1 हमारे आस-पास की बड़ी संख्याएँ

0775CH01

1.1 एक लाख किस्में!

कर्नाटक के चिन्तामणि नामक नगर में ईश्वरप्पा नाम का एक कृषक रहता है। वह खेत में चावल उगाने के लिए बीज खरीदने नियमित रूप से बाजार जाता है। ऐसी ही एक यात्रा के दौरान उसने रमन्ना और लक्ष्मम्मा को बातचीत करते सुना। रमन्ना कहता है, "पहले हमारे देश में चावल की लगभग एक लाख किस्में थीं। कृषक भिन्न-भिन्न किस्मों के बीजों का संरक्षण करते थे और चावल उगाने के लिए उनका उपयोग करते थे। अब हमारे पास कुछ ही किस्में बची हैं। कृषकों को भी बीज खरीदने के लिए बाजार आना-जाना पड़ता है।"

लक्ष्मम्मा कहती हैं, "मेरे घर के पास एक बीज बैंक है। अब तक उन्होंने विभिन्न स्थानों से चावल की लगभग सौ देसी किस्मों के बीज एकत्रित किए हैं। आप वहाँ से भी बीज खरीद सकते हो।"

आपने शायद पहले भी 'लाख' शब्द सुना होगा। क्या आप जानते हो कि एक लाख कितना बड़ा होता है? आइए, ज्ञात करते हैं।

ईश्वरप्पा ने इस घटना को अपनी पुत्री रोक्सी और पुत्र ऐस्तु के साथ साझा किया।

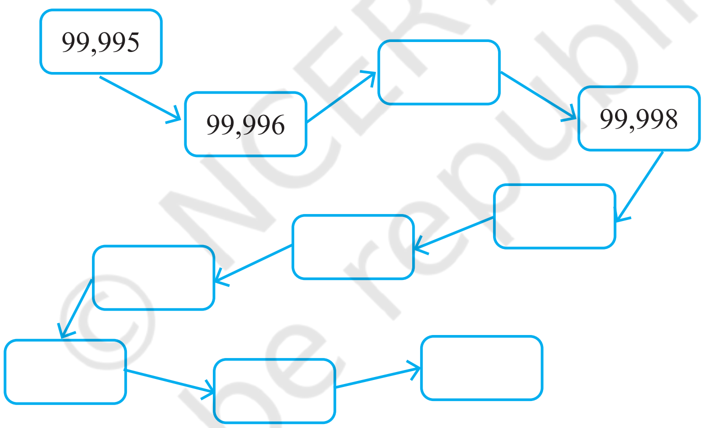
ऐस्तु को यह जानकर आश्चर्य हुआ कि इस देश में चावल की लगभग एक लाख किस्में थीं। उसे आश्चर्य हुआ "एक लाख! अब तक मैंने केवल 3 किस्में ही चखी हैं। यदि हम प्रत्येक दिन एक नई किस्म को चखने का प्रयत्न करें तो सभी किस्मों का स्वाद लेने में जीवन काल के 100 वर्ष लग जाएँगे?"

आप क्या सोचते हैं? अनुमान लगाइए।

परंतु एक लाख होता कितना है? प्रतिरूप (पैटर्न) का निरीक्षण कीजिए और नीचे दिए गए बक्सों को भरिए।

3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या है	999	
		+1
4 अंकों की सबसे छोटी संख्या है		
4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या है		
		+1
5 अंकों की सबसे छोटी संख्या है		
5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या है		
		+1
6 अंकों की सबसे छोटी संख्या है	1,00,000	

1,00,000 को "एक लाख" पढ़ा जाता है



रोक्सी और ऐस्तु ने पाया कि यदि वे प्रतिदिन एक किस्म का चावल खाते हैं तो वे जीवनभर में एक लाख किस्म के चावल खाने के निकट भी नहीं पहुँच पाएँगे। रोक्सी सुझाव देती है, "क्या होगा यदि हम 2 किस्मों के चावल प्रतिदिन खाएँ? क्या हम 100 वर्षों में 1 लाख किस्म के चावल खा सकेंगे?

? क्या होगा यदि एक व्यक्ति 3 किस्मों के चावल प्रतिदिन खाए? क्या वे 100 वर्षों के जीवन काल में सभी 1 लाख किस्मों का स्वाद ले सकेंगे? ज्ञात कीजिए।

ऐस्तु कहता है, "हम जानते हैं कि यदि हम अधिवर्ष (लीपवर्ष) को अनदेखा कर दें तो एक वर्ष में 365 दिन होते हैं। यदि हम y वर्षों तक जीवित रहते हैं तो हमारे जीवन काल में दिनों की संख्या 365 × y होगी।"

© NCERT not to be republished

? y के लिए एक संख्या चुनिए। आपके चुने हुए y के लिए, y वर्षों में दिनों की संख्या 1 लाख के कितने निकट है?

? पता लगाइए

1. 2011 की जनगणना के अनुसार चिन्तामणि नगर की जनसंख्या लगभग 75,000 थी। 75,000 एक लाख से कितना कम है?
2. वर्ष 2024 में चिन्तामणि नगर की अनुमानित जनसंख्या 1,06,000 थी। 1,06,000 एक लाख से कितना अधिक है?
3. 2011 से 2024 तक चिन्तामणि नगर की जनसंख्या कितनी बढ़ी?

बड़ी संख्याओं की अनुभूति

हो सकता है कि आपको इस तरह के रोचक तथ्य पता चले हों—

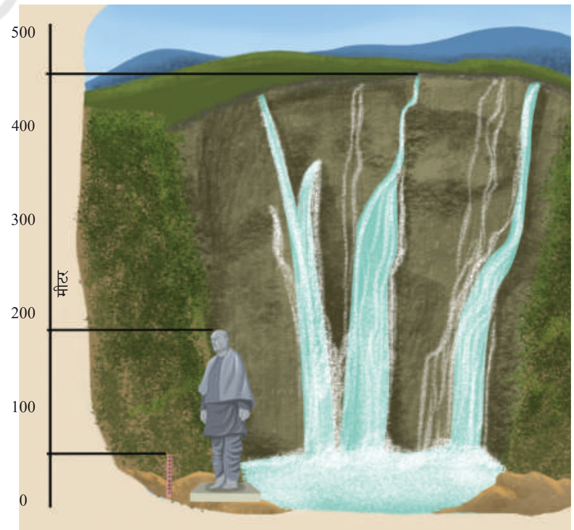
- गुजरात में स्थित सरदार वल्लभभाई पटेल की 'एकता की प्रतिमा' विश्व की सबसे ऊँची प्रतिमा है, इसकी ऊँचाई लगभग 180 मीटर है।
- कहा जाता है कि कर्नाटक में कुंचीकल जलप्रपात लगभग 450 मीटर ऊँचाई से गिरता है।

यह अनुमान लगा पाना सदैव सरल नहीं होता कि ये माप कितने बड़े हैं। परंतु जब हम उनकी तुलना पहले से परिचित किसी वस्तु के साथ करते हैं तब हमें उनके आकार की बेहतर समझ होती है; आइए, एक उदाहरण देखते हैं।

दाईं ओर दिए गए चित्र को देखिए। सोमू 1 मीटर लंबा है। यदि प्रत्येक तल उसकी ऊँचाई का चार गुना हो तो भवन की अनुमानित ऊँचाई क्या है?

? कौन ऊँचा है ________ एकता की प्रतिमा या यह भवन? कितना ऊँचा है? ________ मी.

