Class 8 Maths Chapter 6 Solutions in Hindi जितना बाँटेंगे उतना बढ़ेगा

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 138)

प्रश्न 1. क्या गुणनफल में सदैव वृद्धि होगी? ऐसे तीन उदाहरणों का पता लगाइए जहाँ गुणनफल घटता है?

हल: नहीं। उदाहरण के लिए, (i) (a + 2) (- 3) = – 3a – 6, कमी (ii) (a + 3) (- 5 + 3) = – 2a – 6, कमी (iii) (x + y) (3 – 8) = – 5x – 5y, कमी नोट : वास्तविक वृद्धि या कमी x और y के मानों पर निर्भर करेगी।

पृष्ठ 140

प्रश्न 1. सर्वसमिका 1 का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि गुणनफल में किस प्रकार परिवर्तन होता है जब- (i) एक संख्या में 2 की कमी की जाती है और दूसरी संख्या में 3 की वृद्धि की जाती है। (ii) दोनों संख्याओं में से एक में 3 की कमी तथा दूसरी में 4 की कमी की जाती है।

हल: (i) (a – 2) (b + 3) = ab + 3a – 2b – 6 है। अतः, गुणनफल में (3a – 2b – 6) का परिवर्तन होगा। वृद्धि या कमी a और b के मानों पर निर्भर करेगी। यदि a = 5 और b = 1 है, तो इसमें 15 – 2 – 6 = 7 की वृद्धि होगी। यदि a = 2 और b = 7 है, तो इसमें 3 × 2 – 2 × 7 – 6 = -14 की वृद्धि अर्थात् 14 की कमी होगी।

(ii) (a – 3) (b – 4) = ab – 4a – 3b + 12 है। अतः, गुणनफल में – 4a – 3b + 12 का परिवर्तन होगा। वृद्धि या कमी, स्थिति (i) की तरह, a और b के मानों पर निर्भर करेगी।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 142 – 143)

प्रश्न 1. निम्नांकित गुणन जाल का अवलोकन कीजिए। जाल के अंतर्गत दी गई प्रत्येक संख्या दो संख्याओं के गुणन से बनी है। यदि 3 × 3 फ्रेम की मध्य संख्या व्यंजक pg द्वारा दर्शाई गई है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, तो जाल में अन्य संख्याओं के लिए व्यंजक लिखिए।

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

हल:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

$(p-1)(q-1)$	$(p-1)q$	$(p-1)(q+1)$
$p(q-1)$	pq	$p(q+1)$
$(p+1)(q-1)$	$(p+1)q$	$(p+1)(q+1)$

प्रश्न 2. निम्नलिखित गुणनफलों का विस्तार कीजिए। (i) (3 + u) (v – 3) (ii) 2/3 (15 + 6a) (iii) (10a + b) (10c + d) (iv) (3 – x) (x – 6) (v) (- 5a + b) (c + d) (vi) (5 + z) (y + 9)

हल: (i) (3 + u) (v – 3) = 3v – 9 + uv – 3u है।

(ii) 2/3(15 + 6a) = 2/3 × 15 + 2/3 × 6a = 10 + 4a है।

(iii) (10a + b) (10c + d) = 10a (10c + d) + b (10c + d) = 100ac + 10ad + 10bc + bd है।

(iv) (3 – x) (x – 6) = 3(x – 6) – x (x – 6) = 3x – 18 – x^2 + 6x = 9x – 18 – x^2 है।

(v) (- 5a + b) (c + d) = – 5a (c + d) + b (c + d) = – 5ac – 5ad + bc + bd है।

(vi) (5 + z) (y + 9) = 5 (y + 9) + z (y + 9) = 5y + 45 + yz + 9z है।

प्रश्न 3. ऐसे तीन उदाहरण दीजिए जिनमें दो संख्याओं में एक संख्या में 2 की वृद्धि की जाए और दूसरी संख्या में 4 की कमी जाए तो भी उनके गुणनफल अपरिवर्तित रहें।

हल: उदाहरण 1: 1 × 6 = 6 और (1 + 2) (6 – 4) = 3 × 2 = 6 है। उदाहरण 2 : 2 × 8 = 16 और (2 + 2) (8 – 4) = 4 × 4 = 16 है। उदाहरण 3 : 3 × 10 = 30 और (3 + 2) (10 – 4) = 5 × 6 = 30 है।

प्रश्न 4. विस्तार कीजिए : (i) (a + ab – 3b^2) (4 + b) और (ii) (4y + 7) (y + 11z – 3)

हल:
(i) (a + ab – 3b^2) (4 + b)
= a (4 + b) + ab (4 + b) – 3b^2 (4 + b)
= 4a + ab + 4ab + ab^2 – 12b^2 – 3b^3
= 4a + 5ab + ab^2 – 12b^2 – 3b^3 है।

(ii) (4y + 7) (y + 11z – 3) = 4y (y + 11z – 3) + 7 (y + 11z – 3) = 4y^2 + 44yz – 12y + 7y + 77z – 21
= 4y^2 + 44yz – 5y + 77z – 21 है।

प्रश्न 5. विस्तार कीजिए : (i) (a – b) (a + b), (ii) (a – b) (a^2 + ab + b^2) और (iii) (a – b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) क्या इनमें आपको कोई प्रतिरूप दिखाई देता है? आपको दिखाई देने वाले प्रतिरूप में अगली सर्वसमिका क्या होगी? क्या आप इसकी जाँच सर्वसमिका को विस्तारित करके कर सकते हैं?

