

# गणित Important Questions Chapter 2 Class 10 Ganit बहुपद Bihar Board

---

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

बहुपद का शून्यक क्या होता है?

उत्तर:

एक वास्तविक संख्या  $a$  किसी बहुपद  $p(x)$  का शून्यक कहलाएगी यदि  $p(a) = 0$  हो अर्थात् चर का वह मान जिससे बहुपद का मान शून्य हो जाए।

प्रश्न 2.

रैखिक बहुपद का उदाहरण लिखिए।

उत्तर:

$ax + b$ , जहाँ  $a, b \in \mathbb{R}$  तथा  $a \neq 0$

प्रश्न 3.

यदि द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हों तो  $\alpha + \beta$  तथा  $\alpha\beta$  का मान लिखिए।

उत्तर:

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$  तथा  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

प्रश्न 4.

विभाजन एल्गोरिथ्म लिखिए।

उत्तर:

यदि दिए गए बहुपद  $p(x)$  और शून्येतर बहुपद  $g(x)$  के लिए दो ऐसे बहुपदों  $q(x)$  तथा  $r(x)$  का अस्तित्व होता है कि  $p(x) = g(x)q(x) + r(x)$  जहाँ  $r(x) = 0$  है या घात  $r(x) < \text{घात } g(x)$  है।

प्रश्न 5.

बहुपद किसे कहते हैं?

उत्तर:

एक से अधिक पदों के बीजगणितीय व्यंजक बहुपद कहलाते हैं यदि इसके पदों में किसी भी चर की घात ऋणात्मक नहीं होनी चाहिए।

प्रश्न 6.

एक द्विघात बहुपद का उदाहरण लिखिए।

उत्तर:

$y^2 - 2$

प्रश्न 7.

त्रिघात बहुपद की परिभाषा उदाहरण सहित लिखिए।

उत्तर:

एक ऐसा बहुपद जिसमें घातों की अधिकतम संख्या तीन हो, त्रिघात बहुपद कहलाता है। जैसे  $3x^3 - 2x^2 + x - 1$

प्रश्न 8.

बहुपद का मान क्या होता है?

उत्तर:

यदि  $x$  में  $p(x)$  कोई बहुपद है और यदि  $k$  कोई वास्तविक संख्या है, तो  $p(x)$  में  $x$  को  $k$  से प्रतिस्थापित करने पर जो वास्तविक संख्या प्राप्त होती है, वह  $p(x)$  का  $x = k$  पर मान कहलाती है और इसे  $p(k)$  से निरूपित किया जाता है।

प्रश्न 9.

यदि व्यंजक  $x^3 - 2x + 1$  का एक भाजक  $(x - 1)$  है तो शेषफल लिखिए।

उत्तर:

माना कि व्यंजक  $f(x) = x^3 - 2x + 1$  का एक गुणनखण्ड  $(x - 1)$  है।

अतः  $(1) = (1)^3 - 2(1) + 1 = 1 - 2 + 1$

$= 0$

∴ शेषफल = शून्य

प्रश्न 10.

द्विघात बहुपद  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

$x^2 + 7x + 10$

$x^2 + 5x + 2x + 10$

$(x + 5) + 2(x + 5) = (x + 2)(x + 5)$

∴  $x^2 + 7x + 10$  का मान शून्य है, जब  $x + 2 = 0$  या  $x + 5 = 0$  है अर्थात् जब  $x = -2$  या  $x = -5$  हो।

∴  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक  $-2$  और  $-5$  हैं।

प्रश्न 11.

यदि 2 बहुपद  $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + kx + 10$  का गुणनखण्ड हो तो  $k$  का मान लिखिए।

हल:

$f(2) = 2^4 - x^3 - 4 \times 2^2 + k \times 2 + 10$

या  $0 = 16 - 8 - 16 + 2k + 10$

$0 = 2k + 2$

∴  $k = -22 - 22 = -1$

प्रश्न 12.

यदि  $(x - 2)$  व्यंजक  $x^2 + 2x - a$  का एक गुणनखण्ड है तो  $a$  का मान लिखिए।

उत्तर:

$$x - 2 = 0 \text{ या } x = 2$$

व्यंजक में रखने पर इसका मान शून्य होना चाहिए। अतः

$$(2)^2 + 2 \times 2 - a = 0$$

$$4 + 4 - a = 0$$

$$a = 8$$

प्रश्न 13.

