Class 8 Maths Chapter 1 Solutions in Hindi वर्ग और घन

प्रश्न 1.
प्रथम 30 प्राकृत संख्याओं के वर्ग ज्ञात कीजिए और उन्हें निम्न तालिका में अंकित कीजिए।

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

हल:
$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$
$10^2 = 100$

$11^2 = 121$
$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$
$16^2 = 256$
$17^2 = 289$
$18^2 = 324$
$19^2 = 361$
$20^2 = 400$

$21^2 = 441$
$22^2 = 484$
$23^2 = 529$
$24^2 = 576$
$25^2 = 625$
$26^2 = 676$
$27^2 = 729$
$28^2 = 784$
$29^2 = 841$
$30^2 = 900$

गणित चर्चा (पृष्ठ 4)

प्रश्न 1.
आपने उपर्युक्त तालिका में किन प्रतिरूपों का अवलोकन किया? अपने अवलोकनों को अपने सहपाठियों के साथ साझा कीजिए एवं अनुमान लगाइए।

हल: इन सभी वर्गों में इकाई का अंक 0 या 1 या 4 या 5 या 6 या 9 है। कोई भी वर्ग 2, 3, 7 और 8 पर समाप्त नहीं होता है।

प्रश्न 2.
यदि कोई संख्या 0, 1, 4, 5, 6 या 9 पर समाप्त होती हैं, तो क्या वह सदैव एक वर्ग संख्या होगी?

हल:
नहीं। उदाहरणार्थ, 10, 21, 34, 55, 76, 79 वर्ग संख्या नहीं हैं।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 5)

प्रश्न 1.
यदि किसी संख्या के अंत में 3 शून्य हैं, तो उसके वर्ग के अंत में कितने शून्य होंगे?

हल:
छ:

प्रश्न 2.
आपने किसी संख्या के अंत में शून्यों की संख्या और इसके वर्ग के अंत में शून्यों की संख्या के विषय में क्या अवलोकन किया? क्या ऐसा सदैव होता रहेगा? क्या हम कह सकते हैं कि वर्गों के अंत में शून्यों की संख्या केवल सम संख्या ही हो सकती है?

हल:
एक वर्ग में शून्यों की संख्या मूल संख्या में शून्यों की संख्या की दुगुनी होती है। हाँ हाँ।

प्रश्न 3.
किसी संख्या और उसके वर्ग की अनुरूपता के विषय में आपके क्या विचार हैं?

हल:
किसी संख्या की समानता (अनुरूपता) वही होती है, जो उसके वर्ग की होती है। अर्थात् एक सम संख्या के वर्ग की समानता सम होती है तथा एक विषम संख्या के वर्ग की समानता विषम होती है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 7)

प्रश्न 1.
ज्ञात कीजिए कि दो क्रमागत पूर्ण वर्गों के मध्य कितनी प्राकृत संख्याएँ आती हैं? क्या आपने किसी प्रतिरूप का अवलोकन किया?

हल:
हाँ, एक प्रतिरूप है। दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों के बीच 1 से प्रारंभ करते हुए स्थित संख्याओं की संख्या पैटर्न (प्रतिरूप) 2, 4, 6, 8, 10, प्रदर्शित करती है।

प्रश्न 2.
1 और 100 के मध्य कितनी वर्ग संख्याएँ हैं? 101 से 200 के मध्य कितनी वर्ग संख्याएँ हैं? आपने पूर्व में जिस वर्ग तालिका में संख्याएँ अंकित की थी उस तालिका का उपयोग करके नीचे दिए गए स्थानों में मान अंकित कीजिए और 100 के प्रत्येक तालिका के खंड में वर्गों की संख्या को सारणीबद्ध कीजिए। इसके साथ यह भी बताइए कि 1000 से छोटा सबसे बड़ा वर्ग कौन-सा है?

