गणित Important Questions Chapter 3 Class 10 Ganit दो चरों वाले रखिक समीकरणों का युग्म Bihar Board

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
K के किस मान के लिए समीकरण निकाय 2x + Ky = 1; 3x - 5y = 7 का कोई हल विद्यमान नहीं है?
हल:
कोई हल नहीं होने के लिए
a1a2=b1b2≠c1c2a1a2=b1b2≠c1c2
⇒ 23=K−5≠1723=K−5≠17
यह प्रतिबन्ध सत्य होगा यदि 23=K−523=K−5
K = −103−103
अतः, K = −103−103 होने पर निकाय का कोई हल नहीं होगा।

प्रश्न 2.
अनुपातों a1a2=b1b2a1a2=b1b2 और c1c2c1c2 कर ज्ञात कीजिये कि रैखिक समीकरणों 2x - 2y - 12 = 0 तथा 4x - 4y - 5 = 0 के युग्म संगत हैं या असंगत।
हल:
समीकरणों 2x - 2y - 2 = 0 तथा 4x - 4y - 5 = 0 की तुलना करने पर
a1a2=24=12a1a2=24=12 तथा b1b2=44b1b2=44= 1
∵ c1c2≠b1b2c1c2≠b1b2
अतः समीकरणों का युग्म संगत है।

प्रश्न 3.
दिखाइये रेखाएँ x - 4y + 5 = 0 और 3x - 12y + 8 = 0 समान्तर हैं।
हल:
दी गयी रेखाओं के समीकरण
x - 4y + 5 = 0 तथा
3x - 12y + 8 = 0
उपर्युक्त समीकरण युग्म की व्यापक समीकरण युग्म से तुलना करने पर
$a_1 = 1, b_1 = - 4, c_1 = 5$
तथा $a_2 = 3, b_2 = - 12, c_2 = 8$
अब a1a2=13,b1b2=−4−12=13a1a2=13,b1b2=−4−12=13
तथा c1c2=58c1c2=58
∵ a1a2=b1b2≠c1c2a1a2=b1b2≠c1c2
दिये गये सनीकरण युग्म असंगत हैं। अतः दी गयी रेखाएँ समान्तर हैं।

प्रश्न 4.
एक संख्या x का दुगुना y से 24 अधिक है। इस वाक्य को प्रकट करने वाला
समीकरण लिखिए।
हल:
$2x - y = 24$

प्रश्न 5.
राम की आयु x वर्ष तथा श्याम की आयु y वर्ष है। पाँच वर्ष पूर्व राम की आयु श्याम की आयु की दुगुनी थी।
इस कथन को प्रकट करने वाले समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए।
हल:
$x - 2y + 5 = 0$

प्रश्न 6.
दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म का निरूपण एवं हल प्रस्तुत करने की विधियाँ लिखिए।
हल:

- ग्राफीय विधि,
- बीजीय विधि।

प्रश्न 7.
रैखिक समीकरणों के असंगत युग्म से आप क्या समझते हो?
उत्तर:
यदि दोनों रेखाएँ समान्तर हों, तब इस रैखिक समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होता है।
इस दशा में यह रैखिक समीकरणों का असंगत युग्म कहलाता है।

प्रश्न 8.
निम्न समीकरण निकाय के हलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए
$2x + 4y = 7, 3x + 6y = 10$
हल:
$2x + 4y - 7 = 0$
$3x + 6y - 10 = 0$
$a_1x + b_1y + c = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से तुलना करने पर
a1a2=23a1a2=23 तथा b1b2=46=23b1b2=46=23 तथा c1c2=710c1c2=710
अतः 23=23≠71023=23≠710
अतः समीकरण निकाय असंगत है और निकाय का कोई हल नहीं है।

प्रश्न 9.
यदि एक भिन्न के अंश और हर में 1 जोड़ते हैं तो भिन्न का मान 1212 हो जाता है। इसे समीकरण में कैसे
लिखेंगे?
हल:
माना भिन्न xyxy है।
x+1y+1=12x+1y+1=12

