गणित Important Questions Chapter 5 Class 10 Ganit समांतर श्रेणियाँ Bihar Board

अतिलघूत्तरात्मक प्रश

प्रश्न 1.
समान्तर श्रेढ़ी 3, 7, 11, 15, ……… का कौनसा पद 499 होगा?
हल:
a = 3, d = 7 - 3 = 4,
a_n = 499
अब a_n = a + (n - 1) × d
⇒ 499 = 3 + (n - 1) × 4
⇒49644964 = n - 1
⇒ 124 = n - 1
∴ n = 124 + 1 = 125

प्रश्न 2.
समान्तर श्रेढ़ी 18, 16, 14,….. के कितने पद लिए जाएँ कि योगफल शून्य हो।
हल:
माना n पद लिये जायें
a = 18, d = 16 - 18 = - 2,
S_n = 0 (दिया है।)
S_n = n2n2 (2a + (n – 1) a)
0 = n2n2 [2 × 18 + (n - 1) × (- 2)]
⇒ 0 = 36 - 2n + 2
⇒ 2n = 38
∴ n = 382382 = 19

प्रश्न 3.
श्रेढ़ी a + b, a - b, a-3b का 20 पदों का योग बताइए।
हल:
दिया गया है
प्रथम पद (A) = a + b
सार्व अन्तर (d) = a - b - a - b
= - 2b
अब S_{20} = 202202[2(a + b) + (20 - 1) × (- 2b)]
= 10(2a + 2b - 40b + 2b)
= 10(2a - 36b) = 20(a - 18b)

प्रश्न 4.
समान्तर श्रेढ़ी 1, - 2, - 5, - 8, ... का सार्व अन्तर तथा अगले तीन पद लिखिए।
हल:
सार्व अन्तर (d) = - 2 - 1 = - 3
अगले पद a_5 = - 11, a_6 = - 14, a_7 = - 18

प्रश्न 5.
समान्तर श्रेढ़ी 8, 6, 4, ... का 9 पदों तक योग ज्ञात कीजिए।
हल
प्रथम पद (a) = 8
सार्व अन्तर (d) = 6 - 8 = - 2
S_n = n2n2[2a + (n - 1) d]
∴ S_9 = 9292[2 × 8 + (9 - 1) × (-2)]
= 9292 [16 - 16] = 0

प्रश्न 6.
यदि दो संख्याओं a तथा b के मध्य n समान्तर माध्य प्रविष्ट किए जाएँ तो सार्व अन्तर d का मान बताइए।
उत्तर:
d = b−an+1b−an+1

प्रश्न 7.
समान्तर श्रेढ़ी में वे तीन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल-3 और गुणनफल 8 है।
हल:
समान्तर श्रेढ़ी के तीन पद a + d, a, a - d होंगे।
प्रश्नानुसार a + d + a + a - d = - 3 .
a = - 1
(a + d) × a × (a - d) = 8
(- 1 + d) × (- 1) (- 1 - d) = 8
⇒ (1 + d) (d - 1) = 8
∴ d^2 - 1 = 8
d^2 = 9 या d= ± 3
अतः वे संख्याएँ 2, - 1, - 4 होंगी।

प्रश्न 8.
समान्तर श्रेढ़ी का व्यापक पद ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।
उत्तर:
a_n = a + (n - 1) d

प्रश्न 9.
यदि किसी समान्तर श्रेढ़ी का चौथा पद 64 तथा 54वाँ पद - 61 हो, तो उसका
सार्व अन्तर कितना होगा?
उत्तर:

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्नानुसार
$a_4 = a + 3d$
$64 = a + 3d$ .... (1)
इसी प्रकार $a_{54} = a + 53d$.
$- 61 = a + 53d$ .... (ii)
समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर .
$125 = - 50d$.
d = −12550−12550 = −52−52

प्रश्न 10.
समान्तर श्रेढ़ी के n पदों का योगफल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।
उत्तर:
S_n = n2n2 [2a + (n - 1)d]

प्रश्न 11.
किसी समान्तर श्रेढ़ी का तीसरा पद 18 तथा सातवाँ पद 30 हो, तो इसका 15वाँ पद लिखिए।
उत्तर:
प्रश्नानुसार
$18 = a_3 = a + 2d$ .... (i)
$30 = a_7 = a + 6d$ .... (ii)
समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर
$- 12 = - 4d$
∴ d = 37
समीकरण (i) से
$18 = a + 2 \times 3$
$a_{15} = a + 14d = 12 + 14 \times 3$
$= 12 + 42 = 54$

