पाठ 16
सांख्यिकी

आइए सीखें

- प्रारंभिक प्रदत्त एवं आवृत्ति का अभिज्ञान प्राप्त करना।
- प्रारंभिक प्रदत्तों से आवृत्ति सारणी बनाना।
- प्रारंभिक प्रदत्तों के मध्यमान की गणना करना।
- वर्गीकृत एवं अवर्गीकृत प्रदत्त, वर्गान्तर और वर्ग की सीमाएँ।
- आयत चित्रों को पढ़कर उनकी व्याख्या करना।

16.1 भूमिका

कक्षा सातवीं में हमने विभिन्न प्रकार के आँकड़ों या सूचनाओं को निरूपित करने के लिए दंड आरेख और चित्रालेखों को बनाना सीखा था। हमने सीखा था कि आँकड़ों को चित्रों के रूप में देखने से ही उपयोगी सूचना मिल जाती है। अब हम आँकड़ों को एकत्र करना व उनकी व्याख्या करने का अध्ययन करेंगे। इस अध्ययन को ''सांख्यिकी'' कहा जाता है।

इस अध्याय में हम प्राप्त आंकड़ों का समान्तर माध्य ज्ञात करना सीखेंगे। हम आँकड़ों को एक अवर्गीकृत अथवा वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी के रूप में निरूपित करना भी सीखेंगे। प्राप्त आँकड़ों को आयत चित्रों में व्यक्त करना व उनकी व्याख्या करना भी इसी अध्याय में सीखेंगे।

16.2 प्राथमिक आँकड़े या अपरिष्कृत आँकड़े (Raw Data)

किसी कक्षा से चार विद्यार्थियों को विज्ञान प्रश्नोत्तरी प्रतियोगिता के लिए चुना जाना है। इसके लिए सभी विद्यार्थियों की विज्ञान में सामान्य ज्ञान की परीक्षा ली गई। कक्षा में 25 बच्चे हैं, इनके परीक्षा में 50 में से प्राप्त अंक इस प्रकार हैं

45, 44, 30, 15, 46, 22, 24, 26, 48, 25, 15, 12, 20, 18, 32, 38, 46, 35, 29, 31, 17, 19, 20, 30, 15

हम सबसे अधिक अंक प्राप्त करने वाले चार मेघावी छात्रों का चयन इन आंकड़ों से कर सकते हैं। किन्तु जिस रूप में ये आंकड़े हैं उसमें अधिकतम चार संख्याएँ प्राप्त करना काफी कठिन है। इस प्रकार प्रस्तुत ये संख्याएँ **प्राथमिक आँकड़े या अपरिष्कृत आँकड़े (Raw Data)** कहलाते हैं और प्रत्येक विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंक एक **प्रेक्षण (observation)** कहलाता है।

प्राथमिक आँकड़े या अपरिष्कृत आँकड़े (Raw Data) : किसी विशेष उद्देश्य से एकत्रित किए गए आँकड़े, बिना किसी व्यवस्था के लिखे गए हों तो उन्हें प्राथमिक या अपरिष्कृत आँकड़े कहते हैं।
प्रेक्षण आँकड़ों में दिखाई गई प्रत्येक संख्या को प्रेक्षण (observation) कहते हैं।

प्राथमिक आँकड़ों से जानकारी ज्ञात करने के लिए उन्हें व्यवस्थित रूप में लिखना होता है। प्राथमिक आँकड़ों को व्यवस्थित करने का एक तरीका है उन्हें **आरोही (Ascending)** या **अवरोही (Descending)** क्रम में लिखना। 25 छात्रों के प्राप्त अंकों को आरोही और अवरोही क्रम में इस प्रकार लिखते हैं

आरोही क्रम 12, 15, 15, 15, 17, 18, 19, 20, 20, 22, 24, 25, 26, 29, 30, 30, 31, 32, 35, 38, 44, 45, 46, 46, 48।

अवरोही क्रम 48, 46, 46, 45, 44, 38, 35, 32, 31, 30, 30, 29, 26, 25, 24, 22, 20, 20, 19, 18, 17, 15, 15, 15, 12

अंकों को इस व्यवस्था में लिखने मात्र से ही 45, 46, 46, 48, अधिकतम चार प्राप्तांक ज्ञात कर सकते हैं। इस प्रकार विज्ञान प्रश्नोत्तरी प्रतियोगिता के लिए चार मेधावी छात्रों का चयन आसानी से कर सकते हैं।

उपरोक्त विज्ञान सामान्य ज्ञान परीक्षा में प्राप्तांकों से और भी जानकारी मिलती है। जैसे अधिकतम अंक 48 है, और न्यूनतम अंक 12 है।

अत: कक्षा के छात्रों ने 12 से 48 तक अंक प्राप्त किए हैं। दूसरे शब्दों में कक्षा के छात्रों द्वारा प्राप्त अंकों का अंतर (48-12) = 36 है। इस अन्तर को आँकड़ों का या प्रेक्षणों का परिसर (Range) कहा जाता है।

परिसर : प्रेक्षणों के अधिकतम एवं न्यूनतम मानों का अंतर आँकड़ों (प्रेक्षणों) का परिसर कहलाता है। अत: परिसर = अधिकतम प्रेक्षण – न्यूनतम प्रेक्षण

आकड़ों का परिसर प्रेक्षणों में विचरण या बदलाव की एक सरल माप है।

आइए, आँकड़ों का सारणीबद्धरूप तथा परिसर के लिए एक अन्य उदाहरण लें।

उदाहरण 1. किसी कक्षा की 30 लड़कियों की लम्बाइयाँ सेमी में निम्नलिखित हैं

148, 146, 140, 152, 138, 148, 150, 152, 138, 153, 148, 140, 148, 150, 148, 160, 150, 154, 146, 152, 150, 148, 150, 146, 153, 153, 139, 160, 140, 140.

आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कर सारणी बनाएँ तथा परिसर ज्ञात कीजिए।

हल : प्रश्न में दी गई लम्बाइयाँ अभी प्राथमिक आँकड़ों के रूप में है।

इन लम्बाइयों को आरोही क्रम में लिखने के लिए पहले सबसे छोटी लम्बाई, फिर उससे

बड़ी लम्बाई लिखते हैं। इस प्रकार अधिकतम लम्बाई तक लिखने पर बनी सारणी निम्नानुसार है:

सारणी में 30 लड़कियों की लम्बाइयाँ (सेमी में)

138, 138, 139, 140, 140, 140, 140, 146, 146, 146, 148, 148, 148, 148, 148, 148, 150, 150, 150, 150, 150, 152, 152, 152, 153, 153, 153, 154, 160, 160

न्यूनतम लम्बाई = 138 सेमी

अधिकतम लम्बाई = 160 सेमी

परिसर = अधिकतम लम्बाई – न्यूनतम लम्बाई

= 160 – 138

= 22 सेमी, उत्तर

गतिविधि 1. अपनी कक्षा के बीस विद्यार्थियों की आयु (वर्षों में) के आँकड़े एकत्रित कीजिए।

2. इन आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।
3. कक्षा के सबसे कम आयु वाले विद्यार्थी की आयु ज्ञात कीजिए।
4. कक्षा के सबसे अधिक आयु वाले विद्यार्थी की आयु ज्ञात कीजिए।
5. आँकड़ों का परिसर ज्ञात कीजिए।

उपरोक्त गतिविधि में कक्षा के छात्रों की आयु के आँकड़े प्राप्त किए गए हैं। एक सामान्य प्रश्न हम सभी के मन में उत्पन्न होता है कि इस कक्षा के छात्रों की लगभग आयु क्या है?