हल:
(i) (a – b) (a + b) = a(a + b) – b (a + b)
= a^2 + ab – ba – b^2
= a^2 – b^2 है।

(ii) (a – b) (a^2 + ab + b^2)
= a (a^2 + ab + b^2) – b (a^2 + ab + b^2)
= a^3 + a^2b + ab^2 – a^2b – ab^2 – b^3
= a^3 – b^3 है।

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$
$= a(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) - b(a^3 - a^2b + ab^2 + b^3)$
$= a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4$
$= a^4 - b^4$ है।
हाँ, यहाँ एक प्रतिरूप (पैटर्न) है, जिसके अनुसार
$(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$ है।
क्योंकि, $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$
$= a(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - b(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

$= a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 - a^4b - a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 - b^5$
$= a^5 - b^5$ है।

गणित चर्चा (पृष्ठ 144)

प्रश्न 1. किसी संख्या (कितने भी अंकों की कोई संख्या) को 11 से गुणा करने का सामान्य नियम बताइए तथा गुणनफल को एक पंक्ति में लिखिए। गणना कीजिए – (i) 94 × 11, (ii) 495 × 11, (iii) 3279 × 11, (iv) 4791256 × 11.

हल:

(i) चरण 1 — चरण 2

$$\frac{9\,\textcircled{4} \times 11}{4} \qquad \frac{\overset{+1}{\widehat{94}} \times 11}{1034}$$

= 1034 या

$$\begin{array}{r} 940 \\ +\ 94 \\ \hline 1034 \end{array}$$

(ii) चरण 1 — चरण 2 — चरण 3

$$\frac{49\,\textcircled{5} \times 11}{5} \qquad \frac{4\overset{1+}{\widehat{95}} \times 11}{45} \qquad \frac{\overset{1\,1+}{\widehat{495}} \times 11}{5445}$$

= 5445 या

$$\begin{array}{r} 4950 \\ +\ 495 \\ \hline 5445 \end{array}$$

(iii) चरण 1 — चरण 2

$$\frac{327\,\textcircled{9} \times 11}{9} \qquad \frac{32\overset{1+}{\widehat{79}} \times 11}{69}$$

चरण 3 — चरण 4

$$\frac{3\overset{1\,1+}{\widehat{27}}9 \times 11}{069} \qquad \frac{\overset{1\,1\,1+}{\widehat{32}}79 \times 11}{36069}$$

= 36069 या

$$\begin{array}{r} 32790 \\ +\ 3279 \\ \hline 36069 \end{array}$$

(iv) चरण 1 — चरण 2

$$\frac{479125\,\textcircled{6} \times 11}{6} \qquad \frac{47912\overset{1+}{\widehat{56}} \times 11}{16}$$

चरण 3 — चरण 4

$$\frac{4791\overset{1\,1+}{\widehat{25}}6 \times 11}{816} \qquad \frac{479\overset{111+}{\widehat{12}}56 \times 11}{3816}$$

चरण 5

111 +
4791256 × 11
03816

चरण 6

1111 +
4791256 × 11
703816

चरण 7

11111 +
4791256 × 11
52703816

या

47912560
\+ 4791256
52703816

प्रश्न 2. किसी संख्या को 101 से एक ही पंक्ति में गुणा करने और गुणनफल को लिखने का सामान्य नियम क्या हो सकता है? 1001, 10001, ... से गुणा करने के लिए इस नियम का विस्तार कीजिए।

हल: हाँ। नियम है-

d	c	b	a	×	101	=
d	c	b	a	0	0	
+		d	c	b	a	
d	c	(b+d)	(a+c)	b	a	

प्रश्न 3. उपर्युक्त नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए। (i) 89 × 101 (ii) 949 × 101 (iii) 265831 × 1001 (iv) 1111 × 1001 (v) 9734 × 99 (vi) 23478 × 999

हल:

(i) 89 × 101 = 8900 + 89 = 8989 = 8989 है।

(ii) 949 × 101 = 94900 + 949 = 95849 = 95849 है।

(iii) 265831 × 1001 = 265831000 + 265831 = 266096831

अत:, 265831 × 1001 = 266096831 है।

(iv) 1111 × 1001 = 1111000 + 1111 = 1112111

अत:, 1111 × 1001 = 1112111 है।

(v) 9734 × 99 = 973400 − 9734 = 963666

अत:, 9734 × 99 = 963666 है।

(vi) 23478 × 999 = 23478000 − 23478 = 23454522

अत:, 23478 × 999 = 23454522 है।

गणित चर्चा (पृष्ठ 145)

प्रश्न 1. यदि a और b कोई दो पूर्णांक हैं तो क्या $(a + b)^2$ का मान $a^2 + b^2$