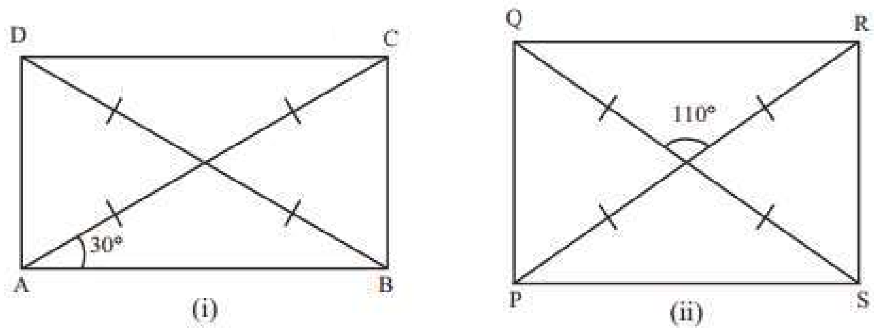
Class 8 Maths Chapter 4 Solutions in Hindi चतुर्भुज

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 94)

प्रश्न 1. नीचे दिए गए आयतों के अन्य सभी आंतरिक कोणों को ज्ञात कीजिए।

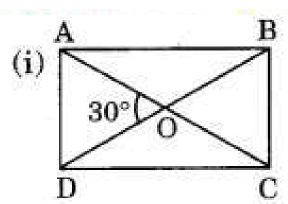


हल:
(i) ∠OBA = ∠OAB = 30° है।
अतः, ∠AOB = 180° – (30° – 30°) = 120°
⇒ ∠COD = 120° है।
∠AOD = 180° – 120° = 60° है।
⇒ ∠BOC = 60° है।
∠ODA = ∠OAD
= (180^°-60^°)/2 = 60° है। इसी प्रकार, ∠OBC = ∠OCB = 60° है। और ∠ODC = ∠OCD = 30° है।

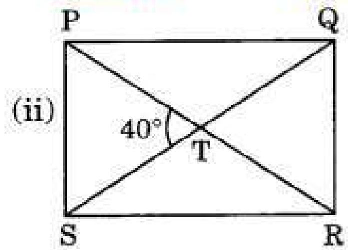
(ii) ∠PTS = 110° है। अतः, ∠TPS = ∠TSP = (180^°-110^°)/2 = 35° है।
साथ ही, ∠PTQ = 180° – 110° = 70° है।
अतः, ∠TPQ = ∠TQP = (180^°-70^°)/2 = 55° है। इसी प्रकार, ∠TQR = ∠TRQ= 35° है। और ∠TSR = ∠TRS = 55° है।

प्रश्न 2. एक ऐसा चतुर्भुज बनाइए जिसके प्रत्येक विकर्ण की लंबाई 8 से.मी. हो एवं वे एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हों और निम्नलिखित कोण बनाते हों। (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

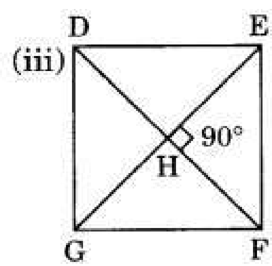
हल:



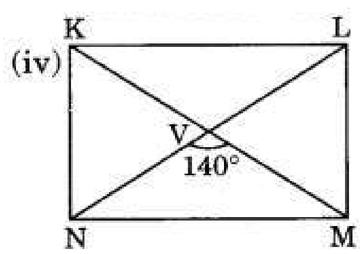
एक आयत ABCD खींचिए, जिसमें AC = BD = 8 से.मी.
और ∠AOD = 30° हो।



एक आयत PQRS खींचिए, जिसमें PR = QS = 8 से.मी.
और ∠PTS = 40° हो।



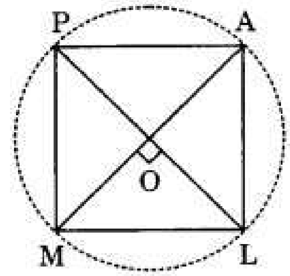
एक वर्ग DEFG खींचिए जिसमें DF = EG = 8 से.मी.
और ∠EHF = 90° हो।