हम देख सकते हैं कि एकता की प्रतिमा की ऊँचाई सोमू के भवन की ऊँचाई की लगभग 4 गुनी है।



? कुंचीकल जलप्रपात सोमू के भवन की तुलना में कितना ऊँचा है? ________ मी.

? सोमू के भवन में कितने तल होने चाहिए ताकि उसकी ऊँचाई जलप्रपात की ऊँचाई के समान हो जाए?

© NCERT not to be republished

क्या एक लाख बहुत बड़ी संख्या है?

ईश्वरप्पा ने रोक्सी और ऐस्तु से पूछा, "एक लाख छोटा है या बड़ा?"
रोक्सी मानती है कि एक लाख एक बड़ी संख्या है—

- "हमारे पास चावल की एक लाख किस्में थीं— यह बहुत अधिक है।"
- "1 लाख दिन जीने का अर्थ होगा 274 वर्ष तक जीना— यह वास्तव में एक लंबा समय है!"
- "यदि एक लाख व्यक्ति कंधे से कंधा मिलाकर एक रेखा में खड़े हो जाएँ तो वे 38 किलोमीटर तक फैल सकते हैं।"

परंतु ऐस्तु सोचता है कि यह इतना बड़ा नहीं है—

- "क्या आप जानते हो कि अहमदाबाद के क्रिकेट स्टेडियम में एक लाख से अधिक व्यक्तियों के बैठने की क्षमता है? इतने छोटे से क्षेत्र में एक लाख व्यक्ति!"
- "अधिकांश मनुष्यों के सिर पर 80,000 से 1,20,000 बाल होते हैं। कल्पना कीजिए इतने छोटे से स्थान में एक लाख बाल कैसे समा जाते हैं!"
- "मैंने सुना है कि यहाँ मछलियों की कुछ ऐसी प्रजातियाँ हैं जहाँ एक मादा मछली एक बार में आराम से लगभग एक लाख अंडे देती है। कुछ तो एक बार में दस लाख तक अंडे देती हैं।"

? आप एक लाख को कैसे देखते हैं— क्या यह एक बड़ी संख्या है या छोटी?

संख्याओं को लिखना और पढ़ना

हम पहले से ही भारतीय स्थानीय मान प्रणाली में 5 अंकों की संख्याओं में अल्पविराम (,) का उपयोग करते आ रहे हैं, जैसे— 45,830 जैसे-जैसे संख्याएँ बढ़ती जाती हैं, अल्पविराम का उपयोग संख्याओं को पढ़ना सरल बनाता है।

हम अल्पविराम का उपयोग अंकों के बीच में करते हैं, जैसे— "दस हजार" के स्थान और "एक लाख" के स्थान के बीच, जैसा कि आपने पहले देखा है (1,00,000)।

12,78,830 का संख्या नाम बारह लाख अठहत्तर हजार आठ सौ तीस है। इसी प्रकार, संख्या 15,75,000 को शब्दों में पंद्रह लाख पचहत्तर हजार कहेंगे।

नीचे दी गई संख्याओं को शब्दों में लिखिए—

(a) 3,00,600 (b) 5,04,085

(c) 27,30,000 (d) 70,53,138

निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए भारतीय स्थानीय मान प्रणाली में संगत संख्या लिखिए—

(a) एक लाख तेईस हजार चार सौ छप्पन

(b) चार लाख सात हजार सात सौ चार

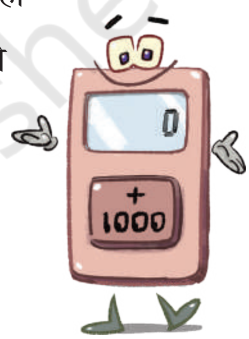
(c) पचास लाख पाँच हजार पचास

(d) दस लाख दो सौ पैंतीस

शिक्षक हेतु टिप्पणी— विद्यार्थियों को इन तथ्यों के बीच संबंध बनाने के लिए प्रोत्साहित कीजिए। उदाहरण के लिए, क्या चिन्तामणि नगर की समस्त जनसंख्या एक स्टेडियम में व्यवस्थित हो सकती है? हम कैसे कल्पना कर सकते हैं कि 38 किलोमीटर लंबी रेखा में एक लाख व्यक्ति स्टेडियम में एक-दूसरे के साथ में बैठ सकते हैं?

1.2 दहाइयों की भूमि

यहाँ **दहाइयों की भूमि** में, विशेष बटनों वाले कुछ विशेष गणक (कैलकुलेटर) हैं।



1. **हँसमुख हजार** के पास +1000 का एक बटन है। निम्नलिखित को दिखाने के लिए इसे कितनी बार दबाना चाहिए—

(a) तीन हजार? 3 बार

(b) 10,000? ____________

(c) तिरेपन हजार? ____________

(d) 90,000? ____________

(e) एक लाख? ____________

(f) ____________ 153 बार?

(g) 1 लाख बनाने के लिए कितने हजार चाहिए?

2. **दबंग दहाई** के पास +10 का मात्र एक बटन है। निम्नलिखित को दिखाने के लिए इसे कितनी बार दबाना चाहिए—

(a) पाँच सौ? ____________

(b) 780? ________

(c) 1000? ________

(d) 3700? ________

(e) 10,000? ____________

(f) एक लाख? ____________

(g) ____________ 435 बार?

3. **समझदार सैकड़े** के पास +100 का मात्र एक बटन है। निम्नलिखित को दिखाने के लिए इसे कितनी बार दबाना चाहिए—

© NCERT not to be republished

(a) चार सौ? ___________ बार
(b) 3,700? __________
(c) 10,000? __________
(d) तिरेपन हजार? __________
(e) 90,000? __________
(f) 97,600? __________
(g) 1,00,000? __________
(h) _________ 582 बार?
(i) दस हजार बनाने के लिए कितने सैकड़ों की आवश्यकता होती है?
(j) एक लाख बनाने के लिए कितने सैकड़ों की आवश्यकता होती है?
(k) समझदार सैकड़ा कहता है, "यहाँ कुछ संख्याएँ हैं जो दबंग दहाई और हँसमुख हजार नहीं दिखा सकता है, परंतु मैं दिखा सकता हूँ। क्या यह कथन सत्य है? सोचिए और खोजिए।

4. **चतुर चित्ती** एक अलग प्रकार का कैलकुलेटर है। इसमें निम्नलिखित बटन हैं— +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 और +1000000 । इसमें सदैव काम करने के कई तरीके होते हैं। आप पूछ सकते हैं, "ऐसा कैसे?" संख्या 321 प्राप्त करने के लिए वह +10 को 32 बार और +1 को एक बार दबाता है। क्या उसे 321 प्राप्त होगा? वैकल्पिक रूप से वह +100 को दो बार, +10 को बारह बार तथा +1 को एक बार दबा सकता है।

5. 5072 को प्राप्त करने के लिए नीचे दो भिन्न प्रकार दिखाए गए हैं। इन दो प्रकारों को निम्न रूप में व्यक्त किया जा सकता है —
(a) (50 × 100) + (7 × 10) + (2 × 1) = 5072
(b) (3 × 1000) + (20 × 100) + (72 × 1) = 5072

बटन	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

? 5072 प्राप्त करने की एक अलग विधि ज्ञात कीजिए और उसी के लिए एक व्यंजक लिखिए।

? पता लगाइए

नीचे दी गई प्रत्येक संख्या के लिए संख्या को प्राप्त करने के लिए कम से कम दो भिन्न विधियों द्वारा बटन दबाकर व्यंजक लिखिए। चित्ती की तरह सोचिए और रचनात्मक बनिए।

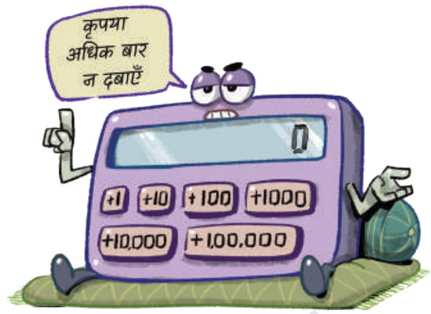
(a) 8300 (b) 40629
(c) 56354 (d) 66666
(e) 367813

© NCERT not to be republished

चतुर चित्ती के पास आपके लिए कुछ प्रश्न हैं—

(a) आपको संख्या बनाने के लिए बटन को ठीक 30 बार दबाना है। आप 3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन-सी बना सकते हैं? आप 3 अंकों की सबसे छोटी संख्या कौन-सी बना सकते हैं?