इस प्रश्न के उत्तर के लिए हमें कक्षा के विद्यार्थियों की आयु को एक संख्या से दर्शाने की आवश्यकता होती है। किन्हीं आँकड़ों को व्यक्त करने के लिए ऐसी एक संख्या **औसत** होती है। आइए, औसत के बारे में चर्चा करें।

16.3 माध्य या समान्तर माध्य (Mean or Arithmetic mean)

आईए उदाहरण 1 में दी गई 30 लड़कियों की लम्बाई के आँकड़ों पर विचार करें। यदि हम कक्षा की लड़कियों की लम्बाई को एक संख्या से दर्शाना चाहें तो वह संख्या क्या होगी? यदि हम यह कहे कि सभी लड़कियों की लम्बाई 160 सेमी या 140 सेमी के आसपास है तो शायद यह ठीक नहीं होगा। हमें एक ऐसी संख्या चाहिए जो प्रेक्षणों के सभी मानों के मध्य या केन्द्र में स्थित हो। कक्षा की लड़कियों की लम्बाई लगभग 148 सेमी कही जा सकती है क्योंकि यह संख्या सभी मानों के लगभग मध्य में स्थित है। ऐसी ही संख्या (मान) को हम माध्य या समांतर माध्य कहते हैं।

माध्य : किन्हीं आँकड़ों के लिए माध्य एक ऐसी संख्या होती है जो आँकड़ों या प्रेक्षणों के समूह के केंद्रीय या प्रतिनिधि मान को दर्शाती है।

माध्य कई प्रकार के होते हैं जैसे : समान्तर माध्य, माध्यिका और बहुलक। इस कक्षा में हम समांतर माध्य के बारे में सीखेंगे, जिसे केवल माध्य भी कहा जाता है।

समान्तर माध्य : किन्हीं आँकड़ों या प्रेक्षणों के सभी मानों के योग को प्रेक्षणों की कुल संख्या से भाग देने पर प्राप्त संख्या को आँकड़ों या प्रेक्षणों के मानों का समान्तर माध्य या माध्य कहा जाता है।

समान्तर माध्य को सामान्यत: **M** द्वारा दर्शाया जाता है।

$$\text{समान्तर माध्य (M)} = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों के मानों का योगफल}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

आइए, अब उपरोक्त सूत्र की सहायता से उदाहरण 1 में दी गई लम्बाइयों का समान्तर माध्य ज्ञात करें :

प्रेक्षणों के मानों का योग = 138 + 138 + 139 + 140 + 140
+ 140 +140 + 146 + 146 + 146
+ 148 + 148 + 148 + 148 + 148
+ 148 + 150 + 150 + 150 + 150
+ 150 + 152 + 152 + 152 + 153
+ 153 + 153 + 154 + 160 + 160
= 4440

प्रेक्षणों की संख्या = 30

$$\text{अत: माध्य } M = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों के मानों का योगफल}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$M = \frac{4440}{30} = \frac{444}{3}$$

M = 148 सेमी उत्तर

उदाहरण 2. किसी विद्यालय के 10 अध्यापकों की आयु (वर्षों में) निम्नलिखित हैं

40, 33, 38, 32, 41, 28, 54, 35, 26, 23

(i) सबसे कम उम्र के अध्यापक की आयु क्या है?

(ii) सबसे अधिक उम्र के अध्यापक की आयु क्या है?

(iii) अध्यापकों की आयु का परिसर ज्ञात कीजिए।

(iv) अध्यापकों की आयु का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल : सर्वप्रथम इन प्राथमिक आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर हमें निम्नलिखित सारणी प्राप्त होती है।

23, 26, 28, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 54

(i) उपरोक्त प्रेक्षणों में सबसे छोटा मान 23 वर्ष है। अतः सबसे कम उम्र के अध्यापक की आयु = 23 वर्ष

(ii) प्रेक्षणों में सबसे अधिक उम्र के अध्यापक की आयु = 54 वर्ष

(iii) परिसर = अधिकतम मान – न्यूनतम मान

= (54 – 23)

= 31 वर्ष

(iv) प्रेक्षणों के मानों का योगफल = 23+26+28+32+33+35+38+40+41+54

= 350

प्रेक्षणों की संख्या = 10

$$M = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों के मानों का योगफल}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

अतः समान्तर माध्य $M = \frac{350}{10} = 35$ वर्ष

इस प्रकार अध्यापकों की आयु का माध्य = 35 वर्ष। उत्तर

उदाहरण 3. दस क्रमागत दिनों में भोपाल शहर के दैनिक अधिकतम तापमान (सेन्टिग्रेड में) निम्नलिखित रहा :

32.4, 29.5, 26.3, 25.7, 23.4, 24.2, 22.4, 22.5, 22.8, 23.3

(i) तापमानों का परिसर ज्ञात कीजिए।

(ii) दैनिक तापमान का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल : प्राथमिक आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखने पर हमें निम्नलिखित क्रम प्राप्त होता है

22.4, 22.5, 22.8, 23.3, 23.4, 24.2, 25.7, 26.3, 29.5, 32.4

(i) दस दिनों में न्यूनतम ताप $= 22.4^0C$

दस दिनों में अधिकतम ताप $= 32.4^0C$

इसलिए परिसर = अधिकतम तापमान – न्यूनतम तापमान

$= 32.4^0C - 22.4^0C$

$= 10^0C$

(ii) प्रेक्षणों के मानों का योग = (22.4+22.5+22.8 + 23.3 + 23.4 + 24.2 + 25.7 + 26.3 + 29.5 + 32.4)

= 252.50C

प्रेक्षणों की संख्या = 10

$$\text{माध्य तापमान (M)} = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों के मानों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{252.5^0C}{10}$$

$$M = 25.25^0C$$

टिप्पणी उपर्युक्त उदाहरण में माध्य 25.25^0C है जो प्रेक्षणों के सभी मानों से अलग है। इससे यह स्पष्ट होता है कि माध्य दिए हुए प्रेक्षणों से अलग भी हो सकता है।

प्रश्नावली 16.1

1. किसी परीक्षा में आठ छात्रों द्वारा प्राप्तांक निम्नलिखित हैं

   4, 4, 3, 1, 8, 10, 6, 12

   इन आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखकर न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। आँकड़ों का परिसर भी ज्ञात कीजिए।

2. एक दिवसीय क्रिकेट मैच में टीम के खिलाड़ियों द्वारा निम्नलिखित रन बनाए गए

   25, 87, 105, 70, 8, 12, 2, 9, 21, 45, 34

   (i) प्रेक्षणों का परिसर ज्ञात कीजिए।

   (ii) रनों का माध्य ज्ञात कीजिए।

3. किसी कक्षा के 10 लड़कों की लम्बाइयां (सेमी में) मापी गई। ये निम्नलिखित है

152, 148, 140, 155, 152, 145, 155, 152, 148, 143.

(i) सबसे छोटे लड़के की लम्बाई क्या है?

(ii) सबसे बड़े लड़के की लम्बाई क्या है?

(iii) इन आँकड़ों का परिसर ज्ञात कीजिए।

(iv) माध्य लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(v) कितने लड़कों की लम्बाई माध्य से अधिक है?

4. किसी संस्था के दस कर्मचारियों द्वारा निम्नलिखित वार्षिक वेतन (रुपयों में) प्राप्त किया गया
55000, 45000, 65000, 40000, 60000, 125000, 52000, 150000, 70000, 90000

(i) सबसे अधिक वेतन पाने वाले कर्मचारी का वार्षिक वेतन ज्ञात कीजिए।

(ii) सबसे कम वेतन पाने वाले कर्मचारी का वार्षिक वेतन ज्ञात कीजिए।

(iii) आँकड़ों का परिसर क्या है?

