

आँकड़ों का प्रबंधन



अध्याय 9

9.1 भूमिका

आपने अपनी कक्षा में अपने शिक्षक को रजिस्टर पर प्रतिदिन विद्यार्थियों की उपस्थिति अंकित करते या प्रत्येक टेस्ट अथवा परीक्षा के बाद आपके द्वारा प्राप्त अंकों को अंकित करते हुए अवश्य ही देखा होगा। इसी प्रकार, आपने क्रिकेट के एक स्कोर बोर्ड को भी अवश्य देखा होगा। ऐसे दो-दो स्कोर बोर्ड नीचे दर्शाए जा रहे हैं :

गेंदबाज का नाम	ओवर	मेडन ओवर	दिए गए रन	लिए गए विकेट
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

बल्लेबाज का नाम	रन	खेली गई गेंदें	समय (मिनटों में)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

आप जानते हैं कि खेल में कौन जीता या कौन हारा केवल यही सूचना अंकित नहीं की जाती है। स्कोर बोर्ड में आप खेल के बारे में कुछ और अति उपयोगी सूचनाएँ भी प्राप्त कर लेते हैं, जो उतनी ही महत्वपूर्ण होती है। उदाहरणार्थ, आप यह ज्ञात कर सकते

हैं कि सबसे अधिक रन बनाने वाले खिलाड़ी ने कितना समय लिया और कितनी गेंदों का सामना किया।

इसी प्रकार, अपने दैनिक जीवन में, आपने संख्याओं, आकृतियों, नामों इत्यादि से संबंधित अनेक प्रकार की सारणियाँ (Tables) देखी होंगी।

ये सारणियाँ हमें 'आँकड़े' (Data) उपलब्ध कराती हैं। **आँकड़े संख्याओं के वे संग्रह हैं जो कुछ सूचनाएँ देने के लिए एकत्रित किए जाते हैं।**

9.2 आँकड़ों का अभिलेखन

आइए, एक उदाहरण लें जिसमें किसी कक्षा के विद्यार्थी एक सैर (Picnic) पर जाने की तैयारी कर रहे हैं। शिक्षक ने विद्यार्थियों से चार फलों केला, सेब, संतरा या अमरूद में से एक फल चुनने को कहा। इसकी सूची बनाने का कार्य उमा को सौंपा गया। उसने सभी बच्चों की एक सूची बनाई और प्रत्येक नाम के सम्मुख उसके द्वारा चुना हुआ फल लिख दिया। यह सूची बच्चों की पसंद के अनुसार उन्हें फल देने में शिक्षक की सहायता करेगी।

राघव	—	केला	भावना	—	सेब
प्रीति	—	सेब	मनोज	—	केला
अमर	—	अमरूद	डोनाल्ड	—	सेब
फातिमा	—	संतरा	मारिया	—	केला
अमिता	—	सेब	उमा	—	संतरा
रमन	—	केला	अख़्तर	—	अमरूद
राधा	—	संतरा	रितु	—	सेब
फरीदा	—	अमरूद	सलमा	—	केला
अनुराधा	—	केला	कविता	—	अमरूद
रति	—	केला	जावेद	—	केला

यदि शिक्षक यह जानना चाहे कि कक्षा के लिए कितने केलों की आवश्यकता होगी, तो उसे सूची में दिए सभी नामों को एक-एक करके पढ़ कर केलों की संख्या की गिनती करनी पड़ेगी और इससे ज्ञात होगा कि कुल कितने केलों की आवश्यकता है। सेबों, अमरूदों और संतरों की अलग-अलग संख्याएँ ज्ञात करने के लिए भी उसे प्रत्येक फल के लिए, इसी प्रक्रिया को दोहराना होगा। यह प्रक्रिया कितनी जटिल और समय लेने वाली है। यह प्रक्रिया और भी अधिक जटिल हो सकती है, यदि सूची में विद्यार्थियों की संख्या 50 हो जाए।

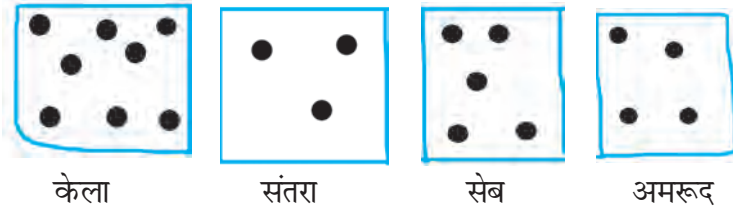
इसलिए, उमा एक-एक करके केवल इन फलों के नाम ऐसे लिखती है :