(b) 25 बार बटन दबाकर 997 प्राप्त किया जा सकता है। क्या 997 को 25 से कम या अधिक बार बटन दबाकर बना सकते हैं?



इसी प्रकार के प्रश्नों का निर्माण कीजिए और अपने सहपाठियों को चुनौती दीजिए।

साधारण सिप्पी एक अलग प्रकार का गणक है। इसमें निम्नलिखित बटन हैं— +1, +10, +100, +1,000, +10,000, +1,00,000। इसका उपयोग यथासंभव न्यूनतम किया जाना चाहिए।

? हम कम-से-कम बटन दबाकर संख्याएँ (a) 5072 और (b) 8300 कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

पता लगाइए कि नीचे दी गई तालिका में वाँछित संख्या को प्राप्त करने के लिए कौन-सा बटन दबाना चाहिए और कितनी बार। इसका उद्देश्य यथासंभव कम बटन दबाना है।

यहाँ संख्या 5072 को प्राप्त करने की एक विधि दी गई है। इस विधि में बटनों को कुल 23 बार दबाया गया है।

क्या 23 से कम बार बटन को दबाकर 5072 प्राप्त करने की कोई अन्य विधि है?

इसके लिए एक व्यंजक लिखिए।

बटन	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

? पता लगाइए

1. पिछले 'पता लगाइए' में दी गई संख्याओं के लिए ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक संख्या को कम-से-कम बटन दबाकर कैसे प्राप्त किया जा सकता है और संगत व्यंजक लिखिए।
2. क्या आप प्रत्येक संख्या और सबसे कम बार बटन दबाने की संख्या के बीच कोई संबंध देखते हैं?
3. यदि आप ध्यान दें तो सबसे कम बटन दबाने के लिए व्यंजक संख्याओं का भारतीय स्थानीय मान संकेतन दिखाता है। सोचिए ऐसा क्यों है? गणित चर्चा

क्या होगा यदि + 10,00,000 के बटन को 10 बार दबाया जाए? आपको कौन-सी संख्या प्राप्त होगी? इसमें कितने शून्य होंगे? हम इसे क्या कहेंगे? यह संख्या 100 लाख होगी, जिसे **1 करोड़** भी कहा जाता है। एक करोड़ को भारतीय स्थानीय मान प्रणाली में 1,00,00,000 लिखा जाता है। इसमें 1 के बाद में 7 शून्य होते हैं।

© NCERT not to be republished

1.3 करोड़ और करोड़ों का!

नीचे दी गई तालिका में अंकों के नामकरण एवं अल्पविराम लगाने की भारतीय और अमेरिकी, दोनों पद्धतियों के अनुसार कुछ संख्याएँ दिखाई गई हैं (अमेरिकी पद्धति को अंतरराष्ट्रीय पद्धति भी कहा जाता है)। दोनों पद्धतियों में अल्पविराम के स्थानों को ध्यान से देखिए।

भारतीय पद्धति		अमेरिकी पद्धति/ अंतरराष्ट्रीय पद्धति	
1,000	एक हजार	1,000	एक हजार
10,000	दस हजार	10,000	दस हजार
1,00,000	एक लाख	100,000	सौ हजार
10,00,000	दस लाख	1,000,000	एक मिलियन
1,00,00,000	एक करोड़	10,000,000	दस मिलियन
10,00,00,000	दस करोड़	100,000,000	सौ मिलियन
1,00,00,00,000	एक अरब या सौ करोड़	1,000,000,000	एक बिलियन

ध्यान दीजिए कि भारतीय पद्धति में अंकों को समूहबद्ध करने के लिए 3-2-2... प्रतिरूप (पैटर्न) में दाएँ से बाएँ ओर अल्पविरामों को लगाया जाता है (हजार, लाख, करोड़ आदि)। अमेरिकी पद्धति में अंकों को समान रूप से समूहबद्ध करने के लिए 3-3-3-3... प्रतिरूप में दाएँ से बाएँ ओर अल्पविराम को लगाया जाता है (हजार, मिलियन, बिलियन आदि)।

भूटान, नेपाल, श्रीलंका, पाकिस्तान, बांग्लादेश, मालदीव, अफगानिस्तान और म्यांमार में भी संख्याओं के नामकरण की भारतीय पद्धति को अपनाया जाता है। लाख शब्द की उत्पत्ति संस्कृत के "लक्ष" शब्द से और करोड़ की उत्पत्ति संस्कृत के "कोटि" शब्द से हुई है। अमेरिकी पद्धति का भी बहुत से देशों में उपयोग किया जाता है।

1 लाख और 1 करोड़ में शून्यों की संख्या को ध्यान से देखिए।

1 लाख को 1 के आगे 5 शून्य लगाकर लिखा जाता है।

1 करोड़ को 1 के आगे 7 शून्य लगाकर लिखा जाता है।

1 लाख एक हजार का एक सौ गुना है, एक करोड़ एक लाख का एक सौ गुना है और एक अरब, एक करोड़ का एक सौ गुना है (अर्थात एक सौ हजार 1 लाख है, 100 लाख 1 करोड़ है और 100 करोड़ 1 अरब है)।

? एक हजार लाख में कितने शून्य हैं? ____________

? एक सौ हजार में कितने शून्य हैं? ______________

संख्या 9876501234 को अल्पविराम लगाकर सरलता से पढ़ा जा सकता है—

(a) 9,87,65,01,234 ⟶ 9 अरब 87 करोड़ 65 लाख 1 हजार और 234 या 987 करोड़ 65 लाख 1 हजार 234 (भारतीय पद्धति में)।

(b) 9,876,501,234 ⟶ 9 बिलियन 876 मिलियन 501 हजार 234 (अमेरिकी पद्धति में)।

© NCERT not to be republished

? पता लगाइए

1. संख्याओं को भारतीय स्थानीय मान संकेतन के अनुसार पढ़िए और उनके संख्या नामों को भारतीय और अमेरिकी दोनों पद्धतियों में लिखिए—

   (a) 4050678 (b) 48121620
   (c) 20022002 (d) 246813579
   (e) 345000543 (f) 1020304050

2. निम्नलिखित संख्याओं को भारतीय स्थानीय मान संकेतन में लिखिए—

   (a) एक करोड़ एक लाख एक हजार दस
   (b) एक बिलियन एक मिलियन एक हजार एक
   (c) दस करोड़ बीस लाख तीस हजार चालीस
   (d) नौ बिलियन अस्सी मिलियन सात सौ हजार छह सौ

3. तुलना कीजिए और '<', '>' या '=' उपयुक्त चिह्न लगाइए—

   (a) 30 हजार _____ 3 लाख
   (b) 500 लाख _______ 5 मिलियन
   (c) 800 हजार _____ 8 मिलियन
   (d) 640 करोड़ _______ 60 बिलियन

आगे की कक्षाओं में हमें इससे भी बड़ी संख्याएँ मिलेंगी।

1.4 सटीक और सन्निकट मान

आप इस बातचीत के बारे में क्या सोचते हैं? क्या आपने ऐसा कोई समाचार या कथन पढ़ा या सुना है?

