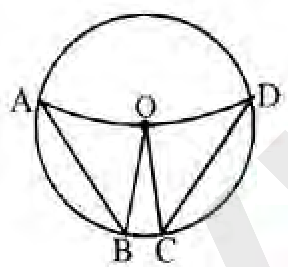
प्रश्न 15.
दिए गए चित्र में ∠DBC = 36° हो, तो ∠BAC का मान लिखिए।



हल:
54°

लघूत्तरात्मक प्रश्न

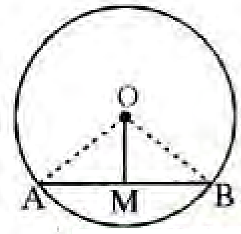
प्रश्न 1.
सिद्ध कीजिए वृत्त की बराबर जीवायें केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।
हल:
उपपत्ति-एक वृत्त जिसका केन्द्र 0 है। इसकी दो जीवायें AB और CD दी गई हैं जो आपस में बराबर हैं। हमें यहाँ पर सिद्ध करना है कि ∠AOB = ∠COD होगा।



त्रिभुज AOB तथा COD में,
OA = OC
एक ही वृत्त की त्रिज्यायें हैं।
OB = OD (एक वृत्त की त्रिज्यायें)
AB = CD दिया है
अत: Δ AOB ≅ Δ COD (SSS नियम)
इस प्रकार से हम पाते हैं कि
∠AOB = ∠COD
(सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग)
(इति सिद्धम्)

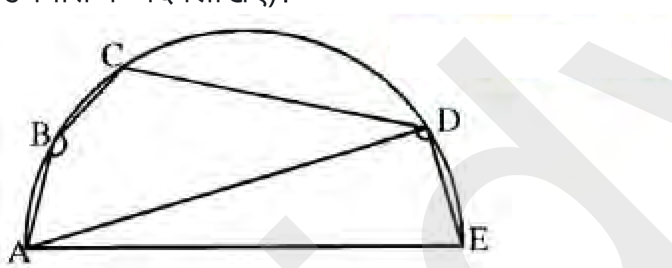
प्रश्न 2.
एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती है।
हल:

eVidyarthi



दिया है- एक वृत्त जिसका केन्द्र 0 है। इसकी AB एक जीवा है और O को AB के मध्य-बिन्दु M से मिलाया गया है।
सिद्ध करना है: OM ⊥ AB
रचना: OA तथा OB को मिलाया गया है।
उपपत्ति: Δ OAM तथा Δ OBM में OA = OB
एक ही वृत्त की त्रिज्यायें हैं।
AM = BM दिया है
और OM = OM (उभयनिष्ठ)
अतः Δ OAM ≅ ΔOBM
इससे प्राप्त होता है
∠OMA = ∠OMB = 90° (इति सिद्धम्)

प्रश्न 3.
दी गई आकृति में, ABCDE अर्धवृत्त में बना पंचभुज है, तो सिद्ध कीजिए- ∠ABC + ∠CDE = 3 समकोण। (केवल उपपत्ति के पद लिखिए)।

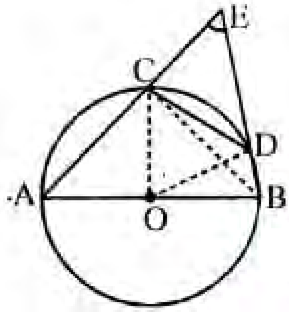


हल:
अर्द्धवृत्त की परिधि पर बना कोण समकोण होता है।
अतः ∠ADE = 90° …… (i)
चतुर्भुज ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।
∴ ∠ABC + ∠CDA = 180° ……. (ii)
(i) व (ii) को जोड़ने पर
∠ADE + ∠CDA + ∠ABC = 90° + 180°
∠CDE + ∠ABC = 270°
या ∠ABC + ∠CDE = 90 × 3
या ∠ABC + ∠CDE = 3 समकोण
(इति सिद्धम्)

प्रश्न 4.
दी गई आकृति में AB वृत्त का एक व्यास है और CD त्रिज्या के बराबर एक जीवा है। AC और BD बढ़ाए जाने पर एक

evidyarthi

बिन्दु E पर मिलती है। सिद्ध कीजिए कि ∠AEB = 60° है।



हल:

भुजा OC, OD तथा BC को मिलाइए। आकृति के अनुसार ΔODC एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः ∠COD = 60°

अब $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD$

क्योंकि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

∴ ∠CBD = 30°

पुनः ∠ACB = 90°

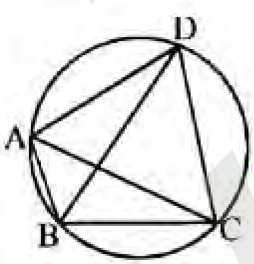
(∵ अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।)

∴ ∠BCE = 180° - ∠ACB = 90°

जिससे ∠CEB = 90° - 30° = 60°, अर्थात् ∠AEB = 60° प्राप्त होता है।

प्रश्न 5.

आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, जिसमें AC और BD विकर्ण हैं। यदि ∠DBC = 55° तथा ∠BAC = 45° हो, तो ∠BCD ज्ञात कीजिए।



हल:

∠CAD = ∠DBC = 55° (एक वृत्तखण्ड के कोण)

अतः ∠DAB = ∠CAD + ∠BAC

= 55° + 45° = 100°

परन्तु, ∠DAB + ∠BCD = 180°

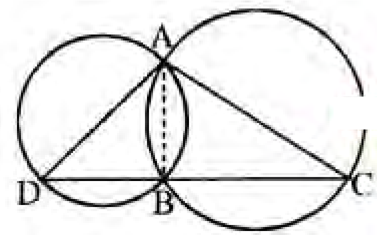
(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

इसलिए, ∠BCD = 180° - 100° = 80°

प्रश्न 6.

दो वृत्त दो बिन्दुओं A और B पर प्रतिच्छेद करते हैं। AD और AC दोनों वृत्तों के व्यास हैं। सिद्ध कीजिए कि B रेखाखण्ड DC पर स्थित है।

https://www.evidyarthi.in/

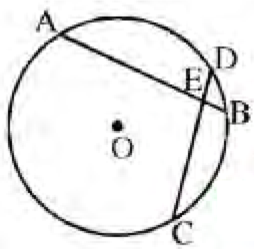


हल:
AB को मिलाइए। अब,
∠ABD = 90° (अर्धवृत्त का कोण)
∠ABC = 90° (अर्धवृत्त का कोण)
इसलिए, ∠ABD + ∠ABC = 90° + 90° = 180°
अत: DBC एक रेखा है। अर्थात् B रेखाखण्ड DC पर स्थित है।

प्रश्न 7.

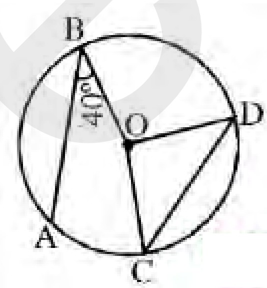
चित्र में, दो समान जीवाएँ AB और CD एक-दूसरे को E पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि, $\overparen{\mathrm{DA}} = \overparen{\mathrm{CB}}$
हल:
दिया है-वृत्त C (O, r) में जीवा AB = जीवा CD, परस्पर E प्रतिच्छेद करती हैं।

सिद्ध करना है- $\overparen{\mathrm{DA}} = \overparen{\mathrm{CB}}$



उपपत्ति– ∵ जीवा AB = जीवा CD (दिया है)
⇒ BA = CD
∴ लघुचाप $\overparen{BA}$ = लघुचाप $\overparen{CD}$
लेकिन $\overparen{BD} = \overparen{BD}$ (उभयनिष्ठ)
∴ $\overparen{BA} - \overparen{BD} = \overparen{CD} - \overparen{BD}$
⇒ $\overparen{DA} = \overparen{CB}$

प्रश्न 8.
दी गई आकृति में 0 वृत्त का केन्द्र है। जीवा AB = CD एवं ∠OBA = 40° हो तो ∠COD की माप ज्ञात कीजिए।

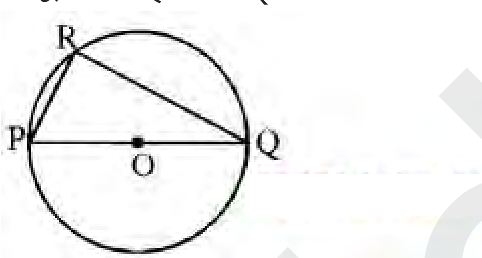


हल:

evidyarthi

दिया है-AB = CD
वृत्त की त्रिज्या = OB = OD
∴ ∠OBA = ∠ODC = 40°
Δ OCD में OD = OC (वृत्त की त्रिज्या)
∴ Δ OCD एक समद्विबाहु त्रिभुज है।
∴ ∠OCD = ∠ODC = 40°
Δ OCD में
∠ODC + ∠OCD + ∠COD = 180°
40° + 40° + ∠COD = 180°
∠COD = 180 - 40 - 40
∠COD = 180° - 80°
∠COD = 100°

