गणित Important Questions Chapter 4 Class 10 Ganit द्विघात समीकरण Bihar Board

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
यदि $6x^2 = 54$ हो तो x का मान लिखिए।
हल:
x^2 = 546546 = 9 अतः x = ± 3

प्रश्न 2.
समीकरण x^2 - x3x3 के हल लिखिए।
हल:
x^2 - x3x3 = 0 या x(x−13)(x−13) = 0 या x = 0, 1313

प्रश्न 3.
जाँच कीजिये कि क्या $x(2x + 3) = x^2 + 1$ एक द्विघात समीकरण है?
हल:
$x(2x + 3) = x^2 + 1$
$\Rightarrow 2x^2 + 3x = x^2 + 1$
$\Rightarrow 2x^2 + 3x - x^2 - 1 = 0.$
$\Rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0$
अतः उपर्युक्त समीकरण द्विघात समीकरण है।

प्रश्न 4.
यदि समीकरण $x^2 - 8x + a = 0$ का एक मूल 5 है, तो दूसरा मूल लिखिए।
हल:
यहाँ मूलों का योग 8 है अतः दूसरा मूल 8 - 5 = 3 होगा।

प्रश्न 5.
दो क्रमागत प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग 25 है। यदि छोटी संख्या x हो तो इस तथ्य को अभिव्यक्त करने वाला समीकरण लिखिए।
हल:
$x^2 + (x + 1)^2 = 25$

प्रश्न 6.
संख्या x तथा उसके व्युत्क्रम का योग 5252 है, इसे बीजीय समीकरण के रूप में लिखिए।
हल:
x + 1x1x = 5252

प्रश्न 7.
एक घन संख्या x अपने वर्ग से 56 कम है। इस वाक्य को प्रकट करने वाला समीकरण लिखिए।
हल:
$x^2 - 56 = x$, या $x^2 - x = 56 \therefore x^2 - x - 56 = 0$

प्रश्न 8.
समीकरण x5x5 - 5x5x = 0 को सन्तुष्ट करने वाले x के मान लिखिए।
हल:
$x = \pm 5$

प्रश्न 9.
यदि समीकरण $x^2 - 8x + k = 0$ के मूल समान हों तोk का मान ज्ञात कीजिए।
हल:
मूल समान होने पर $b^2 - 4ac = 0$
$\therefore (-8)^2 - 4 \times 1 \times k = 0$
$\because$ यहाँ पर $a = 1, b = -8, c = k$
$64 - 4k = 0$
$\therefore k = 644644 = 16$ उत्तर

प्रश्न 10.
समीकरण x4x4-4x4x के मूल ज्ञात कीजिए
हल:

$$\frac{x}{4} - \frac{4}{x} = 0$$
$$\therefore \quad \frac{x}{4} = \frac{4}{x}$$
$$\Rightarrow \quad x^2 = 16$$
$$\therefore \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

प्रश्न 11.
समीकरण x - 1x1x = 0 को हल कीजिए।
हल:

$$x - \frac{1}{x} = 0$$
$$\Rightarrow \quad x = 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{x}$$
$$\therefore \quad x^2 = 1$$
$$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$
अतः $x = 1, -1$ उत्तर

प्रश्न 12.
समीकरण $2x^2 - 8 = 0$ को हल कीजिए।
हल:
दिया गया समीकरण
$2x^2 - 8 = 0$
$\Rightarrow 2(x^2 - 4) = 0$
$\Rightarrow 2(x + 2)(x - 2) = 0$
$\therefore x = 2, -2$

प्रश्न 13.
जाँच कीजिये कि क्या $(x - 2)^2 + 1 = 2x - 3$ एक द्विघात समीकरण है?
हल:
$(x - 2)^2 + 1 = 2x - 3$
$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 1 = 2x - 3$

https://www.evidyarthi.in/

⇒ $x^2 - 4x + 5 - 2x + 3 = 0$
⇒ $x^2 - 6x + 8 = 0$
अतः उपर्युक्त समीकरण द्विघात समीकरण है।

प्रश्न 14.
समीकरण 2x⇒ + 3x + 4 = 0 के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।
हल:
$a = 2, b = 3, c = 4$
∴ विविक्तकर का मान $D = b^2 - 4ac$
$= (3)^2 - 4 \times 2 \times 4$
$= 9 - 32$
$= - 23 < 0$
∵ विविक्तकर का मान ऋणात्मक है अतः मूल विद्यमान नहीं है। अर्थात् मूल काल्पनिक होंगे।

प्रश्न 15.
द्विघात सूत्र लिखिए।
हल:
यदि $b^2 - 4ac \geq 0$ हो, तो द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल
−b±√b2−4ac2a−b±b2−4ac2a होते हैं| यही सूत्र द्विघात सूत्र कहलाता है।