बहुत बार यथार्थ संख्या की आवश्यकता नहीं होती और केवल सन्निकट मान ही पर्याप्त होता है। उदाहरण के लिए, 2011 की जनगणना के अनुसार चिन्तामणि नगर की जनसंख्या 76,068 है। इसके स्थान पर यह कहना कि जनसंख्या लगभग 75,000 है, यह अनुमान लगाने के लिए पर्याप्त है कि संख्या कितनी बड़ी है।

© NCERT not to be republished

कुछ ऐसी परिस्थितियाँ होती हैं जहाँ एक संख्या को ऊपर की ओर सन्निकटित करना उचित होता है (जब सन्निकटित संख्या वास्तविक संख्या से अधिक होती है तो उसे ऊपर की ओर सन्निकटित किया जाता है)। उदाहरण के लिए, यदि एक विद्यालय में विद्यार्थियों, शिक्षकों, कर्मचारियों और प्रधानाचार्य को मिलाकर 732 व्यक्ति हैं तो वे 700 मिठाइयों के स्थान पर 750 मिठाइयाँ मंगा सकते हैं।

कुछ ऐसी परिस्थितियाँ होती हैं जहाँ नीचे की ओर सन्निकटित करना अच्छा होता है (जब सन्निकटित संख्या वास्तविक संख्या से कम होती है तो उसे नीचे की ओर सन्निकटित करते हैं)। उदाहरण के लिए, यदि एक वस्तु का मूल्य ₹470 हो तो दुकानदार मूल्य ₹500 की जगह ₹450 के आस-पास बता सकता है।

? सोचिए और ऐसी परिस्थितियों को साझा कीजिए जहाँ यह उचित हो (a) ऊपर की ओर सन्निकटन (b) नीचे की ओर सन्निकटन (c) या तो ऊपर की ओर सन्निकटन अथवा नीचे की ओर सन्निकटन सही हो और (d) जब यथार्थ संख्याओं की आवश्यकता हो।

निकटतम पड़ोसी

बड़ी संख्याओं के साथ निकटतम हजार, लाख या करोड़ जानना उपयोगी होता है। उदाहरण के लिए, संख्या 6,72,85,183 की निकटतम संख्या आगे दी गई तालिका में दिखाई गई हैं—

निकटतम हजार	6,72,85,000
निकटतम दस हजार	6,72,90,000
निकटतम लाख	6,73,00,000
निकटतम दस लाख	6,70,00,000
निकटतम करोड़	7,00,00,000

? इसी प्रकार इन संख्याओं के लिए पाँच निकटतम संख्या लिखिए—

(a) 3,87,69,957 (b) 29,05,32,481

? मेरे पास एक संख्या है जिसके लिए सभी पाँच निकटतम संख्या 5,00,00,000 हैं। यह संख्या क्या हो सकती है? ऐसी यहाँ कितनी संख्याएँ हैं?

गणित चर्चा

रोक्सी और ऐस्तु सरल व्यंजकों के मानों का अनुमान लगा रहे हैं।

1. 4,63,128 + 4,19,682,

रोक्सी— "इनका योगफल 8,00,000 के निकट है और 8,00,000 से अधिक है।"

ऐस्तु— "इनका योगफल 9,00,000 के निकट है और 9,00,000 से कम है।"

(a) क्या ये अनुमान सही हैं? किसका अनुमान योगफल के निकटतम है?

(b) क्या इनका योगफल 8,50,000 से अधिक होगा या 8,50,000 से कम होगा? आप ऐसा क्यों सोचते हैं?

(c) क्या इनका योगफल 8,83,128 से अधिक होगा या 8,83,128 से कम होगा? आपको ऐसा क्यों लगता है?

(d) 4,63,128 + 4,19,682 का यथार्थ मान = ___________ है।

2. 14,63,128 – 4,90,020

रोक्सी — "इनका अंतर 10,00,000 के निकट है और 10,00,000 से कम है।"

ऐस्तु — "इनका अंतर 9,00,000 के निकट है और 9,00,000 से अधिक है।"

(a) क्या ये अनुमान सही हैं? किसका आकलन अंतर के निकटतम है?

(b) क्या इनमें अंतर 9,50,000 से अधिक होगा या 9,50,000 से कम होगा? आपको ऐसा क्यों लगता है?

© NCERT not to be republished

(c) क्या अंतर 9,63,128 से अधिक होगा या 9,63,128 से कम होगा? आपको ऐसा क्यों लगता है?

(d) 14,63,128 – 4,90,020 का सटीक मान = __________ है।

शिक्षक हेतु टिप्पणी — विद्यार्थियों से इस प्रकार के प्रश्न पूछिए, "यदि दो संख्याओं का योगफल 8,50,000 से कम हो तो संख्याएँ क्या होंगी?"

नगरों की जनसंख्या

नीचे दी गई तालिका में कुछ भारतीय नगरों की जनसंख्या को देखिए—

क्रम	शहर	जनसंख्या (2011)	जनसंख्या (2001)
1	मुंबई	1,24,42,373	1,19,78,450
2	नई दिल्ली	1,10,07,835	98,79,172
3	बेंगलुरू	84,25,970	43,01,326
4	हैदराबाद	68,09,970	36,37,483
5	अहमदाबाद	55,70,585	35,20,085
6	चेन्नई	46,81,087	43,43,645
7	कोलकाता	44,86,679	45,72,876
8	सूरत	44,67,797	24,33,835
9	वडोदरा	35,52,371	16,90,000
10	पुणे	31,15,431	25,38,473
11	जयपुर	30,46,163	23,22,575
12	लखनऊ	28,15,601	21,85,927
13	कानपुर	27,67,031	25,51,337
14	नागपुर	24,05,665	20,52,066
15	इंदौर	19,60,631	14,74,968

© NCERT not to be republished

16	ठाणे	18,18,872	12,62,551
17	भोपाल	17,98,218	14,37,354
18	विशाखापटनम	17,28,128	13,45,938
19	पिंपरी-चिंचवड़	17,27,692	10,12,472
20	पटना	16,84,222	13,66,444

? तालिका में दी गई सूचनाओं के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर सन्निकट मानों के द्वारा दीजिए—

1. इन आँकड़ों के विषय में आपका सामान्य अवलोकन क्या है? कक्षा के साथ साझा कीजिए।
2. उपर्युक्त तालिका के लिए एक उपयुक्त शीर्षक क्या है?
3. 2011 में पुणे की जनसंख्या कितनी है? 2001 की तुलना में इसमें लगभग कितनी वृद्धि हुई है?
4. 2001 और 2011 के बीच में किस नगर की जनसंख्या में सबसे अधिक वृद्धि हुई?
5. क्या यहाँ ऐसे भी नगर हैं जिनकी जनसंख्या लगभग दो गुनी हो गई? यह कौन-से नगर हैं?
6. पटना की जनसंख्या को किस संख्या से गुणा किया जाए कि वह मुंबई की जनसंख्या के लगभग समान हो जाए?