यदि  $x + y + 3 - 3xyz = (x + y + z)(x + y + 2 + k)$  हो, तो  $k$  का मान लिखिए।

उत्तर:

$$k = -xy - yz - zx$$

प्रश्न 14.

एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिये जिसके शून्यकों के योग और गुणनफल क्रमशः  $-4$  और  $3$  हों।

हल:

$x^2 - (\text{मूलों का योग})x + \text{मूलों का गुणनफल}$

$$x^2 - (-4)x + 3$$

$$x^2 + 4x + 3$$

प्रश्न 15.

एक  $n$  घात वाले बहुपद के अधिकतम शून्यकों की संख्या लिखिए।

उत्तर:

$n$  शून्यक।

प्रश्न 16.

द्विघात बहुपद  $ax + bx + c$  के आलेख की आकृति किस प्रकार की प्राप्त होती है?

उत्तर:

परवलंया आकृति।

प्रश्न 17.

वह बहुपद ज्ञात कीजिये जिसके शून्यक  $-5$  और  $4$  हों।

हल:

$$[x - (-5)](x - 4)$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x - 4)$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 5x - 20$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 20$$

प्रश्न 18.

यदि बहुपद  $f(x) = x^2 - 5x + k$  के शून्यक  $\alpha$  तथा  $\beta$  इस प्रकार हों कि  $\alpha - \beta =$

$1$  तो  $k$  का मान लिखिये।

हल:

दिया गया है कि  $\alpha$  तथा  $\beta$  बहुपद  $x^2 - 5x + k$  के शून्यक हैं।

$$\alpha + \beta = (-5) + (-5) = -10$$

$$\alpha\beta = k$$

$$\alpha - \beta = 1$$

$$\text{या } (\alpha - \beta) = 1$$

$$(\alpha + \beta) - 4\alpha\beta = 1$$

$$\text{या } 25 - 4k = 1$$

$$4k = 24 \therefore k = 24/4 = 6$$

प्रश्न 19.

$x^2 - 9$  के शून्यक ज्ञात कीजिये।।

हल:

$$x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$$

बहुपद के शून्यक के लिये

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ तथा}$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

अतः बहुपद  $x^2 - 9$  के शून्यक = -3

प्रश्न 20.

यदि बहुपद  $ax^2 - 6x - 6$  के शून्यकों का गुणनफल 6 हो, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

दिये गये बहुपद के शून्यक  $a$  तथा  $B$  हैं। तब शून्यकों का गुणनफल

$$\alpha\beta = caca \text{ से}$$

$$\Rightarrow \alpha\beta = -6a - 6a$$

$$\Rightarrow 6 = -6a - 6a$$

$$\therefore a = -1$$

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

भाग की क्रिया सम्पन्न किये बिना ही सिद्ध कीजिए कि

(i)  $x^2 + (a - 3)x - 3a$   $(x + a)$  से पूर्णतः विभाजित होता है।

(ii)  $3x^3 + 11x^2 + x - 15$  व्यंजक  $(x - 1)$  से पूर्णतः विभाजित होता है।

हल:

(i) यदि  $(x + a)$  से पूर्णतः विभाजित है तो  $x = -a$  मान रखने पर व्यंजक का मान शून्य हो जायेगा। अतः

व्यंजक में  $x = -a$  मान रखने पर

$$= (-a)^2 + (a - 3)(-a) - 3a$$

$$= a^2 - a^2 + 3a - 3a = 0$$

अतः  $(x + a)$  से व्यंजक  $x^2 + (a - 3)x - 3a$  पूर्णतः विभाजित है।

(ii) व्यंजक में  $x = 1$  मान रखने पर

$$3(1)^3 + 11(1)^2 + 1 - 15$$

$$3 + 11 + 1 - 15 = 0$$

अतः व्यंजक  $3x^3 + 11x^2 + x - 15$  व्यंजक  $(x - 1)$  से पूर्णतः विभाजित है।

प्रश्न 2.

a के किस मान के लिए बहुपद  $x^3 + 2x^2 - 3ax - 8$  में व्यंजक  $(x - 4)$  का पूरा-पूरा भाग जाता है।

हल:

हम जानते हैं  $(x - 4)$  का भाग देने पर शेषफल  $f(a)$  प्राप्त होगा।

$\therefore f(a)$  जहाँ

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3ax - 8$$

$$f(4) = (4)^3 + 2(4)^2 - 3a \times 4 - 8$$

$$= 64 + 32 - 12a - 8 = 0$$

$$\text{या } 12a = 88$$

$$a = \frac{88}{12} = \frac{22}{3}$$

प्रश्न 3.