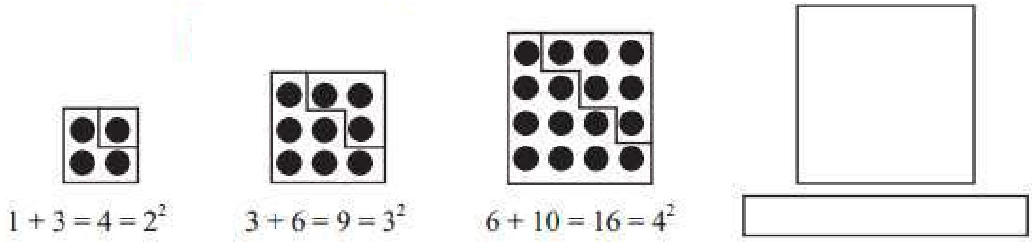
1 – 100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_____	_____	_____	_____	_____

हल:

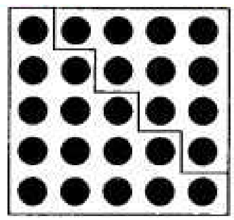
1 – 100	101 – 200	201 – 300
8	**4**	**3**
301 – 400	401 – 500	501 – 600
2	**2**	**2**
601 – 700	701 – 800	801 – 900
2	**2**	**1**
901 – 1000		
1		

1000 से छोटा सबसे बड़ा वर्ग 961 है।

प्रश्न 3.
क्या आप त्रिभुजाकार संख्याओं और वर्ग संख्याओं में कोई संबंध देख सकते हैं? दर्शाए गए प्रतिरूप को आगे बढ़ाइए और अगले चरण को रेखांकित कीजिए।



हल:
हाँ। दो क्रमागत त्रिभुजाकार संख्याओं का योग एक वर्ग संख्या है। इस पैटर्न (प्रतिरूप) को आगे बढ़ाते हुए, अगला पद नीचे दर्शाए अनुसार खींचा गया है।



10 + 1525 है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 9)

प्रश्न 1.
अभाज्य गुणनखंडन का उपयोग करके ज्ञात कीजिए कि 1156 और 2800 पूर्ण वर्ग है या नहीं।

हल:

2	1156
2	578
17	289
	17

इस प्रकार, 1156 = 2 × 2 × 17 × 17 है।
क्योंकि, गुणनखंड युग्मों में है, इसलिए 1156 एक पूर्ण वर्ग है।

2	2800
2	1400
5	700
5	140
2	28
2	14
	7

इस प्रकार, 2800 = 2 × 2 × 5 × 5 × 2 × 2 × 7 है। 7 युग्म में नहीं है। इसलिए 2800 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 10 – 11)

प्रश्न 1.
निम्नलिखित में से कौन-सी संख्याएँ पूर्ण वर्ग नहीं हैं?
(i) 2032
(ii) 2048
(iii) 1027
(iv) 1089

हल:
(i) नहीं,
(ii) नहीं,
(iii) नहीं,
(iv) हाँ।

प्रश्न 2.
64^2, 108^2, 292^2, 36^2 में से किसका अंतिम अंक 4 है?

हल:
108^2 और 292^2 का अंतिम अंक 4 है।

प्रश्न 3.
यदि 125^2 = 15625, तो 126^2 का मान क्या है?
(i) 15625 + 126
(ii) 15625 + 26^2
(iii) 15625 + 253
(iv) 15625 + 251
(v) 15625 + 51^2

हल: (iv) 15625 + 251

प्रश्न 4.
441 वर्ग मीटर क्षेत्रफल वाले वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल:
मान लीजिए कि भुजा x m है अतः, x × x = 441 है। x^2 = 441 या x = 21 m है।

प्रश्न 5.
वह छोटी से छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए जो 4, 9 और 10 से विभाजित होती हो।

हल:
4, 9 और 10 का LCM = 180 है। 180 के गुणज 180, 360, 540, 720, 900, 1080, … हैं। इनमें से 900 एक पूर्ण वर्ग है। अतः, 4, 9 और 10 से विभाज्य सबसे छोटी वर्ग संख्या 900 है।