(iv) इन कर्मचारियों का माध्य वेतन ज्ञात कीजिए।

5. अगस्त 2006 के प्रथम सप्ताह में किसी अस्पताल में जन्म लेने वाले शिशुओं की संख्याएँ निम्नलिखित हैं

18, 10, 11, 14, 17, 18, 17

अस्पताल में जन्म लेने वाले शिशुओं की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए।

6. संख्या 3 के प्रथम पाँच अपवर्त्य (Multiples) का माध्य ज्ञात कीजिए।

7. प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

8. किसी नगर के 20 परिवारों में सदस्यों की संख्याएँ निम्नलिखित हैं

6, 8, 4, 3, 5, 6, 7, 4, 3, 4, 5, 6, 4, 5, 4, 3, 3, 6, 4, 3

उपर्युक्त आँकड़ों के लिए निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए

(i) सबसे छोटे परिवार में कितने सदस्य हैं? इतने सदस्यों वाले कितने परिवार हैं?

(ii) सबसे बड़े परिवार में कितने सदस्य हैं? इतने सदस्यों वाले कितने परिवार हैं?

9. आठ व्यक्तियों के भार (कि.ग्रा. में) निम्नलिखित हैं

48.5, 50, 44.5, 49.5, 50.5, 45, 51, 43 समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

10. एक विद्यालय की बोर्ड परीक्षा (आठवीं) के विगत 5 वर्षों का परीक्षाफल निम्नलिखित हैं (प्रतिशत में)

84.5, 45.5, 60.5, 90.5, 20.0

(i) समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

(ii) विद्यालय के परीक्षाफल का सबसे कम प्रतिशत लिखिए।

(iii) परिसर ज्ञात कीजिए।

16.4 बारंबारता बंटन सारणी :

पूर्व में दिये गये उदाहरण 1 में 30 लड़कियों की लम्बाई दी गई हैं। इन प्राथमिक आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखते समय हमने पाया कि कई लड़कियों की लम्बाई समान हैं। इन लम्बाइयों को लिखने के लिए हमें एक जैसी संख्याओं को कई बार लिखना पड़ता है। जैसे संख्या 138 को दो बार, संख्या 140 को चार बार, ... इसी प्रकार संख्या 148 को छः बार लिखना पड़ता है। क्या आँकड़ों को लिखने की इस प्रक्रिया को सरल किया जा सकता है?

हाँ। 138 को एक बार लिख दें। चूँकि 138 दो बार आ रहा है इसलिए 138 के सामने 2 लिख देते हैं। प्राथमिक आँकड़ों में कोई प्रेक्षण जितनी बार आ रहा है, उस संख्या को प्रेक्षण की बारंबारता कहते हैं।

बारंबारता : कोई प्रेक्षण आँकड़ों में जितनी बार आता है उसे उस प्रेक्षण की बारंबारता कहते हैं।

पूर्व उदाहरण 1 में दी गई लम्बाइयों में प्रत्येक लम्बाई की बारम्बारता निम्नलिखित प्रकार से सारणी में प्रदर्शित की गई हैं

सारणी

प्रेक्षण (लम्बाई सेमी में)	बारंबारता	
138	2	138 दो बार आया है
139	1	139 एक बार आया है
140	4	140 चार बार आया है
146	3	146 तीन बार आया है
148	6	148 छः बार आया है
150	5	150 पांच बार आया है
152	3	152 तीन बार आया है
153	3	153 तीन बार आया है
154	1	154 एक बार आया है
160	2	160 दो बार आया है

सारणी में कुल 30 लड़कियों को उनकी ऊँचाई, लम्बाई के आधार पर आवंटित किया गया है। इसलिए आँकड़ों का, इस प्रकार का निरूपण बारंबारता बंटन (Frequency Distribution) कहलाता है।

> **बारंबारता सारणी :** वह सारणी, जिसमें बारंबारता बंटन दिया गया हो, बारंबारता बंटन सारणी या बारंबारता सारणी कहलाती है।

बारंबारता का योग 'N' कुल, प्रेक्षणों की संख्या है।

16.5 मिलान चिह्न विधि

बारंबारता बंटन सारणी को सरलता से बनाने के लिए मिलान चिह्न विधि अपनाते हैं। आइए इस विधि को समझने के लिए दिए गए आकड़ों पर विचार करें 50, 72, 50, 52, 65, 35, 80, 75, 70, 40, 45, 35, 70, 60, 52, 49, 49, 56, 65, 60, 35, 45, 40, 50, 56, 50, 40, 50, 52, 50.

सारणी : बारंबारता बंटन

प्रेक्षण	मिलान चिह्न (टैली)	बारंबारता
50	~~||||~~ |	6
72	|	1
52	|||	3
65	||	2
35	|||	3
80	|	1
75	|	1
70	||	2
40	|||	3
45	||	2
60	||	2
49	||	2
56	||	2

सबसे पहले तीन स्तंभों की सारणी बनाते हैं। पहले स्तंभ में प्रेक्षण लिखते हैं। दूसरे स्तंभ में मिलान चिह्न और तीसरे में बारंबारता लिखते हैं।

- पहला प्रेक्षण 50 पहले स्तंभ में लिखकर, दूसरे स्तंभ में मिलान चिह्न'।' (खड़ी लाइन) लगाते हैं।
- अब दूसरा, तीसरा, ... प्रेक्षण पहले स्तंभ में लिखकर दूसरे में मिलान, चिह्न (Tally) लगाते हैं।
- चार चिह्न के बाद पांचवाँ चिह्न तिरछे रेखाखण्ड से लगाते हैं। यह पूरी आकृति (~~||||~~) पांच होती है।
- सभी प्रेक्षण के मिलान चिह्न लगाने के बाद उनको गिनकर संख्या तीसरे स्तंभ में लिखते हैं। यह उस प्रेक्षण की बारंबारता है।
- सभी बारंबारता का योग प्रेक्षणों के कुल संख्या के बराबर होता है।

टिप्पणी : बारंबारता बंटन में यदि आवश्यकता हो तो प्रेक्षणों को आरोही या अवरोही क्रम में भी व्यवस्थित किया जा सकता है।

उदाहरण 4. उदाहरण 1 में दी गई 30 लड़कियों की लम्बाई (सेमी में) को बारंबारता सारणी में लिखिए

हल : दिए गए आँकड़े इस प्रकार है :

140, 140, 160, 139, 153, 153, 146, 150, 148, 150, 152, 146, 154, 150, 160, 148, 150, 148, 140, 148, 153, 138, 152, 150, 148, 138, 152, 140, 146, 148

लम्बाई (सेमी में), मिलान चिह्न और बारंबारता वाले तीन स्तंभों की एक सारणी बनाते हैं।

अब प्रेक्षणों को पहले स्तंभ में लिखते हैं और उनके संगत मिलान चिह्न लगाकर सारणी को बनाते हैं।

लम्बाईयां (सेमी में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
140	||||	4
160	||	2
139	|	1
153	|||	3
146	|||	3
150	~~||||~~	5
148	~~||||~~ |	6
152	|||	3
154	|	1
138	||	2

पहले स्तंभ के प्रेक्षणों को आरोही क्रम में लिखने पर निम्नलिखित सारणी प्राप्त होती है

30 लड़कियों की लम्बाइयों का बारंबारता बंटन

सारणी

लम्बाई (सेमी में)	बारंबारता
138	2
139	1
140	4
146	3
148	6
150	5
152	3
153	3
154	1
160	2

जाँच : बारंबारता बंटन शुद्धता के लिये देखें कि बारंबारताओं का योग प्रेक्षणों की कुल संख्या के बराबर है। तब हम कह सकते हैं कि मिलान चिह्न ठीक लगाए गए हैं।

प्रश्नावली 16.2

1. किसी दुकान से बिकने वाली साइकिलों की संख्या (माह अप्रैल 2006 के 30 दिनों में) निम्नलिखित हैं :

   6, 2, 5, 5, 1, 6, 3, 5, 6, 3, 1, 6, 4, 5, 6, 2, 2, 1, 2, 6, 2, 4, 5, 2, 3, 4, 6, 5, 3, 4.

