**SET-5**

**Series : SR3PQ**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

# गणित

## (केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

# MATHEMATICS

## (FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

*निर्धारित समय : **3** घण्टे* | *अधिकतम अंक : **80***

*Time allowed : **3** hours* | *Maximum Marks : **80***

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **27** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **27** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **38** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. []

❋

**सामान्य निर्देश :**

*निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :*

*(i)* इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

*(ii)* यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।

*(iii)* **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।

*(iv)* **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।

*(v)* **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।

*(vi)* **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।

*(vii)* **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।

*(viii)* प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

*(ix)* कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।

***General Instructions :***

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

*(i)* *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

*(ii)* *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

*(iii)* *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

*(iv)* *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

*(v)* *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

*(vi)* *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

*(vii)* *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

*(viii)* *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 3 questions in Section E.*

*(ix)* *Use of calculator is **not** allowed.*

## खण्ड क

*इस खण्ड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।*

**1.** माना $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ द्वारा परिभाषित फलन है, तो f एक :

(A) एकैकी-आच्छादी फलन है

(B) अनेक-एक फलन है

(C) एकैकी फलन है परन्तु आच्छादी नहीं है

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादी फलन है

**2.** $2 \times 3$ कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या संभव होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 1 या 2 है ?

(A) 16 (B) 81

(C) 64 (D) 32

**3.** यदि $A = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix}$ है, तो $A + A' = I$ है, यदि $\alpha$ बराबर है :

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{2}$

**4.** यदि एक त्रिभुज जिसके शीर्ष (3, – 7), (6, 3) तथा (k, 3) हैं, का क्षेत्रफल 15 वर्ग इकाई है, तो k का/के मान है/हैं :

(A) 3 (B) 9

(C) – 9, – 3 (D) 9, 3

## SECTION A

*This section comprises 20 multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.*

**1.** Let $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a function defined as $f(x) = x^3$, then f is :

(A) one-one onto function

(B) many-one function

(C) one-one but not onto function

(D) neither one-one nor onto function

**2.** The number of all possible matrices of order $2 \times 3$ with each entry 1 or 2 is :

(A) 16 (B) 81

(C) 64 (D) 32

**3.** If $A = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix}$, then $A + A' = I$, if $\alpha$ is equal to :

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{2}$

**4.** If the area of a triangle is 15 sq. units with vertices (3, – 7), (6, 3) and (k, 3), then the value(s) of k is/are :

(A) 3 (B) 9

(C) – 9, – 3 (D) 9, 3

❀

5. वह अंतराल जिसमें $y = x^3 \cdot e^{-3x}$ एक वर्धमान फलन है, है :

(A) $(-1, 2)$ (B) $(-\infty, 2)$

(C) $(1, \infty)$ (D) $(0, 1)$

6. k का वह मान जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 7x}{5x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$,

x = 0 पर सतत है, है :

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{7}{5}$

(C) 0 (D) $\frac{1}{5}$

7. यदि $y = \tan^{-1}\left(\dfrac{1-\cos x}{\sin x}\right)$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ बराबर है :

(A) 1 (B) 2

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

8. $\displaystyle\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \, \cos^2 x} dx$ बराबर है :

(A) $\cot x + \tan x + C$ (B) $-\cot x + \sec x + C$

(C) $-\cot x + \tan x + C$ (D) $-(\tan x + \cot x) + C$

9. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$ बराबर है :

(A) $x \tan^{-1}(x + 3) + C$ (B) $\tan^{-1}(x + 3) + C$

(C) $\frac{1}{3} \tan^{-1}(x + 3) + C$ (D) $\tan^{-1} x + C$

5. The interval in which $y = x^3 . e^{-3x}$ is an increasing function is :

(A) $(-1, 2)$ (B) $(-\infty, 2)$

(C) $(1, \infty)$ (D) $(0, 1)$

6. The value of k for which $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 7x}{5x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

is continuous at x = 0 is :

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{7}{5}$

(C) 0 (D) $\frac{1}{5}$

7. If $y = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

(A) 1 (B) 2

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

8. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \ \cos^2 x} dx$ is equal to :

