गणित Important Questions Chapter 13 Class 10 Ganit पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन Bihar Board

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
यदि एक अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 48 वर्ग सेमी. है तो इसकी त्रिज्या की लम्बाई | लिखिए।
हल:
यहाँ $3\pi r^2 = 48\pi$
r^2 = 48π3π48π3π = 16
अतः त्रिज्या = √1616 = 4 सेमी.

प्रश्न 2.
एक बेलन के आधार की त्रिज्या 7 सेमी. तथा ऊँचाई 5 सेमी. है। बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल लिखिए।
हल:
बेलन का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = $2\pi rh$
यहाँ $r = 7$ सेमी.
तथा $h = 5$ सेमी.

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = 2 × 227227 × 7 × 5 वर्ग सेमी.
= 220 वर्ग सेमी.

प्रश्न 3.
यदि एक गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 36 सेमी. है तो उसकी त्रिज्या ज्ञात
कीजिए।
हल:
गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2 = 36$
r^2 = 36×74×22=632236×74×22=6322
$r^2 = 2.8636$
$r = 1.69$ सेमी.

प्रश्न 4.
एक बेलन जिसकी ऊँचाई 3 सेमी. है तथा बेलन का वक्रपृष्ठ 66 सेमी.^{2} है, तो उसकी त्रिज्या लिखिए।
हल:
बेलन का वक्र पृष्ठ = $2\pi rh$
66 = 2 × 227227 × r × 3
66×72×22×366×72×22×3 = r
$r = 3.5$ सेमी.

प्रश्न 5.
किसी शंकु की ढालू (तिर्यक) लम्बाई 5 सेमी. तथा ऊँचाई 4 सेमी. है, तो उसका व्यास लिखिए।
हल:
$r = \sqrt{52-4252-42}$
$= \sqrt{25-16} = \sqrt{925-16} = 9 = 3$
व्यास = 2 × 3 = 6 सेमी.

प्रश्न 6.
एक आयताकार कागज की लम्बाई 28 सेमी. तथा चौड़ाई 14 सेमी. है। इस कागज को लम्बाई में मोड़ने पर बने बेलन का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल लिखिए।
हल:
वक्र पृष्ठ = 28 × 14
= 392 वर्ग सेमी.

प्रश्न 7.
एक ठोस गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले का आयतन लिखिए। (उत्तर π में दीजिए।)
हल:
आयतन = $4343\pi r^3$
= 4343 × π × 3 × 3 × 3
= 36π घन सेमी.

प्रश्न 8.
एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1000 वर्ग मीटर है। उसकी त्रिज्या लिखिए।
हल:

$$\text{त्रिज्या} = \sqrt{\frac{\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{4\pi}} = \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 9.
एक बेलन और एक शंकु के आधार तथा ऊँचाइयाँ समान हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिये।
हल:
माना शंकु व बेलन के आधार की त्रिज्या r. cm और ऊँचाई h cm है।

$$\therefore \text{ इनके आयतनों का अनुपात} = \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$$

$$= \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{3}{1} = 3 : 1$$

प्रश्न 10.
एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई और उसकी त्रिज्या समान है। उसके सम्पूर्ण पृष्ठ एवं वक्र पृष्ठ में अनुपात ज्ञात कीजिये।
हल:
माना बेलन की ऊँचाई h और उसकी त्रिज्या r है।
∴ h = r दिया है।

$$\frac{\text{बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ}}{\text{बेलन का वक्र पृष्ठ}} = \frac{2\pi r(h+r)}{2\pi rh}$$

$$= \frac{h+r}{h} = \frac{r+r}{r}$$

$$= \frac{2r}{2} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 11.
एक ठोस अर्द्धगोले की त्रिज्या 7 cm. है। इसका सम्पूर्ण
पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।
हल:
r = 7 cm.
अत:अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ = $3\pi r^2$
= 3 × 227227 × 7 × 7
= 66 × 7 = 462 cm^2

प्रश्न 12.
एक ठोस अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी. है। इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
हल:
अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
मान रखने पर 462 = 3 × 227227 × r^2
इसलिए r^2 = 462×73×22=21×73462×73×22=21×73 = 7 × 7
r^2 = 49
r = √4949 = 7 सेमी.
अतः अर्धगोले की त्रिज्या = 7 सेमी.