   उपर्युक्त आंकड़ों के लिए एक बारंबारता सारणी बनाइए।

2. 20 परिवारों के सर्वेक्षण पर प्रत्येक परिवार में बच्चों की संख्या निम्नलिखित थी :

   2, 1, 1, 5, 1, 3, 2, 2, 4, 4, 1, 1, 4, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 1.

   बच्चों की संख्या को एक बारंबारता सारणी में व्यक्त कीजिए।

3. कक्षा आठवीं के 33 विद्यार्थियों ने गणित की एक परीक्षा में (100 में से) निम्नलिखित अंक प्राप्त किए :

   69, 48, 84, 58, 84, 48, 73, 83, 48, 66, 58, 66, 64, 71, 64, 66, 69, 66, 83, 66, 69, 71, 81, 71, 73, 69, 66, 66, 64, 58, 64, 69, 69.

उपर्युक्त प्राप्तांकों के लिए एक बारंबारता सारणी बनाइए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) सबसे कम और सबसे अधिक अंक कौन से है? लिखिए।

(ii) सबसे अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या क्या है?

(iii) 65 से अधिक और 70 से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या क्या है?

4. एक पांसे को 25 बार उछाला गया तो निम्नलिखित अंक प्राप्त हुए

5, 4, 3, 2, 1, 1, 2, 5, 4, 6, 6, 6, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 5, 6, 5, 2, 1, 3.

उपर्युक्त अंकों के लिए एक बारंबारता सारणी बनाइए।

गतिविधियाँ : दस समान आकार की कागज के पर्चियों पर 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 और 10 संख्या लिखें। इन सभी पर्चियों को एक समान मोड़कर एक डिब्बे में डालें। अब बिना देखे एक पर्ची को निकालें, उस पर लिखे अंक देखें व उसके लिए निम्नलिखित सारणी में मिलान चिह्न लगा लें। पर्ची को पुन: डिब्बे में डाल लें। अब फिर एक पर्ची निकालें और उस पर अंकित संख्या के सम्मुख सारणी में मिलान चिह्न लगा लें। पुन: पर्ची को डिब्बे में डाल लें। इस प्रकार 25 बार बिना देखे पर्ची निकाले और अपने अवलोकन के आधार पर निम्नलिखित सारणी बनाइए :

सारणी

संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

अब निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए

(i) सबसे अधिक बार आने वाली संख्या कौन सी है?

(ii) किस संख्या की बारंबारता सबसे कम है?

शिक्षण संकेत : 1. कक्षा का प्रत्येक छात्र आकर श्याम पट पर अपनी आयु/गणित के प्राप्तांक लिखे/इस प्रकार प्राप्त आंकड़ों का बारंबारता बंटन सारणी बनवाएँ। 2. कक्षा के कमरे की लम्बाई/चौड़ाई का छात्र अनुमान लगाकर कागज की चिट पर लिखकर देंगे। यह अनुमान मानक मीटर या अमानक डंडे में करवा सकते हैं। चिट के आंकड़े बोर्ड पर लिखकर बारंबारता बंटन सारणी बनवाएँ। ठंडे से माप कर दिखलाएँ कितने छात्रों का अनुमान लगभग सही है? कितने बच्चों का एकदम गलत है। 3. दीवार पर मीटर/सेमी के निशान लगाकर बच्चों की ऊँचाई सेमी में नपवाए/माप श्यामपट पर लिखकर आंकड़ों का बारंबारता बंटन सारणी बनवाएँ।

16.6 आंकड़ों का वर्गीकरण :

कक्षा आठवीं के 60 विद्यार्थियों द्वारा सामाजिक विज्ञान में (50 में से) प्राप्त किए गए अंक निम्नलिखित हैं

35, 36, 42, 24, 23, 19, 18, 17, 32, 31, 32, 41, 39, 29, 46, 28, 29, 25, 24, 29, 24, 19, 18, 27, 25, 41, 40, 30, 29, 27, 31, 37, 34, 36, 37, 42, 36, 35, 43, 37, 23, 24, 27, 37, 40, 41, 42, 21, 17, 19, 34, 36, 29, 38, 42, 39, 42, 36, 24, 21.

उपर्युक्त आंकड़ों में प्रेक्षणों की संख्या अधिक है। इसलिए इसकी बारंबारता सारणी बनाना काफी कठिन है और उसमें समय भी अधिक लगता है। अभी तक हमने बारंबारता सारणी बनाने के लिए प्रेक्षणों को समूहों में वर्गीकृत (Grouped) नहीं किया था। इसलिए इसे अवर्गीकृत बारंबारता सारणी (Ungrouped) कहते हैं।

यदि हम प्रेक्षणों को अनेक समूहों में वर्गीकृत कर लें तो बारंबारता सारणी बनाना अधिक सरल होगा।

आंकड़ों में न्यूनतम प्रेक्षण 17 है और अधिकतम प्रेक्षण 46 हैं।

यहाँ परिसर = 46–17 = 29.

यदि हम दो-दो समूह बनाएँ तो 15 समूह बनेंगे। यदि 3 – 3 के समूह बनाएंगे तो 10 समूह बनेंगे।

आइए 60 प्रेक्षणों को निम्नलिखित दस समूहों (वर्गों) में वर्गीकृत करते हैं :

17–19, 20–22, 23–25, 26–28, 29–31, 32–34, 35–37, 38–40, 41,43, 44–46.

प्रेक्षणों के 10 समूह होंगे। प्रत्येक समूह को वर्ग या वर्ग अन्तराल कहते हैं।

वर्ग अंतराल को संक्षेप में वर्ग (Class) कहते हैं।

हम तीन स्तंभों वाली एक सारणी बनाते हैं, जिसके पहले स्तंभ में वर्ग अंतराल (प्राप्तांक), दूसरे स्तंभ में संगत मिलान चिह्न और तीसरे स्तंभ में बारंबारता लिखते हैं।

हम प्रथम प्रेक्षण से आरंभ करते है और देखते है कि वह किस वर्गान्तर में उपस्थित (सम्मिलित) है, उसके संगत एक मिलान चिह्न लगाते हैं। ऐसा ही सभी प्रेक्षणों के साथ करने के पश्चात् मिलान चिह्न गिनकर बारंबारता लिखकर, बारंबारता बंटन सारणी बनाते हैं।

सारणी

वर्ग अंतराल (प्राप्तांक)	मिलान चिह्न	बारंबारता
17–19	𝍸 ||	7
20–22	||	2
23–25	𝍸 ||||	9
26–28	||||	4
29–31	𝍸 |||	8
32–34	||||	4
35–37	𝍸 𝍸 |	11
38–40	𝍸	5
41–43	𝍸 ||||	9
44–46	|	1
	योग	60

उपरोक्त बारंबारता बंटन को वर्गीकृत बारंबारता बंटन कहते हैं और ये आँकड़े वर्गीकृत आँकड़े कहलाते हैं। वर्गांतर में पहली और अंतिम संख्या दोनों शामिल हैं।

इस सारणी को इस प्रकार भी बनाते हैं

वर्ग अंतराल (प्राप्तांक)	मिलान चिह्न	बारंबारता
17–20	𝍸 ||	7
20–23	||	2
23–26	𝍸 ||||	9
26–29	||||	4
29–32	𝍸 |||	8
32–35	||||	4
35–38	𝍸 𝍸 |	11
38–41	𝍸	5
41–44	𝍸 ||||	9
44–47	1	1
	योग	60

पूर्व की सारणी से यह सारणी भिन्न हैं

- इसमें 17–19 के बजाए पहला वर्ग अंतराल 17–20 है।
- इसी प्रकार 20–22 के स्थान पर 20–23 .... आदि है।
- पहली सारणी में वर्ग अंतराल के दोनों सीमान्त अंक वर्ग में शामिल है।
- इस सारणी में 20 दो वर्ग अंतरालों 17–20 और 20–23 दोनों में है।
- 20 को दोनों वर्ग अंतराल में नहीं गिनना है।
- उभयनिष्ठ प्रेक्षण 20 को बड़े वर्ग अंतराल 20-23 में गिनना है।
- यही विधि अन्य उभयनिष्ठ प्रेक्षणों के लिए अपनाते हैं।
- वर्ग अंतराल लिखने की विधि अलग होने के बाद भी प्रत्येक वर्ग अंतराल की बारंबारता समान है।