1.5 गुणनफल में प्रतिरूप

रोक्सी और ऐस्तु गुणन का खेल, खेल रहे हैं। संख्या को 10, 100 अथवा 1000 ... आदि से गुणा करने के लिए उन्होंने एक रोचक तकनीक देखी।

गुणन की एक संक्षिप्त विधि

रोक्सी 116 × 5 को निम्न तरीके से हल करती है—

$$116 \times 5 = \overset{58}{\cancel{116}} \times \frac{10}{\cancel{2}}$$

$$= 58 \times 10$$

$$= 580$$

© NCERT not to be republished

ऐस्तु 824 × 25 का मान इस तरह निकालता है

$$824 \times 25 = \overset{206}{\cancel{824}} \times \frac{100}{\cancel{4}}$$

$$= 20600$$

? क्या आप गुणन और विभाजन के अर्थ का उपयोग करते हुए यह स्पष्ट कर सकते हैं कि किसी संख्या को 5 से गुणा करना या उसे 2 से भाग करके 10 से गुणा करने पर समान संख्या क्यों प्राप्त होती है? गणित चर्चा

? पता लगाइए

1. इन गुणनफलों का शीघ्र परिकलन करने की विधियाँ ज्ञात कीजिए—
   - (a) 2 × 1768 × 50
   - (b) 72 × 125 [**संकेत** — $125 = \frac{1000}{8}$]
   - (c) 125 × 40 × 8 × 25
2. इन गुणनफलों का परिकलन शीघ्र कीजिए—
   - (a) 25 × 12 = ___________
   - (b) 25 × 240 = ___________
   - (c) 250 × 120 = ___________
   - (d) 2500 × 12 = ___________
   - (e) _______ × _______ = 120000000

गुणनफल कितना लंबा है?

नीचे दिए गए प्रत्येक बक्से में गुणन के रोचक पैटर्न दिखाई देते हैं। पैटर्न ज्ञात करने के लिए उन्हें हल कीजिए। ज्ञात पैटर्न के आधार पर गुणन को आगे बढ़ाइए।

11 × 11 = 111 × 111 = 1111 × 1111 =	66 × 61 = 666 × 661 = 6666 × 6661 =
3 × 5 = 33 × 35 = 333 × 335 =	101 × 101 = 102 × 102 = 103 × 103 =

© NCERT not to be republished

❓ गुणा की जाने वाली दोनों संख्याओं में अंकों की संख्याओं और प्रत्येक स्थिति में उनके गुणनफल को ध्यान से देखिए। क्या गुणा की जाने वाली संख्याओं में और उनके गुणनफल में अंकों की संख्याओं के बीच कोई संबंध है?

❓ रोक्सी कहती है कि 2 अंकों की दो संख्याओं का गुणनफल केवल 3 या 4 अंकों की संख्या ही हो सकती है। क्या वह सही है?

❓ यह जानने के लिए कि रोक्सी का कथन सही है, क्या हमें 2 अंकों की संख्याओं के साथ सभी संभव गुणन का प्रयत्न करना चाहिए? या इसे पता लगाने की कोई और उपयुक्त विधि है?

वह अपना तर्क समझाती है, "हम 2 अंकों की दो संख्याओं के गुणनफल में प्राप्त अंकों की संख्या के बारे में जानना चाहते हैं। इस तरह का सबसे छोटा गुणनफल जानने के लिए मैं 10×10 लेती हूँ। इसलिए इसके अतिरिक्त सभी गुणनफल 100 से बड़े होंगे। ऐसा सबसे बड़ा गुणनफल ज्ञात करने के लिए मैं 3 अंकों की न्यूनतम संख्याओं को गुणा करके $100 \times 100 = 10{,}000$ प्राप्त करूँगी। अत: 2 अंकीय संख्याओं का गुणनफल सदैव 10,000 से कम होगा।"

❓ क्या 3 अंकों की संख्या को दूसरी 3 अंकों की संख्या से गुणा करने पर 4 अंकों की संख्या प्राप्त होगी?

❓ क्या 4 अंकों की संख्या को 2 अंकों की संख्या के साथ गुणा करने पर 5 अंकों की संख्या प्राप्त होगी?

❓ नीचे दिए गए गुणन कथनों को देखिए। क्या आप कोई पैटर्न देखते हैं? देखिए कि क्या यह पैटर्न अन्य संख्याओं पर भी लागू होता है?

1-अंक	×	1-अंक	=	1-अंक	या	2-अंक
2-अंक	×	1-अंक	=	2-अंक	या	3-अंक
2-अंक	×	2-अंक	=	3-अंक	या	4-अंक
3-अंक	×	3-अंक	=	5-अंक	या	6-अंक
5-अंक	×	5-अंक	=		या	
8-अंक	×	3-अंक	=		या	
12-अंक	×	13-अंक	=		या	

© NCERT not to be republished

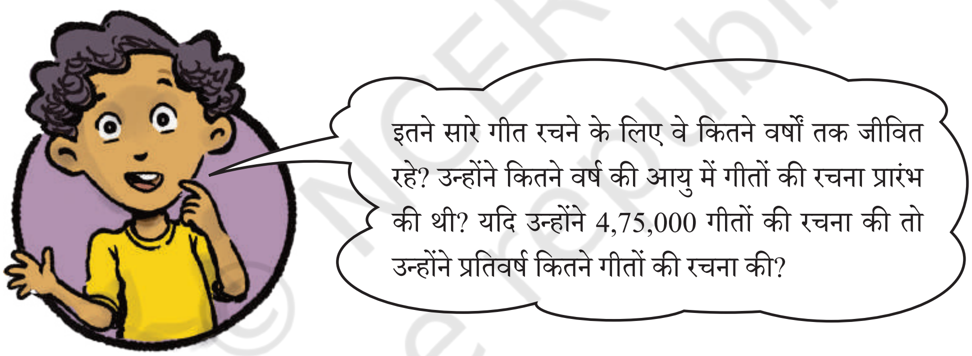
बड़ी संख्याओं के बारे में आकर्षक तथ्य

बड़ी संख्याओं के बारे में कुछ रोचक तथ्य नीचे छिपे हुए हैं। इन तथ्यों को उजागर करने के लिए गुणनफल या भागफल का परिकलन कीजिए। एक बार जब आप गुणनफल या भागफल ज्ञात करते हैं तो संख्या को भारतीय तथा अमेरिकन, दोनों पद्धतियों में पढ़िए। प्रत्येक संख्या को खोजने के बाद उस तथ्य के बारे में अपने विचार और प्रश्न कक्षा के साथ साझा कीजिए।

1250×380

____

दंत कथाओं के अनुसार पुरंदरदास द्वारा रचित कीर्तनों की संख्या 1250 × 380 है। पुरंदरदास पंद्रहवीं शताब्दी के एक संगीतकार और गायक हैं। उनके कीर्तनों में सामाजिक सुधार, भक्ति और आध्यात्मिकता सम्मिलित थी। उन्होंने कर्नाटक संगीत सिखाने के तरीकों को व्यवस्थित किया जिनका पालन आज भी किया जाता है।



$2100 \times 70{,}000$

____

पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी लगभग 2,100 × 70,000 किलोमीटर है। यह दूरी पूरे वर्ष बदलती रहती है। सबसे अधिक दूरी लगभग 15 करोड़ 20 लाख किलोमीटर है।