प्रश्न 16.
k का मान ज्ञात कीजिये जिसके लिये x = 2 द्विघात समीकरण $3x^2 - kx - 2 = 0$ का एक मूल है।
हल:
∵ x = 2 समीकरण $3x^2 - kx - 2 = 0$ का एक मूल है अतः x = 2 समीकरण में रखने पर
$3(2)^2 - k(2) - 2 = 0$
⇒ $12 - 2k - 2 = 0$
⇒ $- 2k = - 10$
∴ $k = 5$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
6 तथा-1 मूलों वाली समीकरण ज्ञात कीजिए।
हल:
मूलों का योग $6 + (- 1) = 5$
मूलों का गुणनफल $6 \times - 1 = - 6$
हम जानते हैं कि
x^2 - (मूलों का योग) x + मूलों का गुणनफल = 0
$x^2 - 5x – 6 = 0$

प्रश्न 2.
समीकरण $(3x + 2) (2x + 3) = 6$ को हल कीजिए।
हल:

दिये गये समीकरण से

$(3x + 2)(2x + 3) = 6$

$\Rightarrow 6x^2 + 9x + 4x + 6 = 6$

$\Rightarrow 6x^2 + 13x = 0$

$\Rightarrow x(6x + 13) = 0$

या $x = 0$

या $6x + 13 = 0 \therefore 6x = -13$

अतः x = 0, - 136136

प्रश्न 3.

निम्नलिखित द्विघात समीकरण को हल कीजिए

$4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$

हल:

दी गई समीकरण

$4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 4bx + b^2 - a^2 = 0$

$\Rightarrow (2x + b)^2 - a^2 = 0$

$\Rightarrow (2x + b + a)(2x + b - a) = 0$

$[\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$

$\therefore$ या तो $2x + b + a = 0$

⇒ x = −a−b2−a−b2 = −(a+b2)−(a+b2)

या 2x + b - a = 0 ⇒ x = a−b2a−b2

अतः दी गई समीकरण के मूल हैं

x = -(a+b2)(a+b2),

x = a−b2a−b2

प्रश्न 4.

समीकरण x + 1x1x = 31313 को हल कीजिये।

हल:

समीकरण

x + 1x1x = 31313

x + 1x1x = 103103

$3x^2 + 3 = 10x$

3x

$\Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x$

$\therefore 3x^2 - 10x + 3 = 0$

$3x^2 - 9x - x + 3 = 0$

$3x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$

$(3x - 1)(x - 3) = 0$

∴ x = 3, 1313

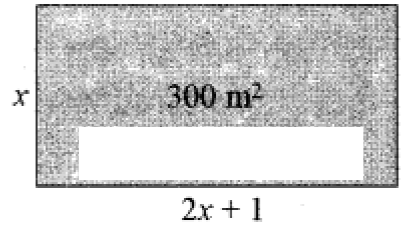
https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 5.
अंकित तथा उसके पिताजी की आयु में 30 वर्षों का अन्तर है। उनकी आयु के वर्गों का अन्तर 1560 है। अंकित तथा उसके पिताजी की आयु ज्ञात कीजिए।
हल:
माना पिता की आयु = x वर्ष
अंकित की आयु = $x - 30$ वर्ष
प्रश्नानुसार
$x^2 - (x - 30)^2 = 1560$
$\Rightarrow x^2 - x^2 + 60x - 900 = 1560$
$\Rightarrow 60x = 1560 + 900$
$\Rightarrow 60x = 2460$
$\Rightarrow x = 246060246060 = 41$
अतः पिता की आयु = 41 वर्ष तथा पुत्र की आयु = 41 - 30 = 11 वर्ष उत्तर

प्रश्न 6.
द्विघात समीकरण $6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।
हल:
प्रश्नानुसार $6x^2 - x - 2 = 6x^2 + 3x - 4x - 2$
$= 3x (2x + 1) - 2 (2x + 1)$
$= (3x - 2) (2x + 1)$
$6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल x के वे मान हैं, जिनके लिए $(3x - 2) (2x + 1) = 0$ हो।
इसलिए $3x - 2 = 0$ या $2x + 1 = 0$
अर्थात् $x = 2323$ या $x = -1212$
अत: $6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल 2323 और - 1212 हैं। उत्तर

प्रश्न 7.
द्विघात समीकरण $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।
हल:
$3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2$
$= 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2$
$= \sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3}x - \sqrt{2})$
$= (\sqrt{3}x - \sqrt{2}) (\sqrt{3}x - \sqrt{2})$
अतः समीकरण के मूल x के वे मान हैं, जिनके लिए
$(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) (\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$
अब $x = \sqrt{2323}$ के लिए, $\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$ है।
अतः यह मूल, गुणनखण्ड $\sqrt{3}x - \sqrt{2}$ के दो बार आने के कारण, दो बार आता है, अर्थात् इस मूल की पुनरावृत्ति होती है।
इसलिए $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ के मूल $\sqrt{23}, \sqrt{2323}, 23$ हैं।