आईए, इन अवधारणों को स्पष्ट करने के लिए एक अन्य उदाहरण लेते हैं।

वर्ष 2005 के जून माह के लिए किसी शहर के दैनिक न्यूनतम तापमान (^oC) निम्नलिखित हैं : (जून माह में 30 दिन)

26.6, 29.5, 28.7, 33.5, 22.6, 23.9, 25.5, 21.7, 30.0, 31.3, 32.6, 28.0, 23.4, 23.4, 27.8, 30.0, 29.5, 24.4, 26.3, 24.3, 24.0, 23.5, 23.2, 30.6, 27.5, 28.3, 28.7, 29.6, 30.3, 32.7

इन आँकड़ों से वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी बनाने के लिए हम

- वर्गों का निर्धारण करने हेतु न्यूनतम प्रेक्षण 21.7 और अधिकतम प्रेक्षण 33.5 की पहचान करते हैं।
- वर्ग अंतराल 21–22, 22-23,... 33–34 लेना सुविधाजनक होगा। इसमें सभी प्रेक्षणों को लिया जा सकता है। जैसे 21.7 को वर्ग 21–22 में 30.6 को 30-31 वर्ग आदि में ले सकते हैं।
- इसमें उभयनिष्ठ प्रेक्षण जैसे 22, 23, ... आदि को अगले वर्ग अंतराल में गिने। वर्ग अंतराल 23–24 में 23 व 23 से अधिक तथा 24 से छोटे प्रेक्षण लेते हैं। 24 को अगले वर्ग अंतराल में गिनते हैं। ध्यान रखें।

  1. एक प्रेक्षण एक समय में दो वर्गों में नहीं हो सकता।
  2. सामान्यत: किसी भी वर्ग में छोटी संख्याओं को सम्मिलित किया जाता है और बड़ी संख्याओं को उससे आगे वाले वर्ग में सम्मिलित किया जाता है।

अत: इस प्रकार किसी शहर के जून माह (30 दिन) में दैनिक न्यूनतम तापमानों के लिए वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी में दर्शाया गया है।

शहर के जून माह के दैनिक न्यूनतम तापमान

सारणी

वर्ग अन्तराल (तापमान ^{0}C में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
21–22	|	1
22–23	|	1
23–24	~~||||~~	5
24–25	||	2
25–26	||	2
26–27	||	2
27–28	||	2
28–29	||||	4
29–30	|||	3
30–31	||||	4
31–32	|	1
32–33	||	2
33–34	|	1
	योग	30

उपर्युक्त उदाहरण में वर्ग अन्तरालों 21-22, 22-23, 23-24, ... आदि को (Exclusive अपवर्जी वर्ग अंतराल कहते हैं।

वर्ग 21–22 में संख्या 21 वर्ग की निम्न सीमा है और 22 वर्ग की उच्च सीमा है।

इसी प्रकार वर्ग अंतराल 28–29 में 28 निम्न वर्ग सीमा (Lower Class Limit) और 29 उच्च वर्ग सीमा (Upper Class Limit) हैं।

वर्ग की निम्न व उच्च सीमा :

किसी वर्ग अंतराल L–U में L को वर्ग की निम्न सीमा और U को वर्ग की उच्च सीमा कहते हैं।

वर्ग की चौड़ाई (Width) या माप (Size) :

किसी वर्ग अंतराल की उच्च वर्ग सीमा (U) और निम्न वर्ग सीमा (L) का अंतर उस वर्ग अंतराल की चौड़ाई या माप कहलाती है। उक्त सारणी में प्रत्येक वर्ग अंतराल की माप (चौड़ाई) 1 है।

वर्ग चिह्न (मध्य बिन्दु) :

यदि हमें वर्ग अंतराल की किसी एक संख्या से व्यक्त करने की आवश्यकता हो, तो हम वर्ग का मध्य बिन्दु ज्ञात करते हैं और उसे वर्ग चिह्न अथवा मध्य बिन्दु कहते हैं।

$$\text{मध्य बिन्दु (वर्ग चिह्न)} = \frac{\text{वर्ग की निम्न सीमा (L)+वर्ग की उच्च सीमा (U)}}{2}$$

$$\text{वर्ग 21–22 का वर्ग चिह्न} \quad = \frac{L+U}{2} = \frac{21+22}{2}$$

$$= \frac{43}{2} = 21.5$$

इसी प्रकार अन्य वर्गों के वर्ग चिह्न 22.5, 23.5 .... आदि हैं।

टिप्पणी : वर्गीकृत बारंबारता बंटन में वर्ग अंतरालों की संख्या या माप निर्धारित करने का कोई निश्चित या सर्वमान्य नियम नहीं है। प्रत्येक समूह (वर्ग) की माप तथा वर्गों की संख्याओं का निर्धारण आँकड़ों के परिसर को ध्यान में रखते हुए किया जाता है। सामान्यत: दस से अधिक वर्ग-अंतराल नहीं बनाए जाते हैं।

आइए, इन अवधारणाओं को समझने के लिए कुछ उदाहरण लेते हैं।

उदाहरण 5. सारणी में किसी कारखाने के 600 श्रमिकों की दैनिक आय (रुपयों में) का बारंबारता बंटन दिया गया है। इस बारंबारता बंटन को पढ़िए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(I) क्या सभी वर्ग अंतराल समान है? यदि हाँ तो वर्ग की माप क्या है?

(II) पहले वर्ग की निम्न वर्ग सीमा और उच्च वर्ग सीमा क्या है?

(III) किस वर्ग की बारंबारता अधिकतम है? इसकी निम्न वर्ग सीमा और उच्च वर्ग सीमा लिखिएँ।

(IV) चौथे वर्ग अंतराल का वर्ग चिह्न क्या है?

सारणी

वर्ग अंतराल दैनिक आय (रुपयों में)	बारंबारता (श्रमिकों की संख्या
100-125	45
125-150	25
150-175	55
175-200	50
200-225	125
225-250	140
250-275	55
275-300	35
300-325	50
325-350	20
योग	600

हल : (i) प्रत्येक वर्ग अंतराल की माप = उच्च वर्ग सीमा-निम्न वर्ग सीमा

अर्थात प्रथम वर्ग 100–125 की माप = 125–100 = 25

द्वितीय वर्ग 125–150 की माप = 150–125 = 25

तृतीय वर्ग 150–175 की माप = 175–150 = 25

अत: सभी वर्ग समान माप के हैं, और प्रत्येक की माप 25 है।

(ii) प्रथम वर्ग 100–125 है, जिसमें निम्न वर्ग सीमा =100, उच्च वर्ग सीमा = 125

(iii) वर्ग (225–250) की बारंबारता 140 है। इसकी निम्न वर्ग सीमा = 225 और उच्च वर्ग सीमा = 250 है।

(iv) चौथे वर्ग अंतराल (175–200) का वर्ग चिह्न

$$= \frac{L+U}{2} = \frac{175+200}{2} = \frac{375}{2} = 187.5$$ है।

प्रश्नावली 16.3

1. एक स्कूल बस किसी हाईस्कूल के 40 विद्यार्थियों को लेकर आयी उनकी आयु निम्नलिखित है

12, 11, 6, 5, 8, 17, 14, 13, 6, 6, 7, 8, 15, 16, 9, 10, 10, 9, 7, 8, 15, 14, 14, 12, 11, 9, 7, 7, 8, 6, 10, 13, 17, 17, 16, 12, 12, 9, 8, 13.