(A) $\cot x + \tan x + C$ (B) $-\cot x + \sec x + C$

(C) $-\cot x + \tan x + C$ (D) $-(\tan x + \cot x) + C$

9. $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$ is equal to :

(A) $x \tan^{-1}(x + 3) + C$ (B) $\tan^{-1}(x + 3) + C$

(C) $\frac{1}{3} \tan^{-1}(x + 3) + C$ (D) $\tan^{-1} x + C$

❀

**10.** अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{y-x}$ का व्यापक हल है :

(A) $e^x - e^y = C$ (B) $e^{-y} + e^x = C$

(C) $e^{-y} - e^{-x} = C$ (D) $e^{-x} + e^{-y} = C$

**11.** $(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\tan y$ (B) $\tan^{-1} y$

(C) $e^{\tan^{-1} y}$ (D) $e^{\tan^{-1} x}$

**12.** माना $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो ऐसे मात्रक सदिश हैं जिनके बीच का कोण $\theta$ है। तो $\vec{a} + 2\vec{b}$ एक मात्रक सदिश होगा यदि :

(A) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (B) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

(C) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (D) $\theta = \pi$

**13.** एक समांतर चतुर्भुज जिसके विकर्ण $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ हैं, का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है :

(A) $2\sqrt{14}$ (B) $\sqrt{14}$

(C) $\sqrt{38}$ (D) $2\sqrt{6}$

**14.** एक LPP के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु (0, 2), (6, 0), (6, 8) तथा (0, 5) हैं। माना $Z = 4x + 6y$ उद्देश्य फलन है। (Z का अधिकतम) – (Z का न्यूनतम) बराबर है :

(A) 60 (B) 48

(C) 42 (D) 18

10. The general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{y-x}$ is :

(A) $e^x - e^y = C$ (B) $e^{-y} + e^x = C$

(C) $e^{-y} - e^{-x} = C$ (D) $e^{-x} + e^{-y} = C$

11. The integrating factor of $(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$ is :

(A) $\tan y$ (B) $\tan^{-1} y$

(C) $e^{\tan^{-1} y}$ (D) $e^{\tan^{-1} x}$

12. Let $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be two unit vectors and $\theta$ is the angle between them. Then $\vec{a} + 2\vec{b}$ is a unit vector if :

(A) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (B) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

(C) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (D) $\theta = \pi$

13. The area (in square units) of a parallelogram, whose diagonals are $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ is :

(A) $2\sqrt{14}$ (B) $\sqrt{14}$

(C) $\sqrt{38}$ (D) $2\sqrt{6}$

14. The corner points of the feasible region for an LPP are (0, 2), (6, 0), (6, 8) and (0, 5). Let Z = 4x + 6y be the objective function. (Maximum of Z) – (Minimum of Z) is equal to :

(A) 60 (B) 48

(C) 42 (D) 18

15. यदि एक LPP के उद्देश्य फलन का न्यूनतम मान सुसंगत क्षेत्र के दो कोनीय बिंदुओं पर समान आता है, तो उद्देश्य फलन के जितने बिंदुओं पर यह न्यूनतम मान आता है, वह है :

(A) 0 (B) 2

(C) अनन्त (D) परिमित

16. यदि A तथा B ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A|B) = P(B|A)$ है, तो :

(A) $A \subset B$ परंतु $A \neq B$ (B) $A = B$

(C) $A \cap B = \phi$ (D) $P(A) = P(B)$

17. पासों के एक युग्म को उछालने पर दोनों पासों पर एक विषम अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$

(C) $\frac{1}{36}$ (D) $\frac{1}{6}$

18. 3 बच्चों वाले एक परिवार में, सबसे बड़े बच्चे के लड़के होने की प्रायिकता, जबकि यह दिया गया है कि परिवार में कम-से-कम एक लड़का अवश्य है, है :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{7}$

❀

**15.** In an LPP, if the objective function has the same minimum value on two corner points of the feasible region, then the number of points at which the minimum value of objective function occurs is :