प्रश्न 8.
सामने दिया गया चित्र एक प्रार्थना कक्ष का है। इस कक्ष की विमाएँ ज्ञात कीजिए।



हल:
कक्ष की लम्बाई = 2x + 1
कक्ष की चौड़ाई = x
∴ कक्ष का क्षेत्रफल = (2x + 1) . x m^2
= $(2x^2 + x)$ m^2
∴ $2x^2 + x = 300$ (दिया है)
अतः $2x^2 + x - 300 = 0$
इसलिए कक्ष की चौड़ाई समीकरण $2x^2 + x - 300 = 0$ जो एक द्विघात समीकरण है, को सन्तुष्ट करना चाहिए।
गुणनखण्डन विधि का प्रयोग करने पर
$2x^2 - 24x + 25x - 300 = 0$
या $2x (x - 12) + 25 (x - 12) = 0$
अर्थात् $(x - 12) (2x + 25) = 0$
अतः, दिए गए समीकरण के मूल x = 12 या x = - 12.5 हैं। क्योंकि x कक्ष की चौड़ाई है, यह ऋणात्मक नहीं हो सकती। इसलिए, कक्ष की चौड़ाई 12 m है।
इसकी लम्बाई = 2x + 1 = 25 m होगी। उत्तर

प्रश्न 9.
समीकरण $2x^2 - 5x + 3 = 0$ को पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से हल कीजिए।
हल:

समीकरण $2x^2 - 5x + 3 = 0$ वही है, जो

$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ है।

अब $x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

$$= \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{3}{2}$$

$$= \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}$$

https://www.evidyarthi.in/

इसलिए $2x^2 - 5x + 3 = 0$ को $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$

की तरह लिखा जा सकता है।

अतः समीकरण $2x^2 - 5x + 3 = 0$ के मूल वस्तुत:

वही हैं, जो $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$ के मूल हैं।

अब $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$ वही है, जो

$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ है।

इसलिए $x - \frac{5}{4} = \pm \frac{1}{4}$

अर्थात् $x = \frac{5}{4} \pm \frac{1}{4}$

अर्थात् $x = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}$ या $\frac{5}{4} - \frac{1}{4}$

अर्थात् $x = \frac{3}{2}$ या $x = 1$

इसलिए समीकरण के हल $x = \frac{3}{2}$ और 1 हैं।

प्रश्न 10.
पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से समीकरण $5x^2 - 6x - 2 = 0$ के मूल हल कीजिए।
हल:
दिए हुए समीकरण को 5 से गुणा करने पर, $25x^2 - 30x - 10 = 0$
यह निम्न के तुल्य है:
$(5x)^2 - 2 \times (5x) \times 3 + 3^2 - 3^2 - 10 = 0$
अर्थात् $(5x - 3)^2 - 9 - 10 = 0$
अर्थात् $(5x - 3)^2 - 19 = 0$
अर्थात् $(5x - 3)^2 = 19$
अर्थात् $5x - 3 = \pm \sqrt{19}$
अर्थात् $5x = 3 \pm \sqrt{19}$
अतः x = 3±√1953±195
इसलिए मूल 3±√1953±195 और 3±√1953±195 हैं।

प्रश्न 11.
हंसों की एक टोली में से हंसों की कुल संख्या के वर्गमूल के 7272 गुना हंस तालाब के किनारे खेल रहे हैं। शेष 2 हंस तालाब के पानी में खेल रहे हैं। हंसों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
हल:
माना कुल हंसों की संख्या = x है।
∴ x के वर्गमूल 7272 का गुना = 7272 √x प्रश्नानुसार
$7272\sqrt{x} + 2 = x$
$\Rightarrow 7272\sqrt{x} = x - 2$
दोनों पक्षों का वर्ग करने पर
$494494x = x^2 - 4x + 4$
$\Rightarrow 49x = 4x^2 - 16x + 16$
$\Rightarrow 4x^2 - 16x + 16 - 49x = 0$
$\Rightarrow 4x^2 - 65x + 16 = 0$
$\Rightarrow 4x^2 - 64x - x + 16 = 0$
$\Rightarrow 4x(x - 16) - 1(x - 16) = 0$
$= (4x - 1)(x - 16) = 0$
यदि $4x - 1 = 0$
तब $x = 1414$
यदि $x - 16 = 0$
तब $x = 16$
$\Rightarrow x = 16, 1414$
अतः हंसों की कुल संख्या = 16

https://www.evidyarthi.in/