एक आयत KLMN खींचिए, जिसमें KM = LN = 8 से.मी. और ∠NVM = 140° हो ।

प्रश्न 3. माना O केंद्र का कोई वृत्त है। जहाँ पर रेखाखंड PL और AM वृत्त के दो व्यास हैं, यह परस्पर लंबवत हैं। बताइए कि APML किस प्रकार की आकृति है? कारण और/अथवा प्रयोग द्वारा इसे ज्ञात कीजिए।

हल: PAML एक वर्ग है क्योंकि PL = AM और ∠MOL = 90° है।

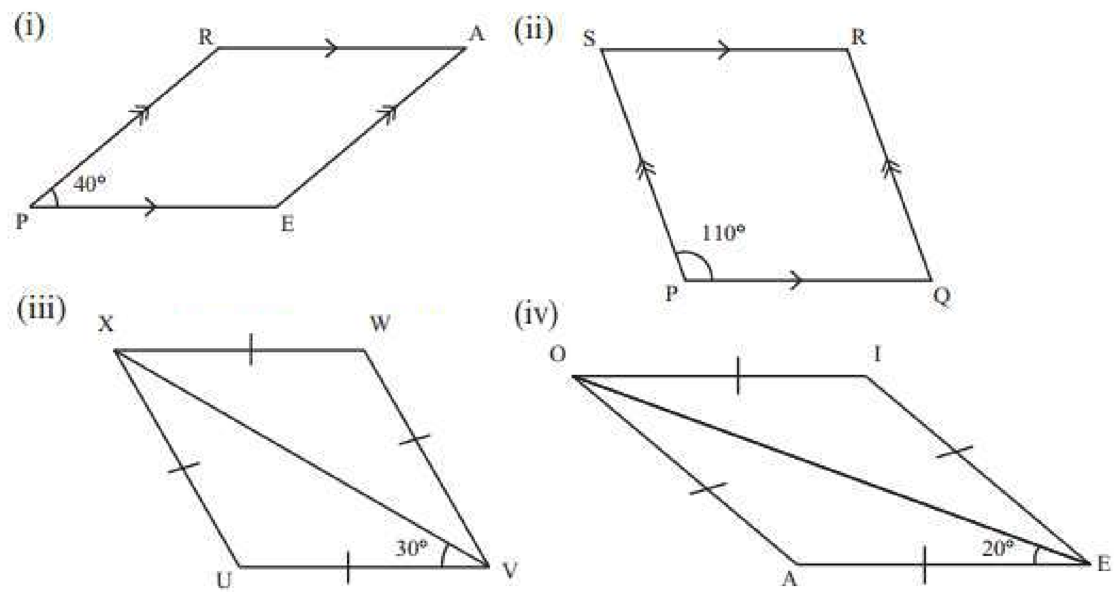


प्रश्न 4. हमने देखा कि कागज को मोड़कर 90° का कोण कैसे बनाया जाता है। हम मान लेते हैं कि हमारे पास कागज नहीं है परंतु समान लंबाई की दो छड़ियाँ और एक धागा है। इनसे हम 90° का कोण किस प्रकार बनाएँगे?

हल: दोनों छड़ियों को इस प्रकार रखिए कि वे परस्पर अपने मध्य-बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करें। इसके बाद, धागे की सहायता से दोनों छड़ियों के सिरों को युग्मों में जोड़कर एक आयत बनाइए । तब छड़ियों के चारों सिरों पर बने कोणों में से प्रत्येक कोण 90° का होगा।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 102)

प्रश्न 1. निम्नलिखित चतुर्भुजों के शेष कोणों के माप ज्ञात कीजिए।



हल: (i) ∠E = 180° – 40° = 140°, ∠A = ∠P = 40°, और ∠R = ∠E = 140° है।

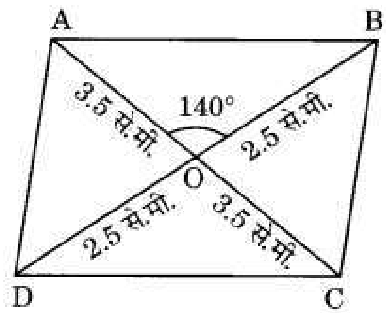
(ii) ∠S = 180° – 110° = 70°, ∠Q = ∠S = 70°, और ∠R = ∠P = 110° है।

(iii) ∠UXV = ∠UVX = 30° है। अतः, ∠XUV = 180° – 30° – 30° = 120° है। ∠WXV = ∠UVX = 30° है। अतः, ∠WVX = ∠WXV = 30° है। इसलिए, ∠XWV = 120° है।