प्रश्न 6.
वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 9408 से गुणा करने पर पूर्ण वर्ग प्राप्त हो। प्राप्त गुणनफल का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल:

2	9408
2	4704
2	2352
2	1176
2	588
2	294
3	147
7	49
	7

अतः, 9408 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 7 × 7. इसलिए, वाँछित छोटी-से-छोटी संख्या 3 है। उस वर्ग का वर्गमूल 2 × 2 × 2 × 7 × 3 = 168 होगा।

प्रश्न 7.
निम्नांकित संख्याओं के वर्गों के मध्य कितनी संख्याएँ हैं?
(i) 16 और 17
(ii) 99 और 100

हल :
(i) 2 × 16 = 32 (पैटर्न 2, 4, 6, … द्वारा)

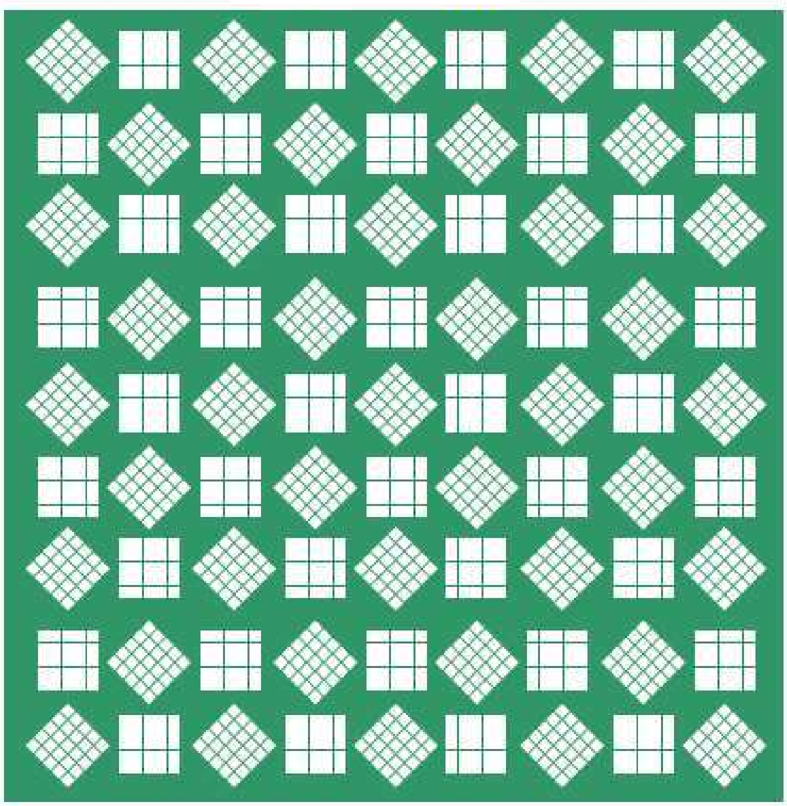
(ii) 2 × 99 = 198 है।

प्रश्न 8.
निम्नलिखित प्रतिरूप में विलुप्त संख्या अंकित कीजिए।

$$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$$
$$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$$
$$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$$
$$4^2 + 5^2 + 20^2 = (___)^2$$
$$9^2 + 10^2 + (___)^2 = (___)^2$$

हल:
$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$
$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$
$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$
$4^2 + 5^2 + 20^2 = (21)^2$
$9^2 + 10^2 + (90)^2 = (91)^2$

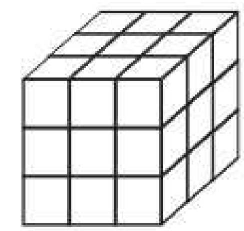
प्रश्न 9.
निम्नांकित चित्र में छोटे वर्गों की संख्या कितनी हैं? छोटे वर्गों की संख्या का अभाज्य गुणनखंडन लिखिए।



हल:
छोटे वर्गों की संख्या = 9 × 9 × 25 = 2025 है। 2025 का अभाज्य गुणनखंडन = 3 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5 है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 12)

प्रश्न 1.
सेंटीमीटर भुजा वाले कितने घनों से 3 सेंटीमीटर भुजा वाला एक घन बनता है?