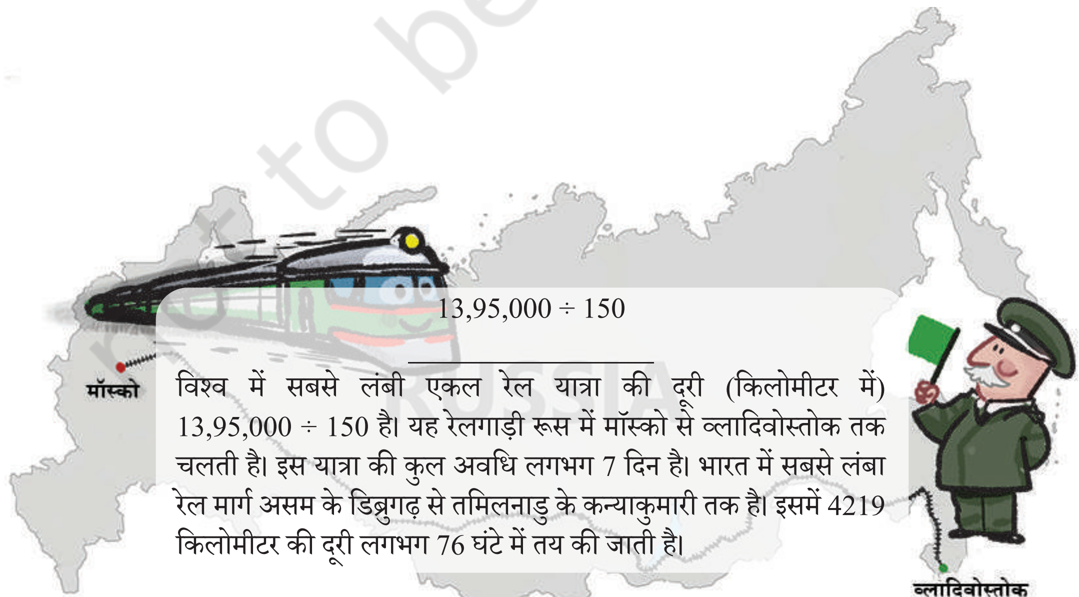
© NCERT not to be republished

6,400 × 62,500

____

अमेजन नदी द्वारा अटलांटिक महासागर में प्रति सेकंड छोड़े जाने वाले जल की औसत मात्रा 6,400 × 62,500 लीटर है। अटलांटिक महासागर में नदी का प्रवाह इतना अधिक है कि पीने योग्य शुद्ध मीठा जल खुले समुद्र में 160 किलोमीटर दूर तक भी पाया जाता है।

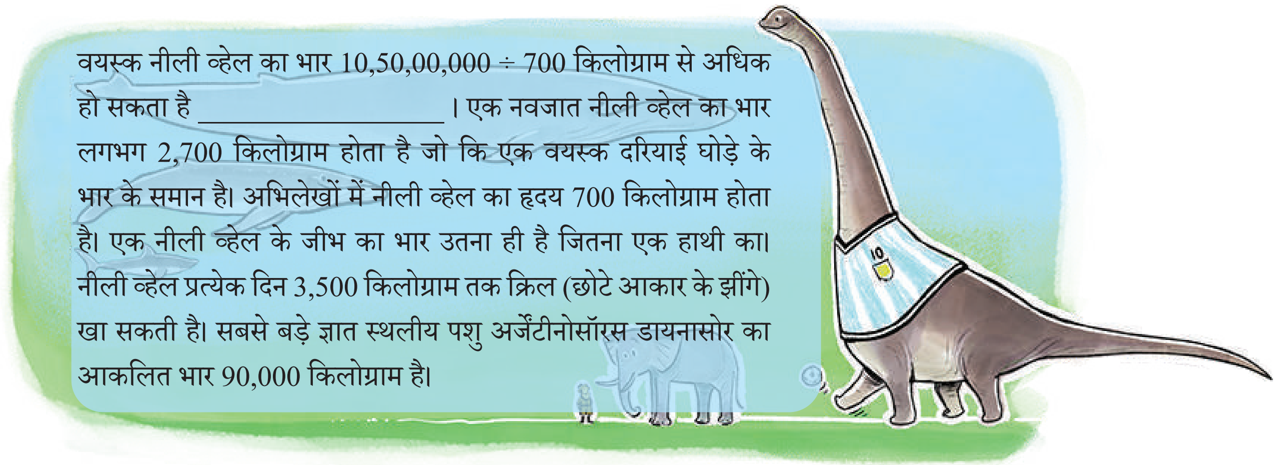
जैसा कि आपने पहले किया था, वैसे ही विभाजन के विषय में रोचक तथ्यों को उजागर करने के लिए दी गई संख्याओं को विभाजित कीजिए। प्रत्येक संख्या का पता लगाने के बाद अपने विचारों को और प्रश्नों को कक्षा के साथ साझा कीजिए।



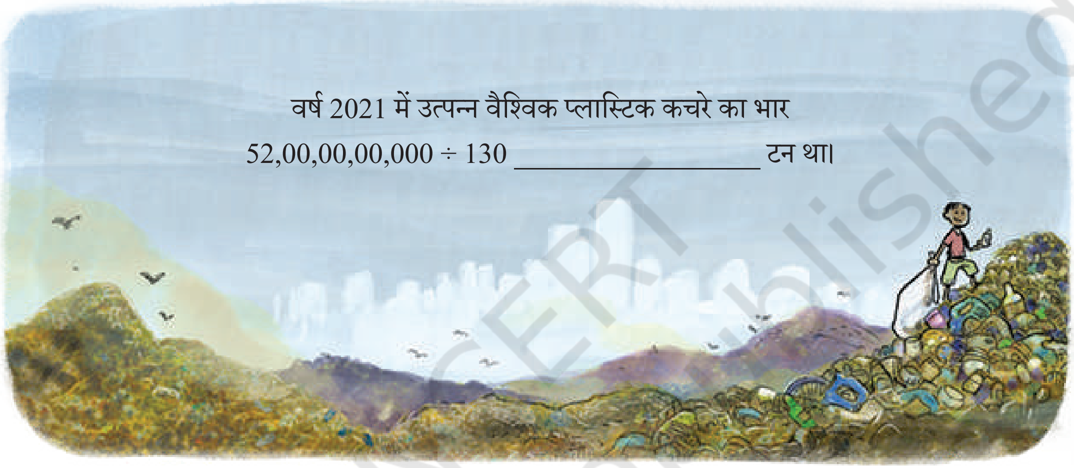
13,95,000 ÷ 150

____

विश्व में सबसे लंबी एकल रेल यात्रा की दूरी (किलोमीटर में) 13,95,000 ÷ 150 है। यह रेलगाड़ी रूस में मॉस्को से व्लादिवोस्तोक तक चलती है। इस यात्रा की कुल अवधि लगभग 7 दिन है। भारत में सबसे लंबा रेल मार्ग असम के डिब्रुगढ़ से तमिलनाडु के कन्याकुमारी तक है। इसमें 4219 किलोमीटर की दूरी लगभग 76 घंटे में तय की जाती है।



वयस्क नीली व्हेल का भार 10,50,00,000 ÷ 700 किलोग्राम से अधिक हो सकता है ________________ । एक नवजात नीली व्हेल का भार लगभग 2,700 किलोग्राम होता है जो कि एक वयस्क दरियाई घोड़े के भार के समान है। अभिलेखों में नीली व्हेल का हृदय 700 किलोग्राम होता है। एक नीली व्हेल के जीभ का भार उतना ही है जितना एक हाथी का। नीली व्हेल प्रत्येक दिन 3,500 किलोग्राम तक क्रिल (छोटे आकार के झींगे) खा सकती है। सबसे बड़े ज्ञात स्थलीय पशु अर्जेंटीनोसॉरस डायनासोर का आकलित भार 90,000 किलोग्राम है।



वर्ष 2021 में उत्पन्न वैश्विक प्लास्टिक कचरे का भार
52,00,00,00,000 ÷ 130 ________________ टन था।

बड़ी संख्या का तथ्य

1 ग्राम स्वस्थ मिट्टी में 10 करोड़ से 1 अरब तक बैक्टीरिया और 1 लाख से 10 लाख तक कवक हो सकते हैं जो पौधों की वृद्धि और स्वास्थ्य में सहायता कर सकते हैं।

अपनी कक्षा के विद्यार्थियों के साथ उन बड़ी संख्याओं के तथ्यों को साझा कीजिए जिन्हें आप जानते हैं या जिनसे आप परिचित हैं।

1.6 क्या आपने कभी सोचा...?