लघूत्तरात्मक प्रश्न

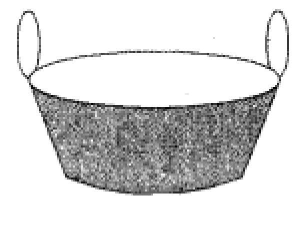
प्रश्न 1.
यदि 11 सेमी. × 3.5 सेमी. × 2.4 सेमी. मोम के एक घनाभ से 2.8 सेमी. व्यास की एक मोमबत्ती बनाई जाती है। मोमबत्ती की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
हल:
घनाभाकार मोमबत्ती का आयतन = (ल. × चौ. × ॐ.) घन सेमी.
= 11 × 3.5 × 2.4 घन सेमी.
बेलनाकार मोमबत्ती का आयतन = $\pi r^2 h$
अर्थात् $\pi r^2 h$ = 11 × 3.5 × 2.4 (∵ दोनों का आयतन बराबर होगा।)
h = 11×3.5×2.4π×r211×3.5×2.4π×r2
h = 11×3.5×2.4×722×1.4×1.411×3.5×2.4×722×1.4×1.4
[∵ r = 2.822.82= 14]
h = 15 सेमी.

प्रश्न 2.
व्यास 1 cm. वाली 8 cm. लम्बी ताँबे की एक छड़ को एकसमान चौड़ाई वाले 18 m लम्बे एक तार के रूप में खींचा जाता (बदला जाता) है। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।
अथवा
1 सेमी. व्यास वाली 8 सेमी. लम्बी ताँबे की छड़ को एक समान चौड़ाई वाले 18 मी. लम्बे एक तार के रूप में खींचा जाता (बदला जाता है)। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।
हल:
छड़ का आयतन = π × (12)2(12)2 × 8 cm^3 = 2π cm^3

समान आयतन वाले तार की लम्बाई = 18 m = 1800 cm.
यदि तार के अनुप्रस्थ काट (cross-section) की त्रिज्या है, तो तार का आयतन = $\pi \times r^2 \times 1800$ cm
अतः $\pi \times r^2 \times 1800 = 2\pi$
∵ दोनों का आयतन बराबर होगा। अर्थात् r^2 = 19001900
अर्थात् r = 130130 cm.
अतः, तार के अनुप्रस्थ काट का व्यास, तार की चौड़ाई 115115 cm., अर्थात् 0.67 mm (लगभग)

प्रश्न 3.
पानी से पूरी भरी हुई एक अर्द्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा 34747 लीटर प्रति सेकण्ड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3 m है, तो वह कितने समय में आधी खाली हो जाएगी? (π = 227227 लीजिए।)
हल:
अर्द्धगोलाकार टंकी की त्रिज्या = 3232m
अतः, टंकी का आयतन = 23×227×(32)323×227×(32)3 m^3
= 99149914m^3
उस पानी का आयतन, जिसे खाली किया जाना है
= 12×991412×9914 m^3
= 99289928 × 1000
= 99000289900028 लीटर
अब, 257257 लीटर पानी खाली होता है 1 सेकण्ड में, इसलिए 99000289900028 लीटर पानी खाली होगा 9900028×7259900028×725 सेकण्ड में, अर्थात् 16.5 मिनट में।

प्रश्न 4.
हनुमप्पा और उसकी पत्नी गंगाम्मा गन्ने के रस से गुड़ बना रहे हैं। उन्होंने गन्ने के रस को गर्म करके राब (शीरा) बना ली है, जिसे शंकु के छिन्नक के आकार के साँचों में डाला जाता है, जिनमें से प्रत्येक के दोनों वृत्तीय फलकों के व्यास क्रमशः 30 cm. और 35 cm. हैं तथा साँचे की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई 14 cm. है (देखिए आकृति)। यदि 1 cm राब का द्रव्यमान लगभग 1.2g है तो प्रत्येक साँचे में भरी जा सकने वाली राब का द्रव्यमान ज्ञात करें। (π = 227227 लीजिए)