केला, सेब, अमरूद, संतरा, सेब, केला, संतरा, अमरूद, केला, केला, सेब, केला, संतरा, अमरूद, सेब, केला, अमरूद, केला।



क्या आप सोचते हैं कि इससे शिक्षक का कार्य सरल हो जाता है? उसे अब भी पहले की तरह फलों को एक-एक करके गिनना पड़ेगा।

सलमा के मस्तिष्क में एक नया विचार आता है। वह फ़र्श पर चार वर्ग बना देती है। प्रत्येक वर्ग को केवल एक प्रकार के फल के लिए ही रखा जाता है। वह बच्चों से कहती है कि वह अपने पसंद के फल वाले वर्ग में एक कंकड़ रख दें। अर्थात् वह विद्यार्थी जिसने केला चुना है केले से अंकित वर्ग में एक कंकड़ रख देगा इत्यादि।



प्रत्येक वर्ग के कंकड़ गिन कर, सलमा तुरंत यह बता सकती है कि प्रत्येक प्रकार के कितने फलों की आवश्यकता है। वह वांछित सूचना विभिन्न वर्गों में एक क्रमबद्ध तरीके से कंकड़ रख कर तुरंत प्राप्त कर सकती है।

इस क्रियाकलाप को 40 विद्यार्थियों के लिए किन्हीं भी चार फलों के साथ करने का प्रयत्न कीजिए। आप कंकड़ों के स्थान पर बोटलों के ढक्कन या किसी अन्य टोकन (Token) का भी प्रयोग करते हैं।

9.3 आँकड़ों का संगठन

सलमा ने जो सूचनाएँ प्राप्त कीं, वही सूचना रोनाल्ड एक पेन और कागज़ लेकर ज्ञात कर सकता है। उसे कंकड़ों की आवश्यकता नहीं है। वह बच्चों से यह भी नहीं कहता कि आओ और वर्ग में कंकड़ रखो। वह निम्न सारणी तैयार करता है :

केला	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	8
संतरा	✓ ✓ ✓	3
सेब	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	5
अमरूद	✓ ✓ ✓ ✓	4

क्या आप रोनाल्ड की सारणी को समझ रहे हैं?

एक (✓) चिह्न क्या सूचित करता है?

चार विद्यार्थियों के अमरूद को चुना। अमरूद के सम्मुख कितने (✓) चिह्न लगे हैं?

कक्षा में कुल कितने विद्यार्थी हैं? ये सभी सूचनाएँ ज्ञात कीजिए। इन विधियों के बारे में चर्चा कीजिए। कौन-सी विधि सबसे अच्छी है? क्यों?

यदि बहुत अधिक ज़्यादा आँकड़ों से सूचना प्राप्त करनी हो, तो कौन-सी विधि अधिक उपयोगी (लाभप्रद) है?

उदाहरण 1 : दोपहर के भोजन योजना के लिए एक शिक्षक प्रत्येक विद्यार्थी के भोजन की रुचि जानना चाहता है। शिक्षक इस सूचना को एकत्रित करने का कार्य मारिया को सौंपता है। मारिया इसे एक कागज़ और एक पेंसिल लेकर करती है। भोजन की रुचियों को एक स्तंभ में लिखकर, वह प्रत्येक विद्यार्थी की रुचि के लिए उस रुचि के सामने एक खड़ी लकीर (|) अंकित करती है।

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या
केवल चावल	
केवल रोटी	
चावल और रोटी दोनों	

उपरोक्त सारणी को देखकर, उमेश ने विद्यार्थियों को गिनने की एक बेहतर विधि का सुझाव दिया। उसने मारिया से चिहनों (|) को दस-दस के समूहों में निम्न प्रकार व्यवस्थित करने को कहा :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल		17
केवल रोटी		13
चावल और रोटी दोनों		20

राजन ने इसको और अधिक सरल बनाने के लिए उससे कहा कि वह दस-दस के समूहों के स्थान पर पाँच-पाँच के समूह बनाए, जैसा नीचे दिखाया जा रहा है :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल		17
केवल रोटी		13
चावल और रोटी दोनों		20