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 10.
निम्न समीकरण निकाय में x का मान ज्ञात कीजिए-

$2x + 3y = 4$

$3x + 4y = 5$

हल:
दिये गये समीकरण से

$2x + 3y - 4 = 0$ .... (1)

$3x + 4y - 5 = 0$ .... (2)

समीकरण (1) में 4 से और समीकरण (2) में 3 से गुणा करने पर

$8x + 12y - 16 = 0$

$9x + 12y - 15 = 0$

घटाने पर-

$- x - 1 = 0$

$- x = 1$

या $x = - 1$

प्रश्न 11.
समीकरण $x + y = 2xy$ तथा 1x+2y1x+2y = 10 को हल करके केवल का मान ज्ञात कीजिए।
हल:

$x + y = 2xy$

दोनों तरफ xy से भाग देने पर

xxy+yxy=2xyxyxxy+yxy=2xyxy

1y+1x1y+1x = 2

दूसरे समीकरण से

1x+2y1x+2y = 10

समीकरण (1) में से समीकरण (2) घटाने पर

-1y1y = -8

∴ y = 1818

प्रश्न 12.
बीजीय रूप में रैखिक समीकरण युग्म को हल करने की विधियों का नाम लिखिए।
हल:

- प्रतिस्थापन विधि,
- विलोपन विधि,
- वज्रगुणन विधि।

प्रश्न 13.
यदि रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ में यदि
a1a2=b1b2≠c1c2a1a2=b1b2≠c1c2 हो, तो इस स्थिति का अर्थ स्पष्ट कीजिए।
हल:
यदि a1a2=b1b2≠c1c2a1a2=b1b2≠c1c2 हो, तो रैखिक समीकरण हला a, b C2. युग्म असंगत होता है।

प्रश्न 14.
समीकरण 5y - 3x – 10 = 0 में y को x के रूप में व्यक्त कीजिए। वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण 5y - 3x - 10 = 0 द्वारा निरूपित रेखा y-अक्ष को काटती है।
हल:
समीकरण 5y - 3x - 10= 0
5y = 3x + 10
∴ y = 3x+1053x+105
समीकरण 5y – 3x – 10 = 0 में u रेखा y-अक्ष पर तब काटेगी जब x = 0 हो तो y =
3×0+1053×0+105 = 2
अतः वह बिन्दु (0, 2) होगा।

प्रश्न 15.
यदि रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ में a1a2≠b1b2a1a2≠b1b2 हो, तो इस स्थिति का अर्थ स्पष्ट कीजिए।
हल:
यदि a1a2≠b1b2a1a2≠b1b2 हो, तो रैखिक समीकरण युग्म संगत होता है।

प्रश्न 16.
रैखिक समीकरण युग्म √2x + √3y = 0 तथा √3x - √2y = 0 का हल
लिखिये।
हल:
दी गई रैखिक समीकरण-युग्म है :
√2x + √3y = 0 .... (1)
√3x - √2y = 0 ... (2)

समीकरण (2) से
√3x = √2y
∴ x = √2√323y

x का यह मान समीकरण (1) में रखने पर
√2 + √2√323y + √3y = 0
⇒ 2√323y + √3y
2y + 3y = 0 × √3 = 0
5y = 0
∴ y = 0505 = 0

https://www.evidyarthi.in/

y का यह मान समीकरण (1) में रखने पर
$\sqrt{2}x + \sqrt{3} \times 0 = 0$
$\Rightarrow \sqrt{2}x = 0$
x = 0√202 = 0
अतः x = 0, y = 0

प्रश्न 17.
7 पेंसिल तथा 5 पेन का कुल मूल्य 29 रु. है। इसको बीजगणितीय रूप में लिखिए।
हल:
माना कि 1 पेंसिल का मूल्य = x रु.
और 1 पेन का मूल्य = y रु.
अतः प्रश्नानुसार $7x + 5y = 29$

