गणित Important Questions Chapter 1 Class 10 Ganit वास्तविक संख्या Bihar Board

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
धनात्मक पूर्णांकों के दो महत्वपूर्ण गुण कौनसे हैं?
उत्तर-

1. यूक्लिड़ विभाजन एल्गोरिथ्म (कलन विधि)
2. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय।

प्रश्न 2.
यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म या कलन विधि लिखिए।
उत्तर-
"एक धनात्मक पूर्णांक a को किसी अन्य धनात्मक पूर्णांक b से इस प्रकार विभाजित किया जा सकता है कि शेषफल r प्राप्त हो, जो b से छोटा (कम) है।" यही कलन विधि कहलाती है।

प्रश्न 3.
अंकगणित की आधारभूत प्रमेय क्या है?
उत्तर-
प्रत्येक भाज्य संख्या को एक अद्वितीय रूप से अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। यही तथ्य अंकगणित की आधारभूत प्रमेय कहलाती है।

प्रश्न 4.
एक शून्येत्तर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का गुणनफल या भागफल कौनसी संख्या होती है?
उत्तर-
एक अपरिमेय संख्या।

प्रश्न 5.
अपरिमेय संख्याओं के उदाहरण दीजिए।
उत्तर-
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ आदि।

प्रश्न 6.
भाज्य संख्या किसे कहते हैं?
उत्तर-
वह संख्या जिसके कम से कम एक गुणनखण्ड 1 और स्वयं के अतिरिक्त हो, भाज्य संख्या कहलाती है।

प्रश्न 7.
लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) क्या होता है?
उत्तर-
दो या अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) वह छोटी से छोटी संख्या होती है जो प्रत्येक संख्या की गुणन है।

प्रश्न 8.
महत्तम समापवर्तक (HCF) क्या होता है?
उत्तर-
दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (HCF) वह सबसे बड़ी संख्या होती है जो दी गई सभी संख्याओं को पूर्णतः विभाजित करती है।

प्रश्न 9.
यदि दो संख्याएँ a तथा b दी गई हों तो इनका गुणनफल किसके बराबर होता है?
उत्तर-
HCF (a, b) × LCM (a, b)

प्रश्न 10.
दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने की विधि खोजने वाले गणितज्ञ का नाम बताइए।
उत्तर-
यूनानी गणितज्ञ यूक्लिड।

प्रश्न 11.
यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका लिखिए।
उत्तर-
दो धनात्मक पूर्णांक a और b दिए जाने पर, ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ q और r विद्यमान हैं कि $a = bq + r$, जबकि $0 \leq r < b$ है।

प्रश्न 12.
संख्या 32760 को गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखिए।
उत्तर-
$32760 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$
$= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13$

प्रश्न 13.
वास्तविक संख्याओं को परिभाषित कीजिये।
उत्तर-
वास्तविक संख्याएँ-समस्त परिमेय और समस्त अपरिमेय संख्याओं के सम्मिलित संग्रह या समूह को वास्तविक संख्याओं का समूह कहते हैं।

प्रश्न 14.
सांत दशमलव प्रसार की शर्त लिखिये।
उत्तर-

https://www.evidyarthi.in/

माना कि x = pqpq एक ऐसी परिमेय संख्या है कि q का अभाज्य गुणनखण्ड $2^n 5^m$ के रूप का है, जहाँ n, m ऋणेतर पूर्णांक है तो x का दशमलव प्रसार सांत होता है।

प्रश्न 15.
48 और 105 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।
उत्तर-
48 और 105
48 के अभाज्य गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$
105 के अभाज्य गुणनखण्ड= $3 \times 5 \times 7$
अतः दोनों में अधिकतम उभयनिष्ठ राशि 3 है।
अतः इसका महत्तम समापवर्तक 3 होगा।

प्रश्न 16.
परिमेय संख्या 178178 को बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किये दशमलव प्रसार सांत में लिखिये।
हल-
माना कि x = 178178 इसको इस प्रकार से लिख सकते हैं :
x = 1723×501723×50 या x = 17×5323×5317×5323×53
(हर को 10 की घात बनाने के लिये 5^3 से गुणा व भाग करने पर)
x = 17×125(2×5)317×125(2×5)3
=2125(10)32125(10)3
=2125100021251000
= 2.125

प्रश्न 17.
संख्याओं 44 और 99 का महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) ज्ञात कीजिए।
हल-
$44 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$
और $99 = 3 \times 3 \times 11 = 3^2 \times 11$
44 और 99 के गुणनखण्डों में अधिकतम उभयनिष्ठ राशि 11 है।
अतः इन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 11 होगा।

प्रश्न 18.
संख्या 36253625 का दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती? इसे दशमलव रूप में लिखें।
हल-
संख्या 36253625 का दशमलव प्रसार सांत है।
संख्या 36253625 का दशमलव रूप है = 0.0048

प्रश्न 19.
अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 96 और 404 का HCF ज्ञात कीजिए।
हल-

96 और 404 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर
$96 = 2^5 \times 3$ तथा $404 = 2^2 \times 101$
इन दोनों पूर्णांकों का $HCF = 2^2 = 4$

प्रश्न 20.
अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा पूर्णांक 375 और 675 का HCF ज्ञात कीजिए।
हल-
पूर्णांक 375 और 675 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