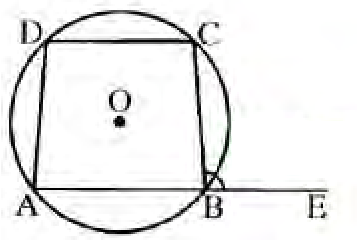
प्रश्न 9.
सिद्ध कीजिए
"अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।"
हल:
दिया है-PQ व्यास का वृत्त C (O, r) है।
सिद्ध करना है- ∠PRQ = 90°



उपपत्ति- ∵वृत्त के किसी चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण उसी चाप के सापेक्ष वृत्त के एकान्तर खण्ड के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दुगुना होता है
अतः ∠POQ = 2 ∠PRQ
⇒ 180° = 2 ∠PRQ
(∵ ∠POQ = अर्धवृत्त का डिग्री माप = 180°)
⇒ ∠PRQ = $\frac{180^\circ}{2}$ = 90°
अत: ∠PRO = 90° (इति सिद्धम्)

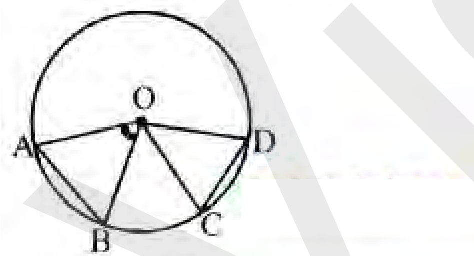
प्रश्न 10.
दिए गए चित्र में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। केवल उपपत्ति के पद लिखकर सिद्ध कीजिए
∠CBE - ∠ADC
अथवा
चित्र में ABCD चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें AB को E तक बढ़ाया गया है। सिद्ध कीजिए ∠ADC = ∠CBE केवल उपपत्ति के पद लिखिए।

https://www.evidyarthi.in/



हल:
उपपत्ति
∠ADC + ∠ABC = 2 समकोण
(चक्रीय चतुर्भुज के अभिमुख कोण सम्पूरक होते ……(i)
तथा ABE एक सीधी रेखा है, अतः बिन्दु B पर बने आसन्न कोण
∠ABC + ∠CBE = 2 समकोण ………(ii)
समीकरण (i) व (ii) से
∠ADC + ∠ABC = ∠ABC + ∠CBE
अतः ∠ADC = ∠CBE (इति सिद्धम्)

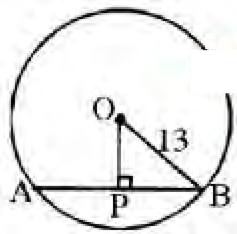
प्रश्न 11.
सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त में दो चाप सर्वांगसम होते हैं, यदि उनके द्वारा केन्द्र पर बने कोण समान हों।
हल:
दिया है- वृत्त C (O, r) में दो चाप $\widehat{AB}$ व $\widehat{CD}$ इस प्रकार हैं कि
∠AOB = ∠COD
सिद्ध करना है
$\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$
रचना: AB व CD को मिलाइए।



उपपत्ति: Δ AOB तथा Δ OCD में
∵ OA = OC (एक ही वृत्त की त्रिज्या)
OB = OD (एक ही वृत्त की त्रिज्या)
∠AOB = ∠COD (दिया है)
∴ Δ OAB ≅ Δ OCD (भुजा-कोण भुजा सर्वांगसमता अभिगृहीत)
⇒ AB = CD
∵ वृत्त की दी जीवाएँ बराबर हैं ⇒ $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

प्रश्न 12.
यदि वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी. है। यदि इसकी एक जीवा की लम्बाई 10 सेमी. हो, तो इस जीवा की वृत्त के केन्द्र से दूरी

eVidyarthi

ज्ञात कीजिए।
हल:
यहाँ Δ OPB में OB = 13 सेमी.
तथा PB = $\frac{AB}{2}$ = $\frac{10}{2}$ = 5 सेमी.


अत: पाइथागोरस प्रमेय से
$OP^2 = OB^2 - PB^2$
या $OP^2 = 13^2 - 5^2$
या $OP^2 = 169 - 25$
OP = √144 = 12 सेमी.
अतः जीवा की केन्द्र से दूरी = 12 सेमी.

eVidyarthi