प्रश्न 18.
रैखिक समीकरण युग्म $3x + 4y = 0$ तथा $2x - y = 0$ का हल लिखिए।
हल:
x = 0 तथा y = 0

प्रश्न 19.
रैखिक समीकरण युग्म $4x + 2 = 5$ तथा $x - 2y = 0$ का हल लिखिए।
हल:
समीकरण युग्म $4x + 2y = 5$ .... (1)
तथा $x - 2y = 0$ .... (2)

समीकरण (2) से $x = 2y$ मान समीकरण (1) में रखने पर
$4(2y) + 2y = 5$
$8y + 2y = 5$
∴ 10y = 5 या y = 510=12510=12
y का यह मान समीकरण (2) में रखने पर
x - 2.1212 = 0
या $x - 1 = 0$
∴ $x = 1$
अतः x = 1 तथा y = 1212

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
दो अंकों की एक संख्या ऐसी है कि इसके अंकों का गुणनफल 12 है। जब इस संख्या में 36 जोड़ दिया जाये तो संख्या के अंक परस्पर बदल लेते हैं। संख्या ज्ञात कीजिए।
हल:
माना संख्याएँ x व हैं। प्रश्नानुसार $x \times y = 12$ .... (i)
तथा $10x + y + 36 = 10y + x$ .... (ii)
या $9x - 9y = - 36$

$x - y = -4$ .... (iii)
समीकरण (iii) से
$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
$(-4)^2 = x^2 + y^2 - 2 \times 12$
$x^2 + y^2 = 16 + 24 = 40$
पुनः . $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
$= 40 + 2 \times 12$
$(x + y)^2 = 64$
$x + y = \sqrt{6464} = \pm 8$.... (iv)

समीकरण (iii) तथा (iv) से
$x = 2$ तथा $y = 6$
अतः संख्या 26 होगी।

प्रश्न 2.
दो अंकों का संख्या का योग 9 है। इस संख्या का चार गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का सात गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिये।
हल:
माना दहाई का अंक x तथा इकाई का अंक y है।
तब अभीष्ट संख्या = $10x + y$
प्रश्नानुसार $x + y = 9$ .... (i)

पुनः प्रश्नानुसार
$4(10x + y) = 7(10y + x)$
$\Rightarrow 40x + 4y = 70y + 7x$
$\Rightarrow 33x - 66y = 0$
$\Rightarrow x - 2y = 0$ .... (ii)

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर।

$$\begin{array}{r} x + y = 9 \\ x - 2y = 0 \\ - \quad + \quad\quad - \\ \hline 3y = 9 \end{array}$$

$y = 9393 = 3$

y का मान समीकरण (ii) में रखने पर
$x - 2 \times 3 = 0$
$x = 6$

अतः अभीष्ट संख्या= $10x + y$
$= 10 \times 6 + 3 = 60 + 3$
$= 63$

प्रश्न 3.
एक कस्बे के एक राजकीय विद्यालय तथा प्राइवेट विद्यालय में अध्यापकों की संख्या 210 है। जब 10 अध्यापक प्राइवेट विद्यालय से इस्तीफा देकर राजकीय विद्यालय में चले जाते हैं तो दोनों विद्यालयों में

https://www.evidyarthi.in/

अध्यापकों की संख्या समान हो जाती है। प्रत्येक विद्यालय में अध्यापकों की संख्या ज्ञात कीजिए।
हल:
माना राजकीय विद्यालय में अध्यापकों की संख्या = x तथा प्राइवेट में अध्यापकों की संख्या = y है।
अतः प्रश्नानुसार $x + y = 210$ .... (i)
तथा $(x + 10) = (1 - 10)$
$x - y = - 20$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर।
$2x = 190$
$x = 19021902 = 95$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर
$95 + y = 210$
$y = 210 - 95 = 115$
अतः राजकीय विद्यालय में संख्या 95 व प्राइवेट में 115