3	375
5	125
5	25
5	5
	1

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

अतः $375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^1 \times 5^3$
$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^2$
$\therefore HCF = 3^1 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
दर्शाइए कि प्रत्येक धनात्मक सम पूर्णांक 2q के रूप का होता है तथा प्रत्येक धनात्मक विषम पूर्णांक 2q + 1 के रूप का होता है, जहाँ q कोई पूर्णांक है।
हल-
माना कि कोई धनात्मक पूर्णांक है तथा $b = 2$ है।
तब यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से, किसी पूर्णांक $q \geq 0$ के लिए $a = 2q + r$ है जहाँ $r = 0$ है या $r = 1$ है, क्योंकि $0 \leq r < 2$ है। इसलिए, $a = 2q$ या $a = 2q + 1$ है।
यदि $a = 2q$ है तो यह एक सम पूर्णांक है। साथ ही, एक धनात्मक पूर्णांक या तो सम हो सकता है या विषम। इसलिए कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक $2q + 1$ के रूप का होगा।

प्रश्न 2.
दर्शाइए कि एक धनात्मक विषम पूर्णांक $4q + 1$ या $4q + 3$ के रूप का होता है, जहाँ q एक पूर्णांक है।
हल-
माना कि एक धनात्मक विषम पूर्णांक a है।
अब हम a और $b = 4$ में विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं।
चूँकि $0 \leq r < 4$ है, इसलिए सम्भावित शेषफल 0, 1, 2 और 3 हैं।
अर्थात् a संख्याओं $4q$, $4q + 1$, $4q + 2$ या $4q + 3$ के रूप का हो सकता है जहाँ q भागफल है।
चूंकि व एक विषम पूर्णांक है, इसलिए यह $4q$ और $4q + 2$ के रूप का नहीं हो सकता (क्योंकि दोनों 2 से विभाज्य हैं)।
इसलिए, कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक $4q + 1$ या $4q + 3$ के रूप का होगा।

प्रश्न 3.
एक मिठाई विक्रेता के पास 420 काजू की बर्फियाँ और 130 बादाम की बर्फियाँ हैं। वह इनकी ऐसी ढेरियाँ बनाना चाहता है कि प्रत्येक ढेरी में बर्फियों की संख्या समान रहे तथा ये ढेरियाँ बर्फी की परात में न्यूनतम स्थान घेरें। इस काम के लिए, प्रत्येक ढेरी में कितनी बर्फियाँ रखी जा सकती हैं?
हल-

यह कार्य जाँच और भूल विधि से किया जा सकता है। परन्तु इसे एक क्रमबद्ध रूप से करने के लिए हम HCF (420, 130) ज्ञात करते हैं।
तब, इस HCF से प्रत्येक ढेरी में रखी जा सकने वाली बर्फियों की अधिकतम संख्या प्राप्त होगी, जिससे ढेरियों की संख्या न्यूनतम होगी और परात में ये बर्फियाँ न्यूनतम स्थान घेरेंगी।
अब यूक्लिड एल्गोरिथ्म का प्रयोग करने पर

$420 = 130 \times 3 + 30$

$130 = 30 \times 4 + 10$

$30 = 10 \times 3 + 0$

अतः 420 और 130 का HCF 10 है।
इसलिए, प्रत्येक प्रकार की बर्फियों के लिए मिठाई विक्रेता दस-दस की ढेरी बना सकता है।

प्रश्न 4.
यदि 1261 तथा 1067 का H.C.F. 97 है तो इनका L.C.M. ज्ञात कीजिये।
हल-
दिया है : a = 1261 और b = 1067
H.C.F. = 97, L.C.M. = ?
सूत्र L.C.M. = a×bH.C·Fa×bH.C·F
= 1261×1067971261×106797
= 1261 × 11
= 13871

प्रश्न 5.
संख्याओं 6 और 20 के अभाज्य गुणनखण्डन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए।
हल-
यहाँ $6 = 2^1 \times 3^1$
और $20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5^1$ है।
यहाँ HCF (6, 20) = 2
तथा LCM (6, 20) = 2 × 2 × 3 × 5 = 60 होगा।
अब यहाँ ध्यान दीजिए कि HCF (6, 20) = 2^1 = संख्याओं में प्रत्येक उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखण्ड की सबसे छोटी घात का गुणनफल तथा
LCM (6, 20) = $2^2 \times 3^1 \times 5^1$ = संख्याओं में सम्बद्ध प्रत्येक अभाज्य गुणनखण्ड की सबसे बड़ी घात का गुणनफल।

प्रश्न 6.
अभाज्य गुणनखण्डन विधि द्वारा 96 और 404 का HCF ज्ञात कीजिए और फिर इनका LCM ज्ञात कीजिए।
हल-
96 और 404 के अभाज्य गुणनखण्डन करने पर
$96 = 2^5 \times 3$, $404 = 2^2 \times 101$
इसलिए, इन दोनों पूर्णांकों का HCF = 2^2 = 4 साथ ही

LCM (96, 404) = 96×404HCF(96,404)96×404HCF(96,404)
= 96×404496×4044
= 9696

प्रश्न 7.
135 और 225 का H.C.F. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके ज्ञात कीजिये।
हल-
दी गई संख्याएँ 135 और 225 हैं।
$\because 225 > 135$
$\therefore$ चरण I दी गई संख्याओं 225 और 135 के लिये यूक्लिड विभाजन प्रमेय से
$225 = 135 \times 1 + 90$ ($\because$ शेषफल $90 \neq 0$)
$\therefore$ चरण II संख्याओं 135 और 90 के लिये यूक्लिड विभाजन प्रमेय से
$135 = 90 \times 1 + 45$ ($\because$ शेषफल $45 \neq 0$)
$\therefore$ चरण III संख्याओं 90 और 45 के लिये यूक्लिड विभाजन प्रमेय से
$90 = 45 \times 2 + 0$ ($\because$ शेषफल = 0)
चूँकि यहाँ पर शेषफल शून्य है और भाजक = 45 है।
अतः महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) = 45