सिद्ध कीजिए कि बहुपद  $x^2 + 2x + 3$  के शून्य विद्यमान नहीं हैं।

हल:

$$\text{माना कि } f(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$f(x) = \{x^2 + 2 \times x + 1\} + 2$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

यहाँ  $x$  के वास्तविक मान के लिए  $(x + 1)^2$  का मान ऋणात्मक नहीं होगा। अतः  $(x + 1)^2$  हमेशा शून्य से अधिक होगा अतः  $(x)$  का मान 2 से अधिक होगा।

प्रश्न 4.

p के किस मान के लिए बहुपद  $px^3 + 9x^2 + 6x - 1$  व्यंजक  $(3x + 2)$  से पूर्णतः विभाजित होता है।

हल:

दिया गया है कि  $(3x + 2)$  दिये गये व्यंजक का एक गुणखण्ड है।

$$\therefore 3x + 2 = 0$$

$$\text{या } 3x = -2 \therefore x = -\frac{2}{3}$$

व्यंजक  $f(x) = px^3 + 9x^2 + 6x - 1$  में  $x = -\frac{2}{3}$  मान रखने पर

$$\therefore f\left(-\frac{2}{3}\right) = p\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 9\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 6\left(-\frac{2}{3}\right) - 1$$

$$\text{या } p \times \frac{-8}{27} + 4 - 4 - 1 = 0$$

$$\text{या } \frac{-8p}{27} = 1$$

$$\text{या } p = -\frac{27}{8}$$

प्रश्न 5.

एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिये जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 4 तथा 1 हैं।

हल:

दिया गया है

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\text{तथा } \alpha\beta = 1$$

माना द्विघात बहुपद के शून्यक  $\alpha$  व  $\beta$  हैं।

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद} = (x - \alpha)(x - \beta)$$

$$= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - 4x + 1$$

$$\text{अतः अभीष्ट बहुपद} = x^2 - 4x + 1$$

प्रश्न 6.

द्विघात बहुपद  $2x^2 - 6x + 4$  के शून्यांकों का योग व गुणनफल ज्ञात कीजिए।

हल:

दिया गया बहुपद  $2x^2 - 6x + 4$

$$\begin{aligned} \text{अतः शून्यांकों का योग} &= \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \\ &= \frac{-b}{a} \\ &= \left(\frac{-6}{2}\right) = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा शून्यांकों का गुणनफल} &= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \\ &= \frac{c}{a} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

प्रश्न 7.

यदि  $(x - 1)$  तथा  $(x + 2)$  बहुपद  $2x^3 + mx^2 + nx - 14$  के गुणनखण्ड हैं तो  $m$  तथा  $n$  के मान ज्ञात कीजिए।

हल:

माना कि  $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx - 14$  है

अतः  $(x - 1)$  तथा  $(x + 2)$   $f(x)$  के

गुणनखण्ड होने चाहिए।

$$\text{अतः } f(1) = 0 \text{ व } f(-2) = 0$$

व्यंजक  $: 2x^3 + mx^2 + nx - 14$  में

$$f(1) = m(1)^2 + n(1) - 14 = 0$$

$$\Rightarrow m + n - 12 = 0$$

व्यंजक  $2x^3 + mx^2 + nx - 14$  में

$$f(-2) = 2(-2)^3 + m(-2)^2 + n(-2) - 14 = 0$$

$$f(-2) = -16 + 4m - 2n - 14$$

$$\Rightarrow 4m - 2n - 30 = 0 \dots (ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$m + n = 12 \dots (iii)$$

$$2m - n = 15 \dots (iv)$$

जोड़ने पर  $3m = 27 \Rightarrow$  अतः  $m = 9$

समीकरण (iii) से  $n = 3$

प्रश्न 8.