प्रश्न 12.
a और b का समान्तर माध्य लिखिए।
उत्तर:
समान्तर माध्य = a+b2a+b2

प्रश्न 13.
m के किस मान के लिए 10, m, -2 समान्तर श्रेढ़ी में होंगे?
हल:
हम जानते हैं यदि तीन संख्याएँ a, b तथा c समान्तर श्रेढ़ी में होती हैं, तब b = a+c2a+c2 होता है।
⇒ m = 10+(−2)210+(−2)2
= 10−2210−22 = 8282 = 4
∴ m = 4 उत्तर

प्रश्न 14.
यदि a = 9 -5n एक समान्तर श्रेढी (A.P.) का nवाँ पद है, तो सार्व अन्तर लिखिये।
हल:
दिया गया है:
$a_n = 9 - 5n$
n = 1, 2, 3, ... रखने पर
$a_1 = 9 - 5(1) = 4$
$a_2 = 9 - 5(2) = 9 - 10 = - 1$
$a_3 = 9 - 5(3) = 9 - 15 = - 6$
A.P. के लिये सार्व अन्तर
$(d) = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$
$\therefore d = - 1 - 4 = - 5$

प्रश्न 15.
समान्तर श्रेढ़ी 4, 1, -2, -5 ..... के अगले दो पद लिखिए।
हल:
दी गई श्रेढ़ी 4, 1, -2, -5 ......
श्रेढ़ी का सार्वअन्तर d = 1 - 4 = - 3
अतः 5वाँ पद
$(a_5) = - 5 + (-3) = - 5 - 3 = - 8$
6ठा पद $(a_6) = - 8 + (-3)= - 8 - 3 = - 11$
अर्थात् $a_5 = - 8$ व $a_6 = -11$

प्रश्न 16.
समान्तर श्रेढ़ी 7, 5, 3, 1, -1, -3,...... का सार्व अन्तर ज्ञात कीजिए।
हल:
समान्तर श्रेढ़ी 7, 5, 3, 1, -1, -3, ...
$\because$ सार्वअन्तर $= a_2 - a_1$
यहाँ $a_1 = 7, a_2 = 5$
$\therefore$ सार्वअन्तर $(d) = 5 - 7 = -2$

प्रश्न 17.
A.P. -17, -12, -7, ... में 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।
हल:
यहाँ a = -17, d = -12 - (-17) = -12 + 17 = 5
और n = 11 चूँकि a = a + (n - 1)d है
इसलिए - $a = -17 + (11 - 1) \times 5$
$= - 17 + 10 \times 5$
$= -17 + 50 = 33$
अतः दी हुई A.P. का 11वाँ पद 33 है।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 1.
A.P. : 2, 7, 12, ... का 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।
हल:
यहाँ a = 2,d = 7 - 2 = 5 और n = 10 है।
चूँकि $a_n = a + (n - 1) d$ है, इसलिए ।
$a_{10} = 2 + (10 - 1) \times 5 = 2 + 45 = 47$
अतः दी हुई A.P. का 10वाँ पद 47 है।

प्रश्न 2.
वह A.P. निर्धारित कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7वाँ पद 9 है।
हल:
प्रश्नानुसार,
$a_3 = a + (3 - 1)d = a + 2d = 5$ ..... (1)
और $a_7 = a + (7 - 1) d = a + 6d = 9$ .....(2)
समीकरणों (1) और (2) के युग्म को हल करने पर,
a = 3, d = 1
अतः वांछित A.P. : 3, 4, 5, 6, 7, ... है।

प्रश्न 3.
28 पदों वाली समान्तर श्रेढ़ी 7, 16, 25, 34, ... का अन्तिम पद ज्ञात कीजिए।
हल:
दिया हुआ है : प्रथम पद (a) = 7
सार्व अन्तर (d) = 16 - 7 = 9
ज्ञात करना है अन्तिम पद अर्थात् 28वाँ पद = a_{28}
सूत्-
$a_n = a + (n - 1) d$
$a_{28} = 7 + (28 - 1) 9$
$= 7 + (27 \times 9)$
$= 7 + 243 = 250$
अतः अन्तिम पद = 250

प्रश्न 4.
17 पदों वाली समान्तर श्रेढ़ी 18, 16, 14, 12, ... का अन्तिम पद ज्ञात कीजिए।
हल:
दिया हुआ है: प्रथम पद (a) = 18,
सार्व अन्तर (d) = 16 - 18 = (-2)
ज्ञात करना है-अन्तिम पद अर्थात् 17वाँ पद = a_{17}
सूत्र $a_n = a + (n - 1) d$
$a_{17} = 18 + (17 - 1) (-2)$
$= 18 + [16 \times (-2)]$
$= 18 - 32 = - 14$
अतः अन्तिम पद = (- 14)