हल:
1 सेंटीमीटर घनों की वाँछित संख्या
(3 × 3 × 3)/(1 × 1 × 1) = 27 है।

प्रश्न 2.
नीचे दी गई तालिका को पूर्ण कीजिए।

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 = 5832$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

हल:
$1^3 = 1$
$2^3 = 8$
$3^3 = 27$

$4^3 = 64$
$5^3 = 125$
$6^3 = 216$
$7^3 = 343$
$8^3 = 512$
$9^3 = 729$
$10^3 = 1000$

$11^3 = 1331$
$12^3 = 1728$
$13^3 = 2197$
$14^3 = 2744$
$15^3 = 3375$
$16^3 = 4096$
$17^3 = 4913$
$18^3 = 5832$
$19^3 = 6859$
$20^3 = 8000$

गणित चर्चा (पृष्ठ 12 – 13)

प्रश्न 1.
उपर्युक्त तालिका में आप क्या प्रतिरूप देखते हैं?

हल:
प्रतिरूप (पैटर्न) निम्नलिखित है: जिन संख्याओं का इकाई का अंक 1 है, उनके घनों की इकाई का अंक 1 है, जिन संख्याओं के इकाई का अंक 9 है, उनके घनों की इकाई का अंक 9 है। यही बात 0, 4, 5 और 6 इकाई अंक वाली संख्याओं के घनों के लिए भी सत्य है। आगे, जिन संख्याओं के इकाई का अंक 2 है, उनके घनों की इकाई का अंक 8 है और जिनके इकाई का अंक 8 है, उनके घनों की इकाई का अंक 2 है। इसी प्रकार जिन संख्याओं के इकाई का अंक 3 है, उनके घनों की इकाई का अंक 7 है और जिन संख्याओं के इकाई का अंक 7 है, उनके घनों की इकाई का अंक 3 है।

प्रश्न 2.
हम जानते हैं कि वर्गों के लिए 0, 1, 4, 5, 6, 9 ही संभावित इकाई अंक होते हैं। बताइए कि पूर्ण घनों के संभावित इकाई अंक क्या होंगे?

हल:
सभी अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 और 9 हो सकते हैं।

प्रश्न 3.
क्या आप वर्गों के समान 1 अंक, 2 अंक और 3 अंक वाले पूर्ण घनों की संख्या ज्ञात कर सकते हैं? आप क्या अवलोकन करते हैं?

हल:
हाँ। 1 अंक वाले घन = 2 है। 2 अंक वाले घन = 2 है। 3 अंक वाले घन = 5 है।

अवलोकन किया गया पैटर्न: 1 अंक वाली संख्या का घन या तो 1 अंक होता है या तो 2 अंकों की संख्या होता है, या 3 अंकों की संख्या होता है। 2 अंकों की संख्या का घन या तो 4 अंकों की संख्या होता है या 5 अंकों की संख्या होता है या 6 अंकों की संख्या होता है, इत्यादि।

प्रश्न 4.
क्या एक पूर्ण घन के अंत में दो शून्य (00) हो सकते हैं? व्याख्या कीजिए।

हल:
नहीं। इसे तीन शून्यों (000) या 6 शून्यों या 9 शून्यों इत्यादि में अंत होना चाहिए।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ 14)

प्रश्न 1.
1729 के पश्चात अगली दो टैक्सीकैब संख्याएँ 4104 और 13832 हैं। इनमें से प्रत्येक को दो धनात्मक घनों के योग के रूप में व्यक्त करने की दो विधियों से ज्ञात कीजिए।

हल:
$4104 = 2^3 + 16^3$
और $4104 = 9^3 + 15^3$
$13832 = 2^3 + 24^3$
और $13832 = 18^3 + 20^3$ है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 14)

प्रश्न 1.
क्या आप गणना किए बिना ज्ञात कर सकते हैं कि उपर्युक्त का योगफल कितना है?