ऐस्तु बड़ी संख्याओं के बारे में इन सभी रोचक तथ्यों से प्रसन्न है। इनके बारे में सोचते हुए उसने एक असामान्य प्रश्न सामने रखा, "क्या मुंबई की पूरी जनसंख्या एक लाख बसों में समा सकती है?"

आपको क्या लगता है?

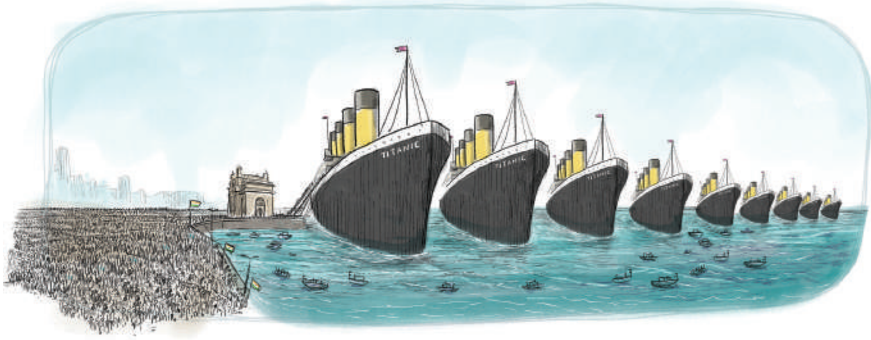
हम इसका पता कैसे लगा सकते हैं?

माना कि एक बस में 50 व्यक्ति बैठ सकते हैं तो 1 लाख बसों में 1 लाख × 50 = 50 लाख व्यक्तियों को बैठाया जा सकता है।

© NCERT not to be republished

मुंबई की जनसंख्या 1 करोड़ 24 लाख से अधिक है (यह हमने पीछे दी गई तालिका में देखा था)। अत: मुंबई की पूरी जनसंख्या 1 लाख बसों में नहीं समा सकती है।

❓ आर.एम.एस. टाइटैनिक जहाज पर लगभग 2,500 यात्री सवार थे। क्या मुंबई की जनसंख्या ऐसे 5,000 जहाजों में समा सकती है?



इस अनोखे प्रश्न से प्रेरित होकर रोक्सी को आश्चर्य हुआ। "यदि मैं 100 किलोमीटर की यात्रा प्रत्येक दिन कर करूँ तो क्या मैं चाँद तक 10 वर्षों में पहुँच सकती हूँ?" (पृथ्वी और चाँद के बीच की दूरी 3,84,400 किलोमीटर है।)

एक वर्ष में वह कितनी दूरी की यात्रा कर सकेगी?

10 वर्षों में वह कितनी दूरी की यात्रा कर सकेगी?

क्या इन गणनाओं को चरणों में करना सरल नहीं है? आप इस विधि का उपयोग सभी बड़ी गणनाओं को करने में कर सकते हैं।

❓ यदि आप प्रतिदिन 1,000 किलोमीटर की यात्रा करते हैं तो पता लगाइए कि क्या आप अपने जीवनकाल में सूर्य तक पहुँच सकते हैं? (आपने पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी को पिछले 'पृष्ठ 16' में देखा था।)

❓ आवश्यक तर्कसंगत कल्पना कीजिए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

(a) यदि कागज की एक शीट (पत्रक) का भार 5 ग्राम हो तो क्या आप एक लाख कागज की शीटों को एक साथ उठा सकते हो?

(b) यदि पूरे विश्व में प्रत्येक मिनट में 250 शिशु जन्म लेते हैं तो क्या एक दिन में 10 लाख (1 मिलियन) शिशु जन्म ले सकते हैं?

(c) क्या आप 10 लाख सिक्कों को एक दिन में गिन सकते हैं? मान लीजिए की आप प्रत्येक सेकंड में 1 सिक्का गिन सकते हो।

❓ सोचिए और ऐसे रोचक प्रश्न बनाइए और उन्हें अपनी कक्षा के साथ साझा कीजिए।

❓ पता लगाइए

1. 10 अंकों की संख्या बनाने के लिए 0 से 9 तक सभी अंकों को एक बार (पहला अंक 0 नहीं हो सकता) प्रयोग करते हुए लिखिए—

(a) 5 का सबसे बड़ा गुणज (b) सबसे छोटी सम संख्या

© NCERT not to be republished

2. संख्या 10,30,285 शब्दों में दस लाख तीस हजार दो सौ पिचासी है जिसमें 14 अक्षर हैं। 7 अंकों की ऐसी संख्या का नाम लिखिए जिसमें अक्षरों की संख्या अधिकतम हो।

3. 9 अंकों की ऐसी संख्या लिखिए जिसमें किन्हीं दो अंकों को परस्पर बदलने पर एक बड़ी संख्या प्राप्त हो। ऐसी कितनी संख्याएँ हैं?

4. संख्या 12345123451234512345 में से 10 अंकों को इस प्रकार काटिए कि शेष संख्या संभवत: बड़ी से बड़ी हो।

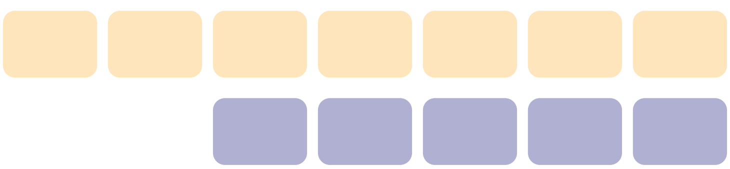
5. शब्द 'बारह' और 'तेरह' में अक्षर (र और ह) समान हैं। शब्द 'तेरह' और 'चौदह' में अक्षर (ह) समान है और शब्द 'चौदह' और 'पंद्रह' में अक्षर (द और ह) समान हैं। ऐसी दो क्रमागत संख्याओं को ज्ञात करने के लिए आपको कहाँ तक गिनना होगा जिसमें कोई भी अक्षर उभयनिष्ठ न हो?

6. माना कि आप सभी संख्याओं 1,2,3,4,...,9,10,11,... को लिखते हैं। आपके द्वारा लिखा गया दसवाँ अंक 1 है और ग्यारहवाँ अंक 0 है और यह संख्या 10 का भाग है। प्रयास करें
   (a) 1000वाँ अंक क्या होगा? यह किस संख्या पर आएगा?
   (b) किस संख्या में 10 लाखवाँ अंक आएगा?
   (c) आपने अंक 5 को 5000वीं बार कब लिखा होगा? प्रयास करें

7. एक गणक में केवल +10,000 और +100 के ही बटन हैं। निम्नलिखित संख्याओं को बनाने के लिए बटनों को दबाने की संख्या का वर्णन करते हुए एक व्यंजक लिखिए—
   (a) 20,800 (b) 92,100
   (c) 1,20,500 (d) 65,30,000
   (e) 70,25,700

8. कितने लाख मिलकर एक बिलियन बनाते हैं?