प्रश्न 5.
दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?
हल:
3 से विभाज्य होने वाली दो अंकों की संख्याओं की सूची है: 12, 15, 18, ..., 99 .
क्या यह एक A.P. है? हाँ, यह है। यहाँ a = 12,d = 3 तथा a_n = 99 है।
चूंकि $a_n = a + (n - 1) d$
इसलिए $99 = 12 + (n - 1) \times 3$ अर्थात्
$87 = (n - 1) \times 3$
अर्थात् n - 1 = 873873 = 29
n = 29 + 1 = 30
अतः, 3 से विभाज्य दो अंकों वाली 30 संख्याएँ हैं। उत्तर

प्रश्न 6.
किसी समान्तर श्रेढ़ी के 11 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए जबकि उसके प्रथम व अन्तिम पद का योग 40 है।
हल:
दिया हुआ है-
(1) प्रथम व अन्तिम पद का योग (a + 1) = 40
(2) पदों की संख्या n = 11
ज्ञात करना है : 11 पदों का योग (S_{11}).
S_n = n(a+l)2n(a+l)2
S_{11} = 11(40)211(40)2 = 11 × 20 = 220

प्रश्न 7.
A.P. : 8, 3, - 2,..... के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
हल:
यहाँ a = 8, d = 3 - 8 = - 5 और n = 22 है। हम जानते हैं कि
S = n2n2 [2a + (n - 1)d]
अतः S = 222222 [16 + 21 (- 5)]
= 11 (16 - 105)
= 11 (- 89) = - 979
इसलिए दी हुई A.P. के प्रथम 22 पदों का योग 979 है।

प्रश्न 8.
किसी समान्तर श्रेढ़ी का nवाँ पद 2n + | 5 है तो श्रेढ़ी के सात पदों का योगफल ज्ञात कीजिये।
हल:
चूँकि दिया गया है :
$a_n = 2n + 5$
n = 1, 2, 3 .... रखने पर
$a_1 = 2 \times 1 + 5 = 2 + 5 = 7$
$a_2 = 2 \times 2 + 5 = 4 + 5 = 9$
$a_3 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$
∴ श्रेढ़ी होगी

https://www.evidyarthi.in/

7, 9, 11 ....

$\therefore d = a_2 - a_1 = 9 - 7 = 2.$

$\therefore S_n$ = n2n2[2a + (n - 1) d]

= 7272 [2 × 7 + (7 - 1) × 2]

= 7272 [14 + 12] = 7272 × 26

= 7 × 13 = 91

प्रश्न 9.

समान्तर श्रेढ़ी 2, 7, 12, ... का 11वाँ - पद ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ a = 2, d = 7 - 2 = 5 और n = 10 है।

$\because a_n = a + (n - 1)d$ अतः.

$a_{11} = 2 + (11 - 1) \times 5 = 2 + 50 = 52$

अतः दी हुई समान्तर श्रेढ़ी का 11वाँ पद 52 है।

प्रश्न 10.

यदि किसी A.P. के प्रथम 12 पदों का योग 468 है तथा इसका सार्वअन्तर 6 है तो 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:

प्रश्नानुसार यहाँ S_{12} = 468, n = 12 तथा सार्वअन्तर (d) = 6

$\because S_n$ = n2n2[2a + (n - 1)d]

⇒ 468 = 122122 [2a+ (12-1) 6]

या 468 = 6 [2a + 66]

या 2a + 66 = 468 = 78

या 2a = 78 - 66 = 12

∴ a = 122122 = 6

अब 10वाँ पद $a_{10} = a + (n - 1) d$

= 6 + (10 - 1) 6

= 6 + 9 × 6

= 6 + 54

= 60

अर्थात् 10वाँ पद 60 है। उत्तर

प्रश्न 11.

A.P. : 17, 15, 13, ... के कितने पद लिए जाएँ ताकि उनका योग 81 हो?

हल:

प्रश्नानुसार A.P. 17, 15, 13, ...

यहाँ a = 17, d = 15 - 17 = - 2 तथा S_n = 81

∴ n2n2[2a + (n - 1)d] = 81

या n2n2[2(17) + (n - 1) (-2)] = 81

या n2n2[34 - 2n + 2] = 81

या n2n2[-2n + 36] = 81

या n[- n + 18]= 81

या $-n^2 + 18n - 81 = 0$
या $n^2 - 18n + 81 = 0$
$n^2 - 9n - 9n + 81 = 0$
$n(n - 9) - 9(n - 9) = 0$
$(n - 9)(n - 9) = 0$
$(n - 9)^2 = 0$
या $n = 9$
अर्थात् A.P. का योग 81 प्राप्त करने के लिए 9 पद लिए जायें।

https://www.evidyarthi.in/