प्रश्न 4.
दो अंकों वाली संख्या के अंकों का योगफल 7 है। अंकों का क्रम उलट देने पर प्राप्त संख्या मूल संख्या से 9 अधिक होती है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।
हल:
माना संख्या में दहाई अंक = x
और इकाई अंक = y
तब दी हुई संख्या = $(10x + y)$
अंकों का क्रम उलट करने पर संख्या = $(10y + x)$
प्रश्नानुसार - $x + y = 7$
या $x + y - 7 = 0$.... (1)
और $(10x + y) + 9 = 10y + x$
या $10x + y + 9 = 10y + x$
या $9x + 9 = 9y$
$x - y + 1 = 0$ ....(2)

समीकरण (1) व (2) को हल करने पर

$$\begin{array}{r} x + y - 7 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 2y - 8 = 0 \\ \Rightarrow \quad 2y = 8 \end{array}$$

$y = 8282 = 4$

$y = 4$ मान को समीकरण (1) में रखने पर
$x + 4 - 7 = 0$
$x - 3 = 0$
$\Rightarrow x = 3$
संख्या = $10x + 1 = 10 \times 3 + 4 = 30 + 4 = 34$

प्रश्न 5.

6 वर्ष बाद एक आदमी की आयु उसके पुत्र की आयु की 3 गुना हो जायेगी और 3 वर्ष पूर्व वह अपने पुत्र की आयु का 9 गुना था। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल:

माना आदमी एवं उसके पुत्र की वर्तमान आयु क्रमशः x वर्ष व y वर्ष है। 6 वर्ष बाद पिता की आयु
$= x + 6$

तथा 6 वर्ष बाद पुत्र की आयु $= y + 6$ अतः प्रश्नानुसार
$x + 6 = 3(y + 6)$
$\Rightarrow x + 6 = 3y + 18$
या $x - 3y = 12$ .... (i)

पुनः 3 वर्ष पूर्व पिता एवं पुत्र की आयु क्रमशः $(x - 3)$ व $(v - 3)$ होगी।
अतः प्रश्नानुसार
$x - 3 = 9(y - 3)$
$\Rightarrow x - 3 = 9y - 27$
या $x - 9y = - 24$ .... (ii)

अतः दोनों समीकरणों को लिखने पर।

$$\begin{array}{r} x - 3y = 12 \\ x - 9y = -24 \\ - \quad + \qquad + \\ \hline 6y = 36 \end{array}$$

$y = 366366 = 6$
y का मान (i) में रखने पर
$x - 3 \times 6 = 12$
$x - 18 = 12$
$x = 12 + 18 = 30$
अतः पिता की आयु = 30 वर्ष तथा पुत्र की आयु = 6 वर्ष ।

प्रश्न 6.

आफ़ताब अपनी पुत्री से कहता है, 'सात वर्ष पूर्व मैं तुमसे सात गुनी आयु का था। अब से 3 वर्ष बाद मैं तुमसे केवल तीन गनी आय का रह जाऊँगा। (क्या यह मनोरंजक है?) इस स्थिति को बीजगणितीय एवं ग्राफीय रूपों में व्यक्त कीजिए।

हल:

माना आफ़ताब और उसकी पुत्री की आयु (वर्षों में) क्रमशः 5 और 1 हैं। तब रैखिक समीकरण युग्म होंगे
$s - 7 = 7 (t - 7)$,
अर्थात् $s - 7t + 42 = 0$ .... (1)
तथा $s + 3 = 3 (t + 3)$
अर्थात् $s - 3t = 6$ .... (2)

समीकरण (2) का प्रयोग करने पर
$s = 3t + 6$

समीकरण (1) में s का मान रखने पर
$(3t + 6) - 7t + 42 = 0$

https://www.evidyarthi.in/

अर्थात् - 4t = 48, जिससे t = 12
t के इस मान को समीकरण (2) में रखने पर
s = 3 (12) + 6 = 42
अतः, आफ़ताब और उसकी पुत्री क्रमशः 42 वर्ष और 12 वर्ष के हैं।