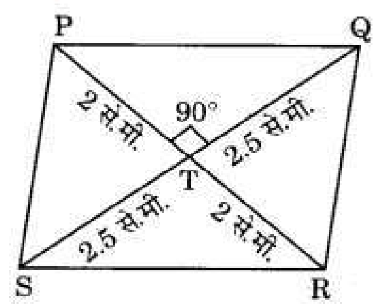
(iv) ∠AOE = ∠AEO = 20° है। अतः, ∠OAE = 180° – 20° – 20° = 140°, ∠IOE = ∠AEO = 20°, ∠IEO = ∠IOE = 20° है। और इसलिए, ∠OIE = 140° है।

प्रश्न 2. विकर्ण के गुणों को आधार बनाते हुए एक समांतर चतुर्भुज की रचना कीजिए जिसके विकर्णों की लंबाइयाँ 7 सेंटीमीटर तथा 5 सेंटीमीटर हों। इसके साथ ही ये विकर्ण 140° के कोण पर प्रतिच्छेद भी करते हों।

हल: नोट: निर्देशानुसार कीजिए (आकृति देखिए)।



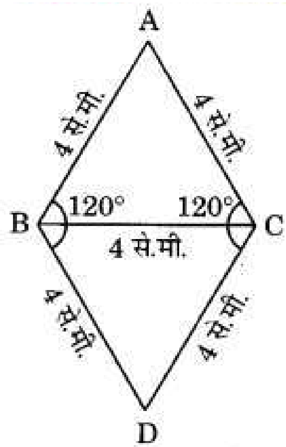
प्रश्न 3. विकर्ण के गुणों का प्रयोग करके एक समचतुर्भुज की रचना कीजिए जिसके विकर्णों की लंबाइयाँ 4 से. मी. और 5 से.मी. हों। हल: नोट: निर्देशानुसार कीजिए (आकृति देखिए)।



आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 107 – 109)

प्रश्न 1. 4 सेंटीमीटर भुजा वाले दो समबाहु त्रिभुजों को जोड़कर प्राप्त चतुर्भुज के सभी कोणों और सभी भुजाओं को ज्ञात कीजिए।

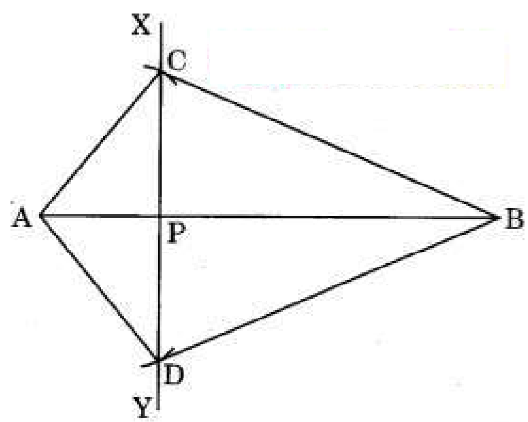
हल: सभी भुजाएँ AB, AC, BD और CD, 4 से. मी. लंबाइयों की हैं।



∠BAC = ∠BDC = 60° और ∠ABD = ∠ACD = 60° + 60° = 120° है।

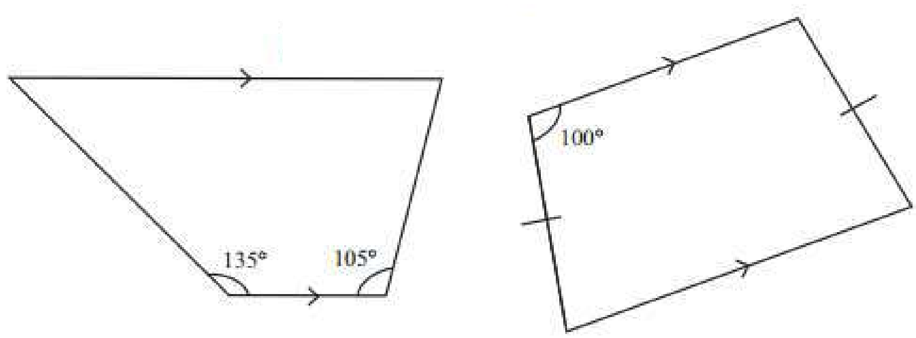
प्रश्न 2. एक पतंग की रचना कीजिए जिसके विकर्णो की लंबाइयाँ 6 सेंटीमीटर और 8 सेंटीमीटर हों।