(A) 0 (B) 2

(C) Infinite (D) Finite

**16.** If events A and B are such that $P(A|B) = P(B|A)$, then :

(A) $A \subset B$ but $A \neq B$ (B) $A = B$

(C) $A \cap B = \phi$ (D) $P(A) = P(B)$

**17.** The probability of getting an odd prime number on each die, when a pair of dice is rolled, is :

(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$

(C) $\frac{1}{36}$ (D) $\frac{1}{6}$

**18.** In a family with three children, the probability that the eldest child is a boy, given that the family has at least one boy, is :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{7}$

❀

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

**19.** *अभिकथन (A) :* $x \in \mathbb{R}$ में $f(x) = e^{-x}$ एक ह्रासमान फलन है।

*तर्क (R) :* यदि $f'(x) < 0$ है, तो $f(x)$ एक ह्रासमान फलन है।

**20.** *अभिकथन (A) :* दो स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए, $P(A|B) = P(A)$ है।

*तर्क (R) :* A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$.

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled as Assertion (A) and the other labelled as Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

**19.** *Assertion (A) :* $f(x) = e^{-x}$ is a decreasing function, where $x \in \mathbb{R}$.

*Reason (R) :* If $f'(x) < 0$, then f(x) is a decreasing function.

**20.** *Assertion (A) :* For two independent events A and B, $P(A|B) = P(A)$.

*Reason (R) :* A and B are independent events, then $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$.

❀

## खण्ड ख

*इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।*

**21.** (क) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ के लिए, यदि $A^2 + aA + bI = O$ है, तो संख्याएँ a तथा b ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) सारणिकों के प्रयोग से बिंदुओं (–1, –1) तथा (1, 3) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

**22.** (क) एक गोलाकार गुब्बारे का आयतन $20 \text{ cm}^3/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है। इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बदलने की दर ज्ञात कीजिए, जब इसकी त्रिज्या 4 cm है।

**अथवा**

(ख) वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर फलन $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ निरंतर वर्धमान है।

**23.** ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(x-4)\, e^x}{(x-2)^3}\, dx$$

**24.** सदिशों $\overrightarrow{AB}$ तथा $\overrightarrow{BC}$ दोनों के लंबवत एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ A, B तथा C क्रमशः (3, –1, 2), (1, –1, – 3) तथा (4, – 3, 1) हैं।

**25.** बिंदु (2, –1, 5) का रेखा $\vec{r} = (11\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}) + \lambda(10\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k})$ में प्रतिबिंब ज्ञात कीजिए।

## SECTION B

*This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.*

**21.** (a) For the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, find the numbers a and b so that $A^2 + aA + bI = O$.

**OR**

(b) Find the equation of line joining the points $(-1, -1)$ and $(1, 3)$, using determinants.

**22.** (a) The volume of a spherical balloon is increasing at the rate of 20 $cm^3/s$. Find the rate of change of its surface area when its radius is 4 cm.

**OR**

(b) Find the intervals on which the function $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ is strictly increasing.

**23.** Find :

$$\int \frac{(x-4)\, e^x}{(x-2)^3}\, dx$$

**24.** Find a unit vector perpendicular to both of the vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{BC}$, where A, B and C are $(3, -1, 2)$, $(1, -1, -3)$ and $(4, -3, 1)$, respectively.

**25.** Find the image of the point $(2, -1, 5)$ in the line $\vec{r} = (11\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}) + \lambda(10\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k})$.

## खण्ड ग

*इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।*

**26.** (क) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{6}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{13\pi}{6}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) सिद्ध कीजिए कि $f : N \rightarrow N, f(n) = (n^2 + n + 1)$ एक एकैकी फलन है, परंतु आच्छादी नहीं है।

**27.** (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}\, dx$$

**अथवा**

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2}{(1 - x)(1 + x^2)}\, dx$$

**28.** (क) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} = y - x\tan\frac{y}{x}$ का हल ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + e^{x-y}$ का हल ज्ञात कीजिए।

## SECTION C

*This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.*

**26.** (a) Find the value of

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{6}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{13\pi}{6}\right).$$

**OR**

(b) Prove that the function $f : N \to N$, $f(n) = (n^2 + n + 1)$ is one-one but not onto.