शिक्षक ने सुझाव दिया कि पाँच-पाँच के प्रत्येक समूह में पाँचवाँ चिह्न एक तिरछी रेखा के रूप में प्रयोग किया जाए, जैसा कि 'N' में दर्शाया गया है। इन चिहनों को मिलान चिह्न (Tally Marks) कहते हैं। इस प्रकार, N || यह दर्शाता है कि गिनने पर यह पाँच जमा दो (अर्थात् सात) है। और N N यह दर्शाता है कि यह पाँच जमा पाँच (अर्थात् दस) है।

इसके साथ, सारणी निम्न प्रकार की दिखती है :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल		17
केवल रोटी		13
चावल और रोटी दोनों		20

उदाहरण 2 : एकता से उसकी कक्षा VI के विद्यार्थियों के जूतों के माप के बारे में आँकड़े एकत्रित करने के लिए कहा गया। उसने नीचे दर्शाए अनुसार अपने आँकड़े लिखे :

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

जावेद निम्नलिखित सूचना जानना चाहता था:

(i) अधिकतम विद्यार्थियों द्वारा पहने जाने वाले जूते का नाप (ii) न्यूनतम विद्यार्थियों द्वारा पहने जाने वाले जूते का नाप। क्या आप इस सूचना को ज्ञात कर सकते हैं?

एकता ने मिलान चिहनों का प्रयोग करके एक सारणी तैयार की :

जूतों का नाप	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
4		5
5		8
6		10
7		7
8		2



अब पहले पूछे गए प्रश्नों का उत्तर सरलता से दिया जा सकता है। आप इसी प्रकार का क्रियाकलाप अपनी कक्षा में मिलान चिहनों के प्रयोग द्वारा कर सकते हैं।







इन्हें कीजिए

- अपने सहपाठियों के परिवारों के सदस्यों की संख्या से संबंधित सूचनाएँ एकत्रित कीजिए और उन्हें एक सारणी के रूप में निरूपित कीजिए। ज्ञात कीजिए कि (a) कौन-सी संख्या न्यूनतम बार आती है। (b) कौन-सी संख्या अधिकतम बार आती है। (c) कौन-सी संख्याएँ बराबर बार आती हैं।

परिवार के सदस्यों की संख्या	मिलान चिह्न	उतने परिवार के सदस्यों वाले विद्यार्थियों की संख्या

9.4 चित्रालेख

एक अलमारी में पाँच खाने हैं। प्रत्येक खाने में, पुस्तकें एक पंक्तिबद्ध रूप से रखी हुई हैं। विस्तृत जानकारी निम्न प्रकार सूचित की गई है :

	 = 1 पुस्तक
पंक्ति 1	
पंक्ति 2	
पंक्ति 3	
पंक्ति 4	
पंक्ति 5	

किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे अधिक है? किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे कम है? क्या ऐसी पंक्ति है जिसमें एक भी पुस्तक नहीं है?

आप उपरोक्त आलेख को देखकर ही इन प्रश्नों के उत्तर दे सकते हैं। इसमें प्रयुक्त चित्र आँकड़ों को समझने में आपकी सहायता करते हैं। इसे एक **चित्रालेख (pictograph)** कहते हैं।

एक चित्रालेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं या वस्तुओं के भागों के रूप में निरूपित करता है। इसको केवल देखकर ही आँकड़ों से संबंधित प्रश्नों के उत्तर दिए जा सकते हैं।

इन्हें कीजिए

समाचार पत्र और पत्रिकाएँ प्रायः पाठकों को आकर्षित करने के लिए चित्रालेखों का प्रयोग करते हैं।

इस प्रकार प्रकाशित एक या दो चित्रालेखों को एकत्रित कीजिए और उन्हें अपनी कक्षा में प्रदर्शित कीजिए। यह समझने का प्रयत्न कीजिए कि ये चित्रालेख क्या दर्शाते हैं।



एक चित्रालेख द्वारा प्रदान की गई सूचनाओं को समझने के लिए कुछ अभ्यास करने की आवश्यकता है।

9.5 एक चित्रालेख की व्याख्या

उदाहरण 3 : पिछले सप्ताह में 30 विद्यार्थियों वाली एक विशिष्ट कक्षा में अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा विस्तृत रूप से दर्शाई गई है:






	 = 1 अनुपस्थित
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

- किस दिन सबसे अधिक विद्यार्थी अनुपस्थित थे?
- किस दिन उपस्थिति पूर्ण रही?
- इस सप्ताह में कुल अनुपस्थिति कितनी रही?