9. आपको 1 से 9 तक संख्यांकित संख्या पत्रकों के दो समूह दिए गए हैं। नीचे दिए गए प्रत्येक बक्से में एक संख्या पत्रक को रखकर निम्न परिणामों को प्राप्त कीजिए—
   (a) सबसे बड़ा संभावित योगफल
   (b) दो परिणामी संख्याओं का सबसे छोटा संभावित अंतर



© NCERT not to be republished

10. आपको कुछ संख्या पत्रक— 4,000, 13,000, 300, 70,000, 1,50,000, 20 और 5 दिए गए हैं। इन पत्रकों का उपयोग करके आप अपनी इच्छानुसार किन्हीं भी संक्रियाओं का उपयोग करके नीचे दी गई संख्याओं के जितना हो सके उतना निकटतम पहुँच सकते हैं। एक विशिष्ट संख्या को बनाने के लिए प्रत्येक पत्रक का उपयोग केवल एक बार किया जा सकता है।
    (a) 1,10,000 — मैं इसका निकटतम $4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$ बना सकता हूँ।
    (b) 2,00,000 —
    (c) 5,80,000 —
    (d) 12,45,000 —
    (e) 20,90,800 —

11. पता लगाइए कि 'एकता की प्रतिमा' की ऊँचाई से मिलान करने के लिए कितने सिक्कों का ढेर लगाना चाहिए। मान लीजिए कि प्रत्येक सिक्के की मोटाई 1 मिलीमीटर है।

12. एक बहुत बड़े समुद्री पक्षी एल्बाट्रॉस के पंखों का फैलाव लगभग 7 फीट चौड़ा होता है। वे कई महासागरों में स्थानांतरण के लिए जाने जाते हैं। एल्बाट्रॉस एक दिन में लगभग 900 से 1,000 किलोमीटर की दूरी तय कर सकता है। रिकॉर्ड में सबसे लंबी एकल यात्रा 12,000 किलोमीटर है। प्रशांत महासागर को पार करने में ऐसी यात्रा में लगभग कितने दिन लगेंगे?

13. लिमोसा (एक पक्षी) के नाम सबसे लंबी अविरत उड़ान का रिकॉर्ड दर्ज है। बिना रुके अलास्का से आस्ट्रेलिया 13,560 किलोमीटर की यात्रा की। यह यात्रा 13 अक्तूबर 2022 से आरंभ होकर लगभग 11 दिन लगातार चली। उसके द्वारा प्रत्येक दिन में तय की गई लगभग दूरी ज्ञात कीजिए। पता लगाइए कि उसने प्रत्येक घंटे में लगभग कितनी दूरी तय की।

14. बॉल्ड ईगल को भूतल से 4,500 से 6,000 मीटर की ऊँचाई तक उड़ने के लिए जाना जाता है। माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई लगभग 8,850 मीटर है। हवाई जहाज 10,000 से 12,800 मीटर की ऊँचाई तक उड़ सकता है। सोमू के भवन की तुलना में ये ऊँचाइयाँ कितनी गुना बड़ी हैं?

© NCERT not to be republished

सारांश

- हमें लाख, करोड़, अरब; मिलियन और बिलियन जैसी बड़ी संख्याएँ मिलीं। हमने सीखा कि इन संख्याओं को भारतीय और अमेरिकन (अंतरराष्ट्रीय) पद्धतियों में कैसे लिखा और पढ़ा जाता है।
  - (a) 1 लाख में 1 के आगे 5 शून्य होते हैं— 1,00,000
  - (b) 1 करोड़ में 1 के आगे 7 शून्य होते हैं— 1,00,00,000
  - (c) 1 मिलियन में 1 के आगे 6 शून्य होते हैं— 10,00,000 (जो 10 लाख भी है)
  - (d) 1 अरब में 1 के आगे 9 शून्य होते हैं— 1,00,00,00,000 (जिसे 100 करोड़ या 1 बिलियन भी कहते हैं)
- हम सामान्यत: बड़ी संख्याओं को ऊपर की ओर सन्निकटित करते हैं अथवा नीचे की ओर सन्निकटित करते हैं। कई बार यह जानना ही पर्याप्त होता है कि कोई वस्तु कितनी बड़ी या छोटी है।
- बड़ी संख्याओं या राशियों की समझ प्राप्त करने के लिए हम जाँच सकते हैं कि वे उन संख्याओं या राशियों की तुलना में कितनी गुना बड़ी हैं जिनसे हम अधिक परिचित हैं।
- हमने देखा कि संख्याओं को कैसे गुणनखंडित किया जाए और गुणन को सरल बनाने के लिए उन्हें पुन: समूहीकृत कैसे किया जाए।
- हमने कुछ रोचक विचारों का प्रयोग किया, जैसे— "क्या कोई व्यक्ति एक वर्ष में 1,000 फिल्में देख सकेगा?"

© NCERT not to be republished

पहेली का समय!

टूथपिक अंक

हम अंकों को नीचे चित्र में दिखाए गए तरीके से लिख सकते हैं। —

आप इस विधि से अंकों को लिखने के लिए टूथपिक का या माचिस की तीलियों का उपयोग कर सकते हैं या फिर अंकों को केवल इस प्रकार से भी लिख सकते हैं कि तीलियों को दिखाने के लिए रेखाओं का उपयोग हो।

अंक 7 को बनाने के लिए, 3 तीलियों की आवश्यकता है।

संख्या 5,108 को बनाइए। इसके लिए कितनी तीलियों की आवश्यकता है?

1. संख्या 42,019 को बनाइए। इसके लिए ठीक 23 तीलियों की आवश्यकता होगी।
2. 42,019 से आरंभ करके दो और तीलियों को बनाइए और इससे एक बड़ी संख्या बनाइए। एक उदाहरण 42,078 है। इस प्रकार से आप 42,019 से बड़ी और कौन-कौन सी संख्याएँ बना सकते हो?
3. प्रीतम अंक ‘1’ को अंकों ‘4’, ‘2’, ‘0’, ‘1’ और ‘9’ के बीच कहीं रखना चाहता है। उसे अंक ‘1’ को कहाँ रखना चाहिए कि उसे सबसे बड़ी संभावित संख्या प्राप्त हो?
4. वह अंक ‘1’ को रखकर और कौन-सी संख्याएँ बना सकता है?

1. संख्या 63,890 को बनाइए या लिखिए।
2. 63,890 से आरंभ करके ठीक चार तीलियों को पुन: व्यवस्थित कीजिए और एक बड़ी संख्या बनाइए। एक उदाहरण 88,078 है। इस प्रकार से आप 63,890 से बड़ी और कौन-कौन सी संख्याएँ बना सकते हो?

1. ठीक 24 तीलियों या रेखाओं का उपयोग करके कोई भी संख्या बनाइए।
2. 24 तीलियों या रेखाओं का उपयोग करके बनाई जा सकने वाली सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?
3. 24 तीलियों या रेखाओं का उपयोग करके बनाई जा सकने वाली सबसे छोटी संख्या कौन-सी है?

आप स्वयं प्रश्न बनाइए और एक-दूसरे को चुनौती दीजिए।

© NCERT not to be republished