**27.** (a) Find :

$$\int \frac{x}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}\, dx$$

**OR**

(b) Find :

$$\int \frac{2}{(1 - x)(1 + x^2)}\, dx$$

**28.** (a) Solve the differential equation :

$$x\frac{dy}{dx} = y - x \tan \frac{y}{x}$$

**OR**

(b) Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x + y} + e^{x - y}$$

❀

**29.** मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$$

**30.** यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ परस्पर लंबवत तथा समान परिमाण के सदिश हैं, तो दर्शाइए कि सदिश $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, सदिशों $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ से समान कोण बनाता है।

**31.** किसी LPP में रैखिक अवरोधों के निकाय द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु (0, 10), (5, 5), (15, 15) तथा (0, 20) हैं। माना $Z = px + qy$, $p, q > 0$ उद्देश्य फलन है, तो p तथा q के बीच संबंध ज्ञात कीजिए ताकि Z का अधिकतम मान दोनों बिंदुओं (15, 15) तथा (0, 20) पर आए।

## खण्ड घ

*इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।*

**32.** (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए। $A^{-1}$ के प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

**अथवा**

❀

**29.** Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$$

**30.** If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are mutually perpendicular vectors of equal magnitudes, show that the vector $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ is equally inclined to $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$.

**31.** The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints in an LPP are (0, 10), (5, 5), (15, 15) and (0, 20). Let Z = px + qy, p, q > 0, be the objective function, then find the relation between p and q so that the maximum of Z occurs at both the points (15, 15) and (0, 20).

## SECTION D

*This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.*

**32.** (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find $A^{-1}$. Using $A^{-1}$ solve the system of equations :

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

**OR**

❀

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

**33.** (क) $200 \text{ cm}^3$ आयतन वाले सभी बंद लंब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) सिद्ध कीजिए कि एक r त्रिज्या के गोले के अंतर्गत उच्चतम आयतन के लंब-वृत्तीय शंकु की ऊँचाई $\frac{4r}{3}$ है।

**34.** रेखा $y = 3x + 2$, x-अक्ष और कोटियों $x = -1$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**35.** रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$, तथा

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

(b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$, then show that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

**33.** (a) Of all the closed right circular cylindrical cans of given volume 200 $cm^3$, find the dimensions of the can which has the minimum surface area.

**OR**

(b) Show that the height of the right circular cone of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius r is $\frac{4r}{3}$.

**34.** Find the area of the region bounded by the line $y = 3x + 2$, the x-axis and the ordinates $x = -1$ and $x = 1$.

**35.** Find the shortest distance between the lines :

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$, and

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$.

## खण्ड ङ

*इस खण्ड में 3 प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।*

### प्रकरण अध्ययन – 1

**36.** दो मित्रों रमेश तथा दिव्या ने अपने घर पर लूडो खेलना प्रारंभ किया। हर बार पासा फेंकने पर उन्होंने यह पाया कि संभव परिणाम $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ हैं। माना समुच्चय A खिलाड़ियों का तथा समुच्चय B सभी संभव परिणामों का समुच्चय है, तो A = {रमेश, दिव्या} तथा $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

माना $R : B \rightarrow B$ एक संबंध है जो इस प्रकार परिभाषित है

$R = \{(x, y) : y$, x से भाज्य है$\}$.

(i) R के सभी अवयव लिखिए। *1*

(ii) ज्ञात कीजिए कि R स्वतुल्य है या नहीं। *1*

(iii) (क) जाँच कीजिए कि B में R सममित है अथवा संक्रामक है। *2*

**अथवा**

(iii) (ख) माना $R_1 : B \rightarrow B$, $R_1 = \{(x, y) : x = 2y, x, y \in B\}$ द्वारा परिभाषित है। जाँच कीजिए कि क्या $R_1$ स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रामक है। *2*

## SECTION E

*This section comprises 3 case-study based questions of 4 marks each.*

### Case Study – 1

**36.** Two friends Ramesh and Divya have started playing Ludo at their house. While rolling the die, they observed each time, that the possible outcomes are {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Let A be the set of players and B be the set of all possible outcomes, so A = {Ramesh, Divya} and B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Based on the above information, answer the following questions :

Let relation $R : B \rightarrow B$ be defined as

$R = \{(x, y) : y \text{ is divisible by } x\}$.