हल:
हाँ यह $10^3 = 1000$ है।
निम्न संख्याओं के घनमूल ज्ञात कीजिए:
(i) sqrt[3]64
(ii) sqrt[3]512
(iii) sqrt[3]729
हल:
(i) 64 = 4 × 4 × 4 है। अत:, sqrt[3]64 = 4 है।
(ii) 512 = 8 × 8 × 8 है। अतः, sqrt[3]512 = 8 है।
(iii) 729 = 9 × 9 × 9 है। अत:, sqrt[3]729 = 9 है।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 17)

प्रश्न 1.
27000 और 10648 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल:
27000 = 3 × 3 × 3 × 2 × 2 × 2 × 5 × 5 × 5 है। अत:. 27000 का घनमूल = 3 × 2 × 5 = 30 है। 10648 = 2 × 2 × 2 × 11 × 11 × 11 है। अतः 10648 का घनमूल = 2 × 11 = 22 है।

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
	11

प्रश्न 2.
1323 को घन संख्या बनाने के लिए आप किस गुणा करेंगे? संख्या से

हल:
1323 = 3 × 3 × 3 × 7 × 7 है। अतः इसे घन बनाने के लिए, हम इसे 7 द्वारा गुणा करेंगे।

3	1323
3	441
3	147
7	49
	7

प्रश्न 3.
निम्न में से सत्य या असत्य बताइए। साथ ही अपने तर्क की व्याख्या कीजिए। (i) किसी विषम संख्या का घन सम होगा। (ii) ऐसा कोई पूर्ण घन नहीं जो 8 पर समाप्त होता है। (iii) 2 अंकीय संख्या का घन 3 अंकीय संख्या हो सकता है। (iv) 2 अंकों वाली संख्या के घन में सात या अधिक अंक हो सकते हैं। (v) घन संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडों की संख्या विषम होती है।

हल:
(i) असत्य, क्योंकि तीन विषम संख्याओं का गुणनफल एक विषम संख्या होती है। (ii) असत्य। उदाहरण 8 = 2^3, 1728 = 12^3, इत्यादि। (iii) असत्य, क्योंकि दो अंकों की सबसे छोटी संख्या 10 का घन 1000 है, जो एक 4 अंकीय संख्या है। (iv) असत्य, क्योंकि तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या 100 का घन 1000000 है, जो सात अंकों की एक संख्या है। (v) असत्य । उदाहरणार्थ, 1000 = 2 × 2 × 2 × 5 × 5 × 5 = 6 गुणनखंड हैं।

प्रश्न 4.
आपको बताया जाता है कि 1331 एक पूर्ण घन संख्या है। इस संख्या का गुणनखंड किए बिना क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि इसका घनमूल क्या है? इसी प्रकार 4913, 12167 और 32768 के घनमूलों का अनुमान लगाइए।

हल:
1331 का घनमूल = 11 है, 4913 का घनमूल = 17 है, 12167 का घनमूल = 23 है तथा 32768 का घनमूल = 32 है।

प्रश्न 5.

निम्नलिखित में से सबसे बड़ा कौन है? अपने तर्क की व्याख्या कीजिए। (i) $67^3 - 66^3$

(ii) $43^3 - 42^3$

(iii) $67^2 - 66^2$

(iv) $43^2 - 42^2$

हल:

(i) $67^3 - 66^3$ सबसे बड़ा है, क्योंकि इसे $(67 - 66)(67^2 + 66^2 + 67 \times 66) = 1 \times (67^2 + 66^2 + 67 \times 66)$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

$43^3 - 42^3 = 1 \times (43^2 + 42^2 + 43 \times 42)$ है, $67^2 - 66^2 = 1 \times (67 + 66)$ है और $43^2 - 42^2 = 1 \times (43 + 42)$ है।