हल: चरण 1. एक रेखाखंड AB = 8 से.मी. खींचिए। चरण 2. AB पर कोई बिंदु P लीजिए तथा AB पर लंब XPY खींचिए।



चरण 3. P को केंद्र मानकर और 1/2 (6 से.मी.) त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो रेखा XY को C और D पर प्रतिच्छेद करे। चरण 4. AC, BC, BD और AD को मिलाइए। तब, ACBD एक अभीष्ट पतंग है।

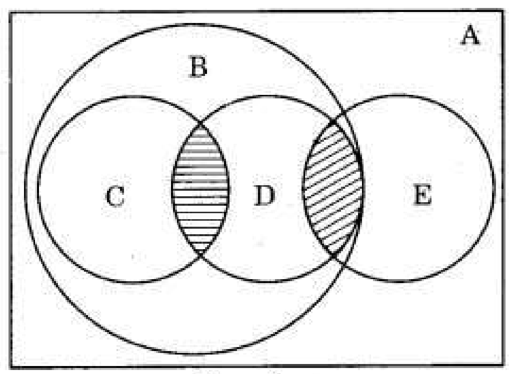
प्रश्न 3. निम्नलिखित समलंब के शेष कोणों का मान ज्ञात कीजिए-



हल: ∠A = 180° – 135° = 45° और ∠B = 180° – 105° = 75° (क्योंकि AB || CD) ∠S = 180° – 100° = 80° (PQ || RS) ∠Q = ∠P = 100° और ∠R = ∠S = 80° हैं. क्योंकि PQRS एक समद्विबाहु समलंब है।

प्रश्न 4. एक वेन आरेख बनाइए जिसमें समांतर चतुर्भुज, पतंग, समलंब चतुर्भुज, आयत और वर्गों के समूह को दर्शाया गया हो। तत्पश्चात निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए- (i) वह कौन – सा चतुर्भुज है जो पतंग और समांतर चतुर्भुज दोनों है? (ii) क्या ऐसा कोई चतुर्भुज हो सकता है जो एक पतंग और एक आयत दोनों हो? (iii) क्या प्रत्येक पतंग एक समचतुर्भुज है? यदि नहीं, तो इन दो प्रकार के चतुर्भुजों के मध्य का संबंध क्या है?

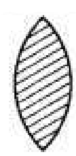
हल:



वेन आरेख

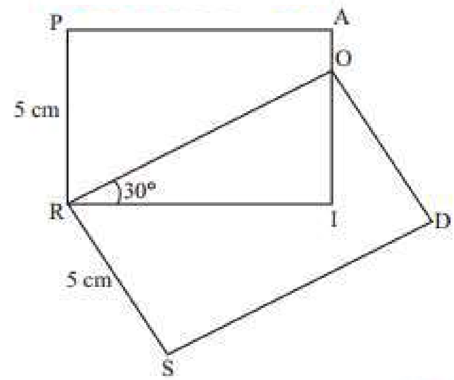
A = चतुर्भुज, B = समांतर चतुर्भुज,
C = आयत, D= समचतुर्भुज।

, अर्थात् C और D का सार्व भाग D वर्ग, E = पतंग।



, अर्थात् पतंग और समचतुर्भुज का सार्व भाग। (i) समचतुर्भुज (ii) नहीं (iii) नहीं। प्रत्येक पतंग एक समचतुर्भुज नहीं है, परंतु प्रत्येक समचतुर्भुज एक पतंग है। जब किसी पतंग की सम्मुख भुजाएँ भी बराबर हों, तो वह एक समचतुर्भुज बन जाता है।

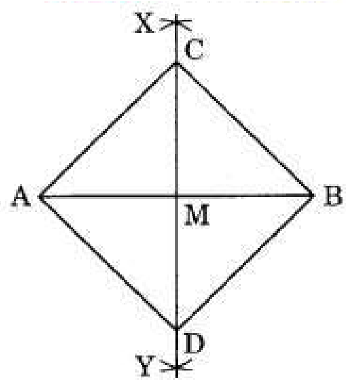
प्रश्न 5. यदि PAIR और RODS दो आयत हों, तो ∠IOD ज्ञात कीजिए।