हल :

- सबसे अधिक विद्यार्थी शनिवार को अनुपस्थित रहे। (इन आँकड़ों को निरूपित करने वाली शनिवार की पंक्ति में 8 चित्र हैं, अन्य दिनों के लिए चित्रों की संख्या कम है।)
- बृहस्पतिवार की पंक्ति में कोई चित्र नहीं है। इसका अर्थ है कि इस दिन कोई विद्यार्थी अनुपस्थित नहीं था। अर्थात् उस दिन कक्षा में पूर्ण उपस्थिति रही।
- कुल मिलाकर यहाँ 20 चित्र हैं। इसलिए, इस सप्ताह में कुल अनुपस्थिति 20 रही।


उदाहरण 4 : किसी मोहल्ले के व्यक्तियों द्वारा पसंद किए गए फ्रिजों (Fridges) के रंगों की सूचना निम्न चित्रालेख द्वारा दर्शाई गई है :

	 = 10 व्यक्ति
नीला	
हरा	
लाल	
सफ़ेद	

- (a) नीले रंग को पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
 (b) कितने व्यक्ति लाल रंग पसंद करते हैं?

हल

- : (a) नीला रंग पसंद करने वाले 50 व्यक्ति हैं?

[ = 10 व्यक्ति। इसलिए ऐसे 5 चित्र 5×10 व्यक्ति दर्शाते हैं।]

- (b) लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने के लिए, कुछ सोचना पड़ेगा।

5 पूरे चित्रों के लिए, हमें $5 \times 10 = 50$ व्यक्ति प्राप्त होते हैं।

अंतिम अधूरे चित्र के लिए हम इसे अनुमानित रूप से 5 व्यक्ति मान सकते हैं।







अतः लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या 55 है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

उपरोक्त उदाहरण में, लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या $50 + 5 = 55$ ली है। यदि आपका मित्र इसे $50 + 8 = 58$ ले, तो क्या आप इसे स्वीकार करेंगे?

उदाहरण 5

- : किसी स्कूल में एक सर्वेक्षण द्वारा यह पता लगाया गया कि प्रतिदिन स्कूल आने के लिए विद्यार्थी यातायात के किस साधन का प्रयोग करते हैं। कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों से साक्षात्कार किया गया और प्राप्त आँकड़ों को एक चित्रालेख के रूप में निम्न प्रकार प्रदर्शित किया गया :








यातायात का साधन	विद्यार्थियों की संख्या	 = 1 विद्यार्थी
निजी कार		
सार्वजनिक बस		
स्कूल बस		
साइकिल		
पैदल		

इस चित्रालेख से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

- (a) निजी कार से आने वाले विद्यार्थियों की संख्या 4 है।
 (b) अधिकतम विद्यार्थी (11) स्कूल बस से स्कूल आते हैं। यह यातायात का सर्वाधिक लोकप्रिय साधन है।
 (c) साइकिल का प्रयोग केवल तीन विद्यार्थी ही करते हैं।
 (d) अन्य साधनों का प्रयोग करने वाले विद्यार्थियों की संख्या भी इसी प्रकार ज्ञात की जा सकती है।

उदाहरण 6

- : किसी सप्ताह में, एक फैक्टरी द्वारा निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :

दिन	 = 100 कलाई घड़ियाँ
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

- (a) किस दिन न्यूनतम कलाई घड़ियाँ निर्मित की गई?
 (b) किस दिन निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या अधिकतम थी?
 (c) इस विशेष सप्ताह में निर्मित कलाई घड़ियों की सन्निकट संख्या ज्ञात कीजिए?

हल

: हम एक सारणी बनाकर गिनती कर सकते हैं।

दिन	निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या
सोमवार	600
मंगलवार	700 से अधिक और 800 से कम
बुधवार
बृहस्पतिवार
शुक्रवार
शनिवार

उपरोक्त सारणी को पूरा कीजिए और उत्तर ज्ञात कीजिए।



प्रश्नावली 9.1

1. गणित के एक टेस्ट में 40 विद्यार्थियों द्वारा निम्नलिखित अंक प्राप्त किए गए। इन अंकों को मिलान चिहनों का प्रयोग करके, एक सारणी के रूप में व्यवस्थित कीजिए।