यदि बहुपद  $x^3 + lx + m$  में  $(x - 1)$  या  $(x + 1)$  का भाग दिया जाये तो शेषफल 7 बचता है, । तथा  $m$  के मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$f(x) = x^3 + lx + m \text{ तथा } (x - 1) \text{ या } (x + 1)$$

इसके गुणनखण्ड हैं जब 7 इसमें से घटा दें अतः

$$(1) = 1 + l + m - 7 = 0$$

$$\Rightarrow l + m - 6 = 0 \dots (i)$$

$$f(1) = -1 - l + m - 7 = 0$$

$$\Rightarrow -1 + m - 8 = 0 \dots (ii)$$

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर  $l = -1$  तथा  $m = 7$

प्रश्न 9.

द्विघात बहुपद  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के सम्बन्ध की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल:

प्रश्नानुसार

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$$

इसलिए  $x^2 + 7x + 10$  का मान शून्य है, जब  $x + 2 = 0$  है या  $x + 5 = 0$  है, अर्थात् जब  $x = -2$

या  $x = -5$  हो। इसलिए,  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक  $-2$  और  $-5$  हैं।

अब, शून्यकों का योग  $= -2 + (-5) = (-7)$

अतः शून्यकों  $-2$  और  $-5$  द्वारा भी योगफल व गुणनफल वही हैं, जो कि इनमें हैं।

∴ बहुपद के शून्यकों और गुणांकों के बीच सम्बन्ध 'सही' है।

$$= \frac{-(7)}{1} = \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = (-2) \times (-5) = 10$$

$$= \frac{10}{1} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 10.

एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिये जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 0 और  $\sqrt{5}$  हैं।

हल:

माना द्विघात बहुपद के शून्यक  $\alpha$  तथा  $\beta$  हैं।

$$\text{दिया गया है } \alpha + \beta = 0$$

$$\alpha\beta = \sqrt{5}$$

$\alpha$  तथा  $\beta$  शून्यक हैं।

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद} = (x - \alpha)(x - \beta)$$

$$= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - 0 \cdot x + \sqrt{5} = x^2 + \sqrt{5}$$

$$\text{अतः अभीष्ट बहुपद} = x^2 + 5$$

प्रश्न 11.

यदि द्विघात व्यंजक  $kx^2 + 5x + 3k$  के शून्यकों का योग उनके गुणनफल के बराबर हो, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

दिए गए व्यंजक  $kx^2 + 5x + 3k$  के अनुसार

शून्यकों का योग  $(\alpha + \beta) = -5k/3k$

तथा शून्यकों का गुणनफल  $(\alpha\beta) = 3k/3k = 1$

अब प्रश्नानुसार  $-5k/3k = 1$

या  $3k = -5$

$\therefore k = -5/3$

प्रश्न 12.

$3x^3 + x^2 + 2x + 5$  को  $1 + 2x + x^2$  से भाग दीजिए। अब  $1 + 2x + x^2 \sqrt{3x^3 + x^2 + 2x + 5} \begin{matrix} 3x - 5 \\ 3x^3 + 6x^2 + 3x \end{matrix}$

हल:

यहाँ  $f(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$

तथा  $g(x) = 1 + 2x + x^2$

$$\begin{array}{r} 3x - 5 \\ 3x^3 + 6x^2 + 3x \\ \hline -5x^2 - x + 5 \\ -5x^2 - 10x - 5 \\ \hline 9x + 10 \end{array}$$

भागफल =  $3x - 5$  तथा शेषफल =  $9x + 10$

प्रश्न 13.

द्विघात बहुपद  $x^2 + x - 2$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के सम्बन्ध की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल:

प्रश्नानुसार

$$x^2 + x - 2 = x^2 + 2x - x - 2$$

$$= x(x + 2) - 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x - 1)$$

$x^2 + x - 2$  का मान शून्य होगा यदि  $(x + 2)(x - 1)$  के मान शून्य हों अर्थात्  $x + 2 = 0$

या  $x - 1 = 0$  अर्थात्  $x = -2$  या  $x = 1$

अतः  $x^2 + x - 2$  के शून्यक  $-2$  और  $1$  हैं।

अब, शून्यकों का योग =  $-2 + 1$

$$= -1 = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

तथा शून्यकों का गुणन =  $(-2)(1)$

$$= -2 = \frac{\text{स्थिरांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$