1. आयु को चार समान वर्गों में वर्गीकृत कीजिए, जिसमें वर्गांतर 4-8 आदि हो।
2. इन वर्गों के आयु को मिलान चिह्न से अंकित कीजिए।
3. एक बारंबारता सारणी की रचना कीजिए।

2. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक मिलान चिह्न सारणी बनाइए

3, 8, 4, 2, 3, 3, 3, 7, 4, 0, 3, 7, 4, 6, 3, 9, 4, 4, 4, 4.

3. प्रत्येक दिन की दुर्घटना की संख्या के अध्ययन में 30 दिनों के प्रेक्षणों को निम्नलिखित प्रकार से दर्शाया गया है :

4, 3, 5, 4, 6, 3, 2, 5, 4, 2, 6, 2, 1, 2, 2, 0, 5, 4, 6, 1, 3, 0, 5, 3, 6, 1, 5, 5, 2, 6

एक मिलान चिह्न सारणी और बारंबारता बंटन सारणी तैयार कीजिए।

4. 40 व्यक्तियों के वजन का बंटन (किग्रा. में) निम्नलिखित हैं

वजन (किग्रा में)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
व्यक्तियों की संख्या	4	12	13	6	5

(i) 55–60 वर्ग की उच्च सीमा क्या है? लिखिए

(ii) वर्ग 40–45, और 45–50 के मध्यमान ज्ञात कीजिए।

(iii) वर्ग आकार क्या है? लिखिए।

(iv) सबसे बड़ी बारंबारता का वर्ग अंतराल लिखिए।

5. बारंबारता बंटन सारणी को पढ़िए और फिर नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

वर्गान्तर	बारंबारता
0–5	0
5–10	1
10–15	7
15–20	9
20–25	3
योग	20

(i) द्वितीय वर्ग की निम्न वर्ग सीमा लिखिए।

(ii) चतुर्थ वर्ग की उच्च वर्ग सीमा लिखिए।

(iii) पाँचवे वर्गांतर का मध्यमान ज्ञात कीजिए।

(iv) तृतीय वर्ग अंतराल का माप ज्ञात कीजिए।

6. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) 1, 3, 4, 4 का समांतर माध्य ..... हैं।

(ii) वर्ग अंतराल 90-100 में 90 वर्ग की ..... सीमा है।

(iii) 400-600 वर्ग में वर्ग अंतराल की उच्च सीमा ..... है।

(iv) 25-35 वर्ग अंतराल का मध्य बिन्दु ..... है।

(v) 11-13 वर्ग की माप (वर्ग का आकार) ..... है।

7. निम्नलिखित सारणी में सही जोड़े बनाईए :

(i)

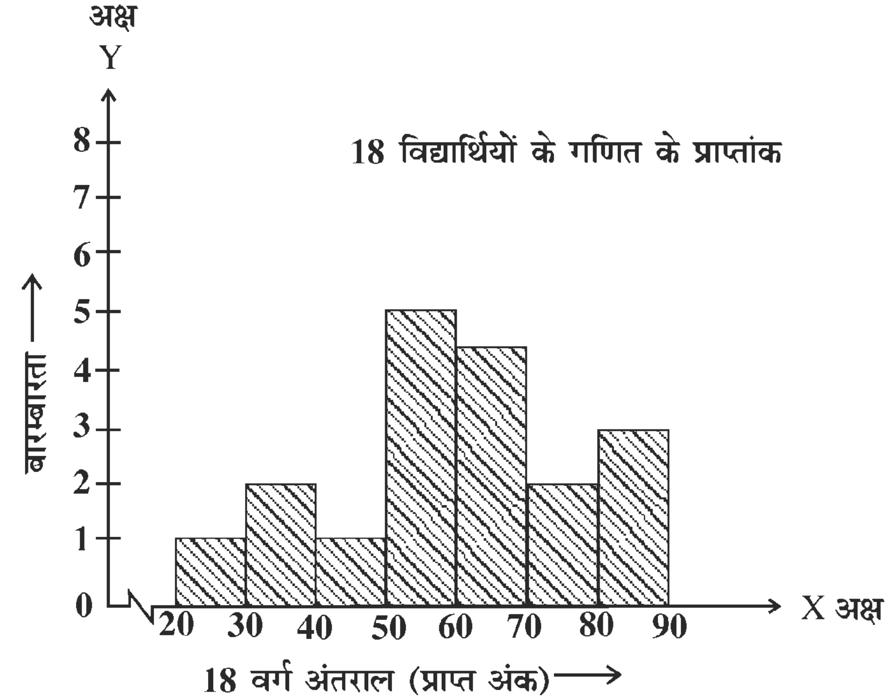
वर्ग अंतराल	वर्ग के मध्य बिन्दु
10-20	800
100-200	500
250-350	300
350-650	15
700-900	150

(ii)

रेखांकन (मिलान चिह्न)	बारंबारता
卌 ||||	10
卌 卌 |	8
卌 |||	11
卌 卌	9

आयत चित्र

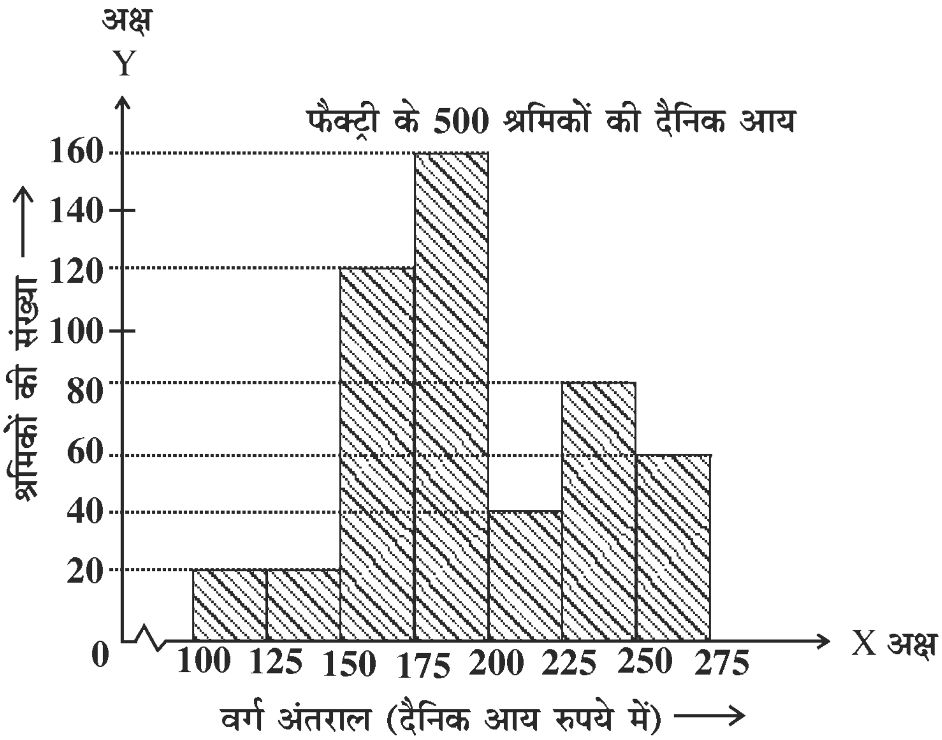
पूर्व में हम दंड आलेख को पढ़ना एवं उसकी व्याख्या करना सीख चुके हैं। एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन को आलेख के रूप में आयत चित्र से निरूपित किया जाता है। इसमें दंडों के बीच में कोई खाली जगह नहीं होती है