(i) Write all elements of R. *1*

(ii) Find whether R is reflexive or not. *1*

(iii) (a) Check whether R in B is symmetric or transitive. *2*

**OR**

(iii) (b) Let $R_1 : B \rightarrow B$ is defined as

$R_1 = \{(x, y) : x = 2y, x, y \in B\}$.

Check whether $R_1$ is reflexive, symmetric or transitive. *2*

## प्रकरण अध्ययन – 2

**37.** एक विद्यालय में गणित की अध्यापिका अपने विद्यार्थियों को प्राचलिक रूप के फलनों का अवकलज पढ़ा रही है।

वह बताती है कि कभी-कभी दो चरों ( माना x तथा y) के बीच का संबंध स्पष्ट अथवा अस्पष्ट रूप में न होकर किसी तीसरे चर (माना t) में व्यक्त होता है। इस प्रकार $x = f(t)$ तथा $y = g(t)$ के रूप में होता है। इस रूप को प्राचलिक रूप कहते हैं। इनके अवकलज के लिए हम श्रृंखला नियम का प्रयोग करते हैं, जैसे

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}.$$

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि $x = at^3$, $y = at^5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) यदि $x = t + \frac{1}{t}$ तथा $y = t - \frac{1}{t}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) यदि $x = 2 \sin t + \sin 2t$ तथा $y = 2 \cos t + \cos 2t$ है, तो $t = \frac{\pi}{6}$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। *2*

**अथवा**

(iii) (ख) यदि $x = a \left(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}\right)$, $y = a \sin t$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। *2*

## Case Study – 2

**37.** A Math teacher of a school is teaching the derivative of function in parametric form, to her students.

She explains that sometimes the relation between two variables, (say x and y), is neither explicit nor implicit, but the two variables are expressed in a third variable, (say t). So we have x = f(t) and y = g(t). Such form is called parametric form. For finding the derivative in such case we use the chain rule as

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}.$$

Based on the above information, answer the following questions :

(i) If $x = at^3$, $y = at^5$, then find $\frac{dy}{dx}$. *1*

(ii) If $x = t + \frac{1}{t}$ and $y = t - \frac{1}{t}$, then find $\frac{dy}{dx}$. *1*

(iii) (a) If x = 2 sin t + sin 2t and y = 2 cos t + cos 2t, then find $\frac{dy}{dx}$ at $t = \frac{\pi}{6}$. *2*

**OR**

(iii) (b) If $x = a\left(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}\right)$, y = a sin t, then find $\frac{dy}{dx}$. *2*

## प्रकरण अध्ययन – 3

**38.** दो थैलों में गेंदें इस प्रकार रखी हैं कि थैले I में 5 लाल तथा 6 काली गेंदें हैं, जबकि थैले II में 3 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) प्रत्येक थैले में से यादृच्छया एक-एक गेंद निकाली गई। दोनों प्राप्त गेंदों के लाल रंग के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) दोनों थैलों में से यादृच्छया एक-एक गेंद निकालने पर एक लाल तथा एक काली गेंद के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) थैले I में से यादृच्छया एक गेंद निकाल कर थैले II में डाल दी गई। अब थैले II में से एक गेंद निकाली गई। लाल गेंद प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। *2*

**अथवा**

(iii) (ख) थैले I में से यादृच्छया एक गेंद निकाल कर थैले II में डाल दी गई। अब थैले II में से एक गेंद निकाली गई। काली गेंद प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। *2*

## Case Study – 3

**38.** Two bags contain balls such that Bag I contains 5 red and 6 black balls, while Bag II contains 3 red and 4 black balls.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) One ball is drawn at random from each of the two bags. Find the probability of getting both red balls. *1*

(ii) One ball is drawn at random from each of the two bags. Find the probability of getting one red and one black ball. *1*

(iii) (a) One ball is transferred from Bag I to Bag II and then a ball is drawn from Bag II. Find the probability of getting a red ball. *2*

**OR**

(iii) (b) One ball is transferred from Bag I to Bag II and then a ball is drawn from Bag II. Find the probability of getting a black ball. *2*