प्रश्न 7.
दो रेल पटरियाँ समीकरणों x + 2y - 4 = 0 और 2x + 4y - 12 = 0 द्वारा निरूपित की गई हैं। क्या रेल पटरियाँ एक-दूसरे को काटेंगी?
हल:
प्रश्नानुसार रैखिक समीकरण
x + 2y - 4 = 0 .... (1)
2x + 4y - 12 = 0 .... (2)

समीकरण (1) से x को y के पदों में व्यक्त करने पर
x = 4 - 2y

अब, x के इस मान को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर
2 (4 - 2y) + 4y - 12 = 0
अर्थात् 8 - 12 = 0
अर्थात् -4 = 0
जो कि एक असत्य कथन है।
अतः, दिए गए समीकरणों का कोई सार्व हल नहीं है। इसलिए, दोनों पटरियाँ एक-दूसरे को नहीं काटेंगी।

प्रश्न 8.
p के किन मानों के लिए, निम्न समीकरणों के युग्म का एक अद्वितीय हल है?
4x + py + 8 = 0
2x + 2y + 2 = 0
हल:
यहाँ $a_1 = 4, a_2 = 2, b_1 = p, b_2 = 2$ है।
अब दिए गए युग्म का एक अद्वितीय हल होने के लिए, a1a2≠b1b2a1a2≠b1b2 होगा।
अर्थात् 42≠p242≠p2
अर्थात् p ≠ 4
अतः, 4 के अतिरिक्त, p के प्रत्येक मान के लिए दिए हुए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल होगा।

प्रश्न 9.
आलेखीय विधि से प्रदर्शित कीजिए कि निम्न समीकरण निकाय 2x + 4y = 10; 3x + 6y = 12 कोई हल नहीं रखता है।
हल:
समीकरण 2x + 4y = 10 से
4y = 10 - 2xy
या y = 10−2x410−2x4

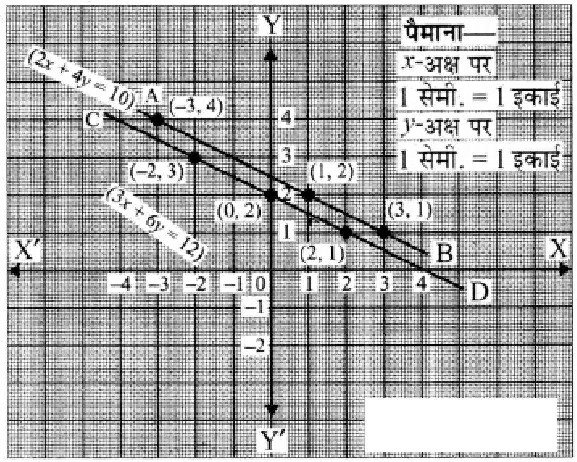
x	1	– 3	3
y	2	4	1

समीकरण 3x + 6y = 12

= 12−3x612−3x6

x	0	2	– 2
y	2	1	3

बिन्दु (1, 2) (-3, 4) व (3, 1) का आलेखन कर मिलाने से समीकरण 2x +4y= 10 आलेख AB प्राप्त होगा तथा बिन्दु (0, 2), (2, 1) व (- 2, 3) को आलेखन कर मिलाने पर 3x + 6y = 12 का आलेख CD प्राप्त होता है। ये दोनों रेखाएँ परस्पर समान्तर हैं अतः दिया गया समीकरण निकाय असंगत है तथा इसका कोई हल नहीं है।



प्रश्न 10.

k के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरण के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

kx + 3y = k - 3

12x + ky = k

हल:

अनन्त हल के लिये

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$$

प्रथम व द्वितीय पद लेने पर

$$\frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36$$

$$\Rightarrow \quad k = +6$$

पुनः द्वितीय व तृतीय पद लेने पर

$$\frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$$

$$\Rightarrow \quad 3 = k - 3$$

$$\Rightarrow \quad k = 6$$

अतः k = 6

https://www.evidyarthi.in/