- दिया गया चित्र आयत चित्र है।
- इस आयत चित्र में 18 विद्यार्थियों के गणित के प्राप्तांक दिखाए गए हैं।
- आयत चित्र में दो अक्ष है।
- क्षैतिज अक्ष पर वर्ग अंतराल 20-30-40 .... आदि लिखे गए हैं।
- उर्द्धवाधर अक्ष पर वर्ग अंतरालों की बारंबारता दी गई है।
- हर वर्ग अंतराल पर आयत बनाया गया है। इस आयत की चौड़ाई/वर्ग अंतराल की माप और ऊँचाई वर्ग अंतराल की बारंबारता के बराबर है।
- दो आयतों के बीच कोई खाली स्थान नहीं है।
- 3 छात्रों ने गणित में अधिकतम 80 से 90 अंक प्राप्त किए हैं।
- 50-60 अंक पाने वाले छात्रों की संख्या सबसे अधिक अर्थात 5 है।
- सबसे कम 20 अंक केवल 1 छात्र को मिल हैं।
- 40-50 अंक पाने वाला भी केवल 1 छात्र है।

टिप्पणी : ध्यान दीजिए कि वर्ग अंतराल 20-30 के पहले क्षैतिज अक्ष पर '–⌐–' भंगचिह्न (Kink) है। इस चिह्न का अर्थ है कि 0 से 20 तक की दूरी क्षैतिज अक्ष पर नहीं दर्शायी गई है।

उदाहरण 6. इस आकृति में किसी फैक्ट्री (कारखाना) के 500 श्रमिकों की दैनिक आय के वर्गीकृत बारंबारता बंटन के लिए एक आयत चित्र को दर्शाया गया है। इस आयत चित्र से स्पष्ट है कि



1. अधिकतम श्रमिकों की दैनिक आय वर्ग 175-200 में है।
2. 160 श्रमिकों की आय 175 रु. से 200 रु. के बीच है।
3. 40 श्रमिकों की दैनिक आय 200 रु. से 225 रु. के बीच है।
4. श्रमिकों की अधिकतम दैनिक आय 275 रु. है।
5. श्रमिकों की न्यूनतम दैनिक आय 100 रु. है।
6. 225 रु. से 250 रु. तक दैनिक आय वाले श्रमिकों की संख्या 80 है।

वर्ग अंतराल 100-125 से पहले क्षैतिज अक्ष पर एक भंग चिह्न (**Kink**) है यह चिह्न दर्शाता है कि क्षैतिज अक्ष पर 0 से 100 तक की पूरी आय नहीं दर्शाई गई है।

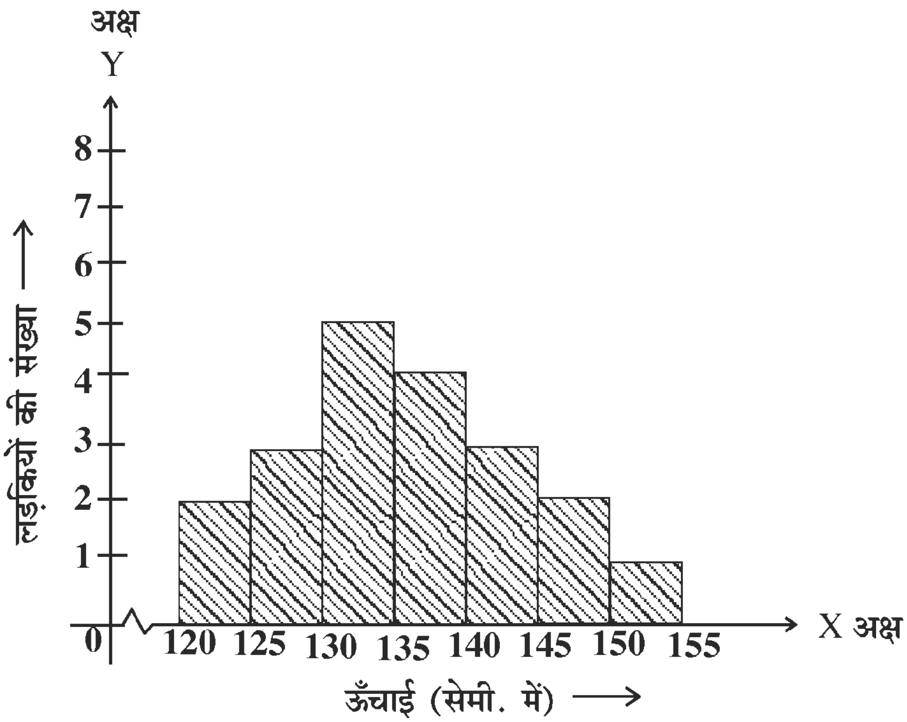
उपरोक्त आयत चित्र के लिए निम्नानुसार वर्गीकृत बारंबारता सारणी बनती है।

वर्ग अंतराल (आय)	100-125	125-150	150-175	175-200	200-225	225-250	250-275
बारंबारता (श्रमिक संख्या)	20	20	120	160	40	80	60

प्रश्नावली 16.4

1. निम्नलिखित आयत चित्र को पढ़िए तथा प्रश्नों के उत्तर दीजिए

माध्यमिक शाला में 8वीं पढ़ने वाली 20 लड़कियों की जानकारी नीचे हैं



बताइए

(1) किस वर्ग में लड़कियों की संख्या अधिक हैं?

(2) किन वर्गों में लड़कियों की संख्याएँ बराबर है?

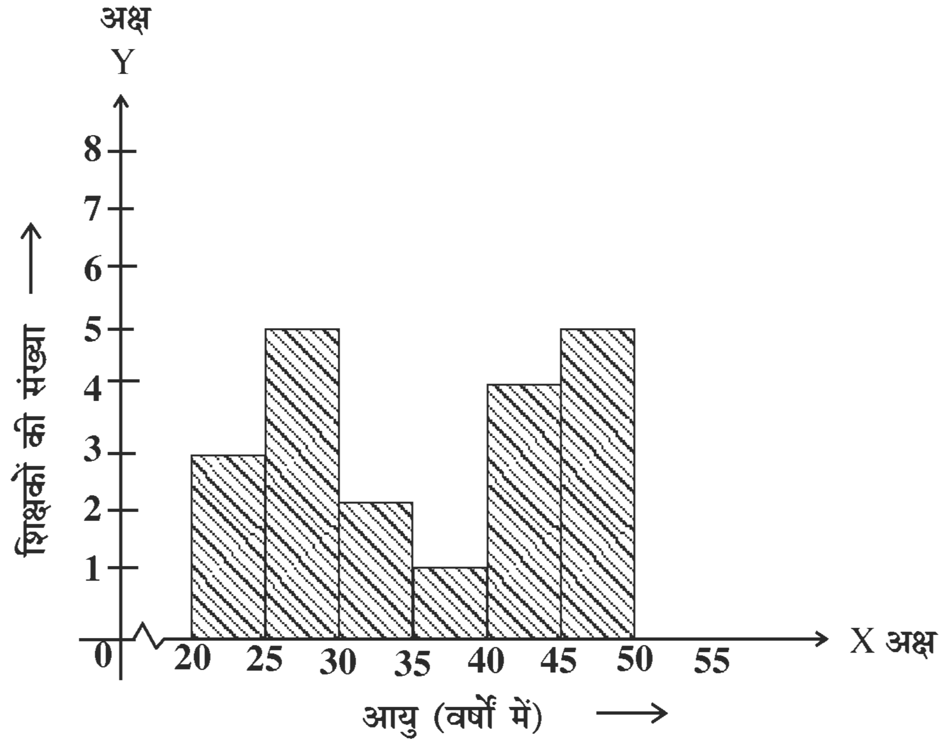
(3) कितनी लड़कियों की ऊँचाई 130 सेमी से 135 सेमी के बीच है?

(4) 140 सेमी से अधिक ऊँचाई की लड़कियों की संख्या कितनी है?

(5) आयत चित्र देखकर रिक्त स्थान भरिए

ऊँचाई (से.मी. में)	120-125	125-130	130-135	135-140	140-145	145-150	150-155
लड़कियों की संख्या	...	...	...	4	...	...	. . .

2. किसी विद्यालय के 20 शिक्षकों की आयु (वर्षों में) की जानकारी दी गई है



(1) इस आयत चित्र से क्या सूचना प्रदर्शित होती है?