हल: ∠ROI = 180° – 30° – 90° = 60° है। अत:, ∠IOD = 90° – 60° = 30° है।

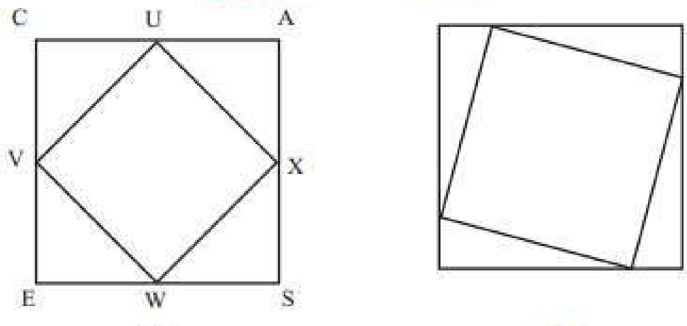
प्रश्न 6. चाँदे (प्रोट्रेक्टर) का प्रयोग किए बिना 6 से.मी. विकर्ण वाले एक वर्ग की रचना कीजिए।

हल: चरण 1. एक रेखाखंड AB = 6 से.मी. खींचिए।



चरण 2. रूलर और परकार के उपयोग से, AB का लंब समद्विभाजक XY खींचिए, जो AB को M पर प्रतिच्छेद करे। चरण 3. M को केंद्र लेकर तथा AM (=3 से.मी.) की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए, जो XY को C और D पर प्रतिच्छेद करे। चरण 4. AC, BC, BD और AD को मिलाइए। तब, ACBD एक अभीष्ट वर्ग है।

प्रश्न 7. CASE एक वर्ग है। बिंदु U, V, W और X वर्ग की भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं। UVWX किस प्रकार का चतुर्भुज है? इसे ज्यामितीय तर्क, रचना और मापन के उपयोग द्वारा ज्ञात कीजिए। एक वर्ग के अंतर्गत एक अन्य वर्ग की रचना करने की विधियाँ ज्ञात कीजिए। ध्यान रखिए कि आंतरिक वर्ग के शीर्ष बाहरी वर्ग की भुजाओं पर स्थित हों जैसा कि आकृति (b) में दर्शाया गया है।



(a) (b)

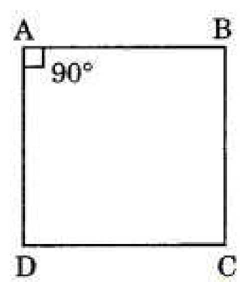
हल:
(a) ∠CVU = ∠CUV = = 45° है। ……..(1) इसी प्रकार, ∠AUX = ∠AXU = 45° है। अतः, ∠VUX = 180° – 45° – 45° = 90° है। [(1) से] इसी प्रकार, ∠UXW = ∠XW = ∠UVW = 90° है। ……. (2) साथ ही, ΔUCV ≅ ΔUAX है। (SAS द्वारा) अतः, UV = UX है।

इसी प्रकार, UX = XW है। और XW = WV है। …….(3) अतः, (2) और (3) से, UVWX की सभी भुजाएँ और सभी कोण बराबर हैं तथा इसीलिए यह एक वर्ग है। नोट: आप इसका सत्यापन रचना द्वारा भी कर सकते हैं। निर्देशानुसार कीजिए।

(b) चरण 1. रूलर और परकार की सहायता से केंद्र P लेकर भुजा PQ पर एक बिंदु D अंकित कीजिए। चरण 2. अब Q को केंद्र लेकर और PD त्रिज्या लेकर, भुजा QR पर (PQ पर नहीं) एक बिंदु E अंकित कीजिए। चरण 3. अब R को केंद्र लेकर और वही त्रिज्या PD लेकर RS पर (QR पर नहीं) एक बिंदु F अंकित कीजिए। चरण 4. अब, S को केंद्र लेकर और वही त्रिज्या PD लेकर SP पर (RS पर नहीं) एक बिंदु G अंकित कीजिए। चरण 5. DE, EF, FG और GD को मिलाइए। तब DEFG ही एक अभीष्ट वर्ग है।

प्रश्न 8. यदि एक चतुर्भुज की चारों भुजाएँ समान हों और एक कोण 90° का हो, तो क्या यह एक वर्ग होगा? ज्यामितीय तर्क, रचना और मापन के उपयोग द्वारा उत्तर ज्ञात कीजिए।