हल:
चूँकि साँचा एक शंकु के छिन्नक के आकार का | है, इसलिए इसमें भरी जा सकने वाली राब का आयतन
= π3π3h($r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2$),
जहाँ r_1, बड़े आधार की त्रिज्या है और r_2, छोटे आधार की त्रिज्या है।

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14\left[\left(\frac{35}{2}\right)^2 + \left(\frac{30}{2}\right)^2 + \left(\frac{35}{2} \times \frac{30}{2}\right)\right] cm^3$$

= 11641.7 cm^3
यह दिया है कि 1 cm^3 राब का द्रव्यमान 1.2 g है। अतः प्रत्येक साँचे में भरी जा सकने वाली राब का भार

https://www.evidyarthi.in/

द्रव्यमान
= (11641.7 × 1.2) g
= 13970.04g
= 13.97kg. = 14kg. (लगभग)

प्रश्न 5.
20 मीटर गहरा और 7 मीटर व्यास का एक कुआँ खोदा गया है। इससे निकली मिट्टी से 22 मीटर × 14 मीटर माप का एक चबूतरा बनाया गया है। चबूतरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। .
हल:
चूँकि कुआँ बेलनाकार है, इसकी गहराई (ऊँचाई) है = 20 मीटर
इसकी त्रिज्या है = 7272 मीटर = 3.5
मीटर बेलनाकार कुएँ का आयतन = चबूतरे का आयतन बेलनाकार कुएँ का आयतन है = $\pi r^2 h$
= 227×72×72227×72×72 × 20 घन मीटर
= 22 × 7 × 5 घन मीटर
= 770 घन मीटर
अतः चबूतरे का आयतन = 770 घन मीटर

$$\text{चबूतरे की ऊँचाई} = \frac{\text{चबूतरे का आयतन}}{\text{चबूतरे की लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}}$$
$$= \frac{770}{22 \times 14} \text{ मीटर}$$
$$= \frac{70}{28} \text{ मीटर } \frac{10}{4} \text{ मीटर}$$

= 2.5 मीटर

प्रश्न 6.
धातु के एक गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले को पिघलाकर एक समान वृत्तीय अनुप्रस्थ-परिच्छेद वाला तार बनाया गया है। यदि तार की लम्बाई 36 मीटर हो, तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
हल:
गोले का व्यास = 6 सेमी.
त्रिज्या (r) = 6262 = 3 सेमी.
तार की लम्बाई (h) = 36 मीटर = 3600 cm.
गोले का आयतन = 4343πr^3 धन इकाई
= 43×22743×227 × $(3)^3$ घन सेमी.
तथा बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
अतः दोनों के आयतन समान होंगे।

अर्थात् $\pi r^2 h = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3$

या $r^2 = \frac{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 7 \times \pi \times h}$

$= \frac{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 7}{7 \times 22 \times 3600} = \frac{1}{100}$

$\therefore$ $r = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$

$r = 0.1$ सेमी. = 1 मिमी.

प्रश्न 7.
एक शंकु, जिसकी ऊँचाई 24 सेमी. और आधार की त्रिज्या 6 सेमी. है., प्रतिमा बनाने वाली चिकनी मिट्टी से बनाया गया है। एक बच्चा उसको पुनः गोले का आकार देता है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
हल:
शंकु की ऊँचाई (h) = 24 सेमी.
तथा त्रिज्या (r) = 6 सेमी.

∴ शंकु का आयतन = 1313πr³ घन इकाई
= 4343 × π × (6)³ × 24 घन सेमी.
गोले का आयतन = 4
प्रश्नानुसार, गोले का आयतन = शंकु का आयतन

अतः गोले की त्रिज्या 6 सेमी.

या $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times 24$

या $r^3 = \frac{1}{3} \times \frac{\pi \times (6)^2 \times 24 \times 3}{4 \times \pi}$

$= (6)^2 \times 6$

$r^3 = (6)^3$.

⇒ $r = 6$ सेमी.