(2) विद्यालय में सबसे कम आयु वर्ग में शिक्षकों की संख्या क्या है?

(3) किस आयु वर्ग में शिक्षकों की संख्या न्यूनतम है?

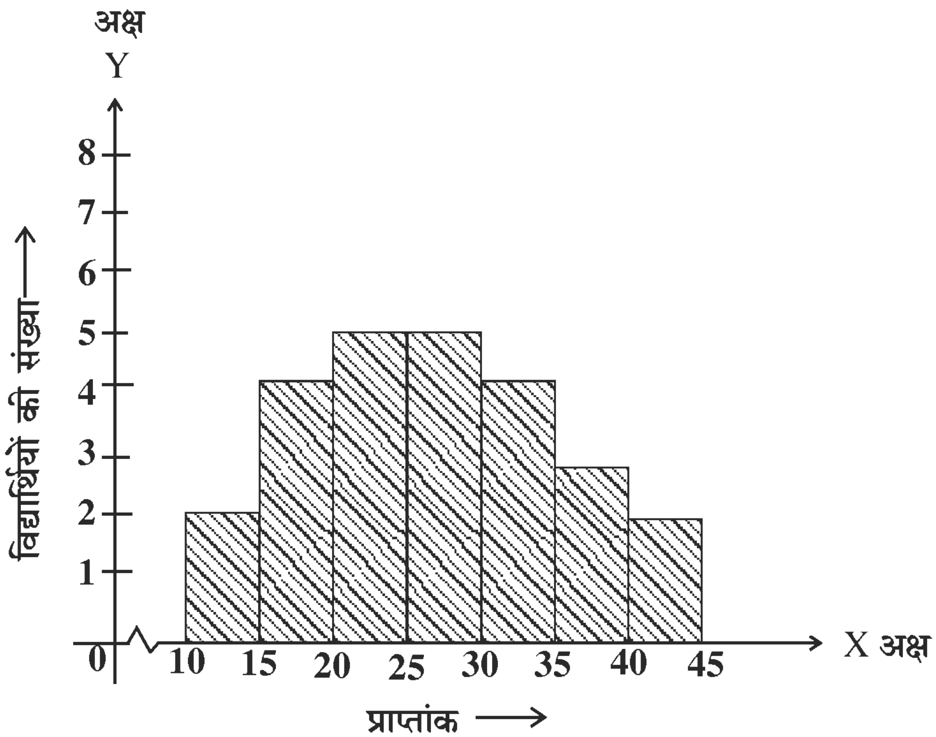
(4) कितने शिक्षक 35 वर्ष से कम आयु के हैं?

(5) कितने शिक्षक 35 वर्ष से अधिक आयु के हैं?

(6) विद्यालय में सबसे अधिक आयु वर्ग में शिक्षकों की संख्या कितनी है?

(7) इस आयत चित्र से एक वर्गीकृत बारंबारता सारणी बनाइए।

3. किसी कक्षा के विद्यार्थियों के गणित विषय में प्राप्तांकों का आयत चित्र दिया गया है इसे पढ़कर प्रश्नों के उत्तर दीजिए



(1) विद्यार्थियों की कुल संख्या कितनी है?

(2) 10-15 अंक प्राप्त करने वाली विद्यार्थी कितने हैं?

(3) अधिकतम प्राप्तांक वाले विद्यार्थी किस वर्ग में हैं?

(4) 40 से अधिक अंक कितने विद्यार्थियों को प्राप्त हुए हैं?

(5) इस आयत चित्र से एक वर्गीकृत बारंबारता सारणी बनाइए।

विविध प्रश्नावली 3

1. सही उत्तर चयन कर लिखें

(i) किसी वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को

(a) समद्विभाजित करता है (b) समद्विभाजित नहीं करता है

(c) समत्रिभाजित करता है (d) इनमें से कोई नहीं।

(ii) चक्रीय चतुर्भुज में सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों का योग होता है

(a) 120 (b) 160 (c) 180 (d) 360

(iii) वृत्त की परिधि 15.4 सेमी है। वृत्त का व्यास होगा

(a) 15.4 सेमी (b) 1.54 सेमी

(c) 3.14 सेमी (d) 4.9 सेमी

(iv) हेरो के सूत्र द्वारा त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ में s है

(a) त्रिभुज का क्षेत्रफल (b) त्रिभुज का परिमाप

(c) त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप (d) इनमें से कोई नहीं।

(v) 8, 6, 10, 12, 14, 16 का समान्तर माध्य होगा

(a) 18 (b) 16 (c) 10 (d) 11

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) वृत्त के केन्द्र से समान दूरी पर स्थित जीवाएँ ...... होती हैं।

(ii) अर्द्धवृत्त का कोण .... होता है।

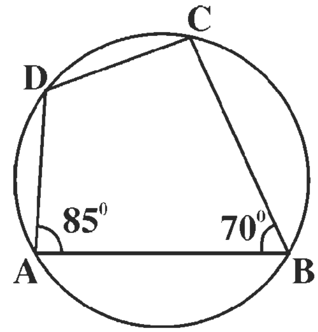
(iii) किसी वृत्त की परिमाप को उसकी ...... कहते हैं।

(iv) एक समचतुर्भुज की एक भुजा 5 सेमी तथा ऊँचाई 4 सेमी है। इसका क्षेत्रफल ...... होगा।

(v) कोई खास प्रेक्षण जितनी बार घटित होता है, वह उसकी ...... कहलाती है।

3. (i) एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है। उसकी एक जीवा की लम्बाई 9 सेमी है। केन्द्र से जीवा की दूरी ज्ञात कीजिए।

(ii) चित्रानुसार ABCD वृत्त के अंतर्गत बना है। यदि $\angle A=85^0$ तथा $\angle B=70^0$ तो $\angle C$ तथा$\angle D$ का मान ज्ञात कीजिए।



(iii) सम चतुर्भुज की एक भुजा 6.5 सेमी है तथा ऊँचाई 4 समी है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iv) एक बेलन का व्यास 10 सेमी है। यदि इसकी ऊंचाई 14 सेमी है तो बेलन के वक्र भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4. (i) किसी शंकु की ऊँचाई h सेमी तथा आधार का व्यास 2r सेमी है। शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(ii) एक वृत्त का क्षेत्रफल 154 $मी^2$ है। इसकी परिधि क्या होगी?

(iii) उस समबाहू त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा 40 सेमी है?

(iv) एक शंक्वाकार तंबू 10 मी. ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 मी है। तंबू की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी?

5. (i) आधार 80 सेमी तथा क्षेत्रफल 0.08 मी^{2} वाले त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(ii) विकर्णों 80 सेमी और 60 सेमी वाले एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) एक बेलनाकार टंकी, जो ऊपर से खुली हुई है जिसकी ऊँचाई 35 सेमी और त्रिज्या 21 सेमी है। टंकी के भीतर पेंट कटवाना है यदि पेंट कटवाने का खर्च एक रुपया प्रति 100 वर्ग सेमी है। तो कुल व्यय की गणना कीजिए।

(iv) 2 सेमी व्यास एवं 1 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. निम्नलिखित सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

भार (किग्रा.में)	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
वर्ग चिह्न					

7. विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा (100 में से) प्राप्त किए गए अंकों की निम्नलिखित बारंबारता बंटन सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

प्राप्तांक	मिलान चिह्न	बारंबारता
0-20	|||	---
20-40	𝍸	---
40-60	𝍸 𝍸 𝍸	18
60-80	𝍸 𝍸 ।	---
80-100	---	2

8. किसी खिलाड़ी द्वारा 9 क्रिकेट मैचों में बनाए गए रन निम्नलिखित हैं, इनका औसत ज्ञात कीजिए।

85, 82, 91, 0, 42, 8, 29, 1, 37.