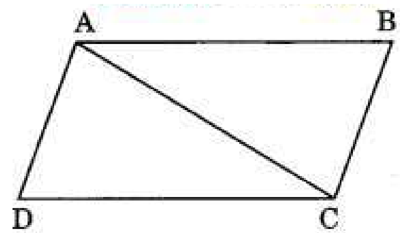
हल: हाँ, यह एक वर्ग होगा।



क्योंकि, यह चतुर्भुज एक समचतुर्भुज भी है। अतः, ∠A = ∠C = 90° है। साथ ही, ∠D = ∠B = 180° – 90° = 90° (AD || BC) है। अतः, एक वर्ग है। नोट – इसका सत्यापन रचना द्वारा भी कीजिए।

प्रश्न 9. वह चतुर्भुज किस प्रकार का है जिसमें सम्मुख भुजाएँ समान हों? अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए। [संकेत: एक विकर्ण बनाइए और सर्वांगसम त्रिभुजों की जाँच कीजिए।]

हल: विकर्ण AC खींचिए।

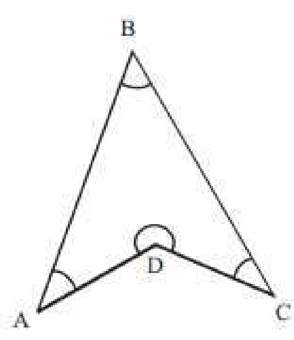


ΔADC और ΔCBA में,
AD = BC (दिया है)
CD = AB (दिया है)
और AC = AC (उभयनिष्ठ)
अतः, ΔADC ≅ ΔCBA (SSS द्वारा)

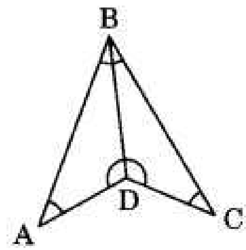
इसलिए, $\angle DCA = \angle BAC$
और $\angle DAC = \angle BCA$ } CPCT ...(1)

∠DCA = ∠BAC से, हमें प्राप्त है : AB || CD और ∠DAC = ∠BCA से हमें प्राप्त है: अतः,ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।

प्रश्न 10. क्या आकृति में दिए गए चतुर्भुज के सभी कोणों का योगफल 360° होगा? ज्यामितीय तर्क के साथ ही उस आकृति की रचना करके और मापन के उपयोग द्वारा अपना उत्तर ज्ञात कीजिए।



हल:
रचना: BD को मिलाइए।



अब, ∠A + ∠ABD + ∠ADB = 180° और ∠C + ∠CBD + ∠CDB = 180° है। (त्रिभुज के कोण योग गुण द्वारा) अतः, ∠A + ∠ABD + ∠ADB + ∠C + ∠CBD + ∠CDB = 180° + 180° है। ⇒ ∠A + ∠B + ∠C + ∠D = 360° है। नोट- इसका सत्यापन रचना द्वारा भी कीजिए।

प्रश्न 11. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य। अपने उत्तर को सत्यापित कीजिए। (i) एक चतुर्भुज जिसके विकर्ण समान लंबाई के हों और एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हों वह निश्चित ही एक वर्ग होगा। (ii) एक चतुर्भुज जिसके तीन कोण समकोण हैं निश्चित ही एक आयत है। (iii) एक चतुर्भुज जिसके विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं निश्चित ही एक समांतर चतुर्भुज है। (iv) एक चतुर्भुज जिसके विकर्ण एक-दूसरे पर लंबवत हों निश्चित ही एक समचतुर्भुज है। (v) एक चतुर्भुज जिसमें सम्मुख कोण समान हैं निश्चित ही एक समांतर चतुर्भुज है। (vi) एक चतुर्भुज एक आयत होगा यदि इसका प्रत्येक कोण समान हैं। (vii) समद्विबाहु समलंब चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होते हैं।

हल: (i) असत्य; यह एक आयत होगा। (ii) सत्य; क्योंकि चौथा कोण भी 90° का होगा। (iii) सत्य; यह समांतर चतुर्भुज का एक गुण है। (iv) असत्य; समचतुर्भुज के लिए विकर्णों को समकोण पर समद्विभाजित करना चाहिए। (v) सत्य; यह समांतर चतुर्भुज का एक गुण है। (vi) सत्य; क्योंकि प्रत्येक कोण 90° का होगा। (vii) असत्य; सम्मुख भुजाओं के अन्य युग्म को भी समांतर होना चाहिए।