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

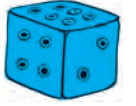
- (a) ज्ञात कीजिए कि कितने विद्यार्थियों ने 7 या उससे अधिक अंक प्राप्त किए।
 (b) कितने विद्यार्थियों ने 4 से कम अंक प्राप्त किए?
 2. कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों की मिठाइयों की पसंद निम्नलिखित है :
 लड्डू, बरफ़ी, लड्डू, जलेबी, लड्डू, रसगुल्ला

जलेबी, लड्डू, बरफ़ी, रसगुल्ला, लड्डू, जलेबी, लड्डू
 जलेबी, रसगुल्ला, लड्डू, रसगुल्ला, जलेबी, लड्डू
 रसगुल्ला, लड्डू, लड्डू बरफ़ी, रसगुल्ला, रसगुल्ला
 जलेबी, रसगुल्ला, लड्डू, रसगुल्ला, जलेबी, लड्डू।

(a) मिठाइयों के इन नामों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करते हुए एक सारणी में व्यवस्थित कीजिए।

(b) कौन सी मिठाई विद्यार्थियों द्वारा अधिक पसंद की गई?

3. केथरिन ने एक पासा (dice) लिया और उसको 40 बार उछालने पर प्राप्त संख्या को लिख लिया। उसने इस कार्य को 40 बार किया और प्रत्येक बार प्राप्त संख्याओं को निम्न प्रकार लिखा :









1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

एक सारणी बनाइए और आँकड़ों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करके लिखिए। अब, ज्ञात कीजिए :

- (a) न्यूनतम बार आने वाली संख्या।
 (b) अधिकतम बार आने वाली संख्या।
 (c) समान बार आने वाली संख्याएँ।

संख्या	मिलान चिह्न	कितनी बार
1		
2		
3		
4		
5		
6		










4. निम्नलिखित चित्रालेख पाँच गाँवों में ट्रैक्टरों की संख्या दर्शाता है :

	 = 1 ट्रैक्टर
गाँव A	
गाँव B	
गाँव C	
गाँव D	
गाँव E	

चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या न्यूनतम है?
- किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या अधिकतम है?
- गाँव C में गाँव B से कितने ट्रैक्टर अधिक हैं?
- पाँचों गाँवों में कुल मिलाकर कितने ट्रैक्टर हैं?

5. एक सह-शिक्षा माध्यमिक विद्यालय की प्रत्येक कक्षा में लड़कियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :









	 = 4 लड़कियाँ
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	

इस चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- किस कक्षा में लड़कियों की संख्या न्यूनतम है?
- क्या कक्षा VI में लड़कियों की संख्या कक्षा V की लड़कियों की संख्या से कम है?
- कक्षा VII में कितनी लड़कियाँ हैं?










6. किसी सप्ताह के विभिन्न दिनों में बिजली के बल्बों की बिक्री नीचे दर्शाई गई है :

	 = 2 बल्ब
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	
रविवार	

चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- शुक्रवार को कितने बल्ब बेचे गए?
 - किस दिन बेचे गए बल्बों की संख्या अधिकतम थी?
 - किन दिनों में बेचे गए बल्बों की संख्या समान थी?
 - किस दिन बेचे गए बल्बों की संख्या न्यूनतम थी?
 - यदि एक बड़े डिब्बे में 9 बल्ब आ सकते हैं, तो इस सप्ताह कितने डिब्बों की आवश्यकता पड़ी?
7. एक विशेष मौसम में, एक गाँव में 6 फल विक्रेताओं द्वारा बेची गई फलों की टोकरियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :

	 = 100 फलों की टोकरियाँ
रहीम	
लखनपाल	
अनवर	
मार्टिन	
रंजीत सिंह	
जोसेफ	

इस चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- किस फल विक्रेता ने अधिकतम फलों की टोकरियाँ बेची?
- अनवर ने फलों की कितनी टोकरियाँ बेची?

(c) वे विक्रेता जिन्होंने 600 या उससे अधिक टोकरियाँ बेचीं, अगले मौसम में गोदाम खरीदने की योजना बना रहे हैं। क्या आप इनके नाम बता सकते हैं?

हमने क्या चर्चा की?

1. हमने देखा कि आँकड़े कुछ सूचना देने के लिए एकत्रित की गई संख्याओं के संग्रह होते हैं।
2. दिए हुए आँकड़ों से कोई विशेष सूचना तुरंत प्राप्त करने के लिए, उन्हें मिलान चिह्नों का प्रयोग करके सारणियों में प्रकट (प्रस्तुत) किया जा सकता है।

© NCERT
not to be republished