प्रश्न 8.
दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 27 सेमी. है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
हल:
माना कि धन की प्रत्येक भुजा = x cm. है।
घन का आयतन = 27 cm.3
⇒ x³ = 27
⇒ x = 3√27273
= 3√3×3×33×3×33
x = 3 cm.

∴ घन की भुजा =3 cm.
∴ दोनों घनों को जोड़ने पर वह घनाभ बन जाएगा। इसकी लम्बाई = 2x cm.
= 2 × 3 = 6 cm.
चौड़ाई = x = 3 cm.
तथा ऊँचाई = x = 3 cm.
अब घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 [ल. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ. × ल.]
= 2 [6 × 3 + 3 × 3 + 3 × 6]
= 2 [18 + 9 + 18]
= 2[45] = 90 cm.²
अर्थात् घनाभ का क्षेत्रफल 90 cm.² है।

प्रश्न 9.
पानी से भरी हुई एक अर्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा 5 लीटर प्रति सेकंड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3.5 मी. है, तो वह कितने समय में आधी खाली हो जाएगी? ।
हल:
अर्ध गोले का आयतन = 2323πr³
यहाँ टंकी की त्रिज्या = 3.523.52मी.

5 लीटर पानी खाली होने का समय = 1 सैकण्ड
∴ 1 लीटर पानी खाली होने का समय = 1515 सैकण्ड
∴ 110×122524110×122524 लीटर पानी खाली होने का समय = 15×110×12252415×110×122524

https://www.evidyarthi.in/

$\therefore$ टंकी का आयतन $= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{3.5}{2}\right)^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{20} \times \frac{35}{20} \times \frac{35}{20}$ मी.^{3}

$= \frac{220 \times 1225}{24000}$ मी.^{3}

टंकी का आधा आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{220 \times 1225}{24000}$ मी.^{3}

$= \frac{110 \times 1225}{24000} \times 1000$ लीटर $= \frac{110 \times 1225}{24}$ लीटर

सैकण्ड
= 110×24524110×24524 सैकण्ड
= 110×24524×60110×24524×60
मिनट = 11×24514411×245144 मिनट
= 18.7 मिनट (लगभग)
अर्थात् वह टंकी 18.7 मिनट में आधी खाली हो जाएगी।

प्रश्न 10.
1 सेमी त्रिज्या और 2 सेमी लम्बी तांबे की एक छड़ को एक समान चौड़ाई वाले 18 मीटर लम्बे एक तार के रूप में बदला जाता है। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।
हल:
छड़ का आयतन = $\pi \times (1)^2 \times 2$ cm.^{3} = 2π cm.^{3}
समान आयतन वाले तार की लम्बाई = 18 m. = 1800 cm.
यदि तार के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या r है तो तार का आयतन = $\pi \times r^2 \times 1800$ cm.^{2}
अतः $\pi \times r^2 \times 1800 = 2\pi$ [$\because$ दोनों का आयतन बराबर होगा।]
अर्थात् r^2 = 19001900
अर्थात् r = 130130

अतः तार के अनुप्रस्थ काट का व्यास अर्थात् मोटाई
= 2 × 130130 cm.
= 115115 cm.

प्रश्न 11.
एक चाँदी के घनाभ जिसकी विमाएँ 8 cm. × 9 cm. × 11 cm. को पिघलाकर समान त्रिज्या के सात गोले बनाए गए हैं। एक चाँदी के गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
हल:
चाँदी के घनाभ का आयतन = ल. × चौ. × ऊँ.
= 8 × 9 × 11
= 792 घन सेमी.

इस आयतन में से समान त्रिज्या के सात गोले बनाये गये हैं। माना प्रत्येक गोले की त्रिज्या R सेमी. है। अतः प्रश्नानुसार,
चाँदी के घनाभ का आयतन = 7 × गोले का आयतन
792 = 7 × 4343πR^3
792 = 7 × 43×22743×227 × R^3
792 = 88R3388R33
∴ R^3 = 792×388792×388
= 9 × 3 = 27

$R = (27)^{1/3} = (3^3)^{1/3} = 3^1$
R = 3 सेमी.
अतः चाँदी के गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

https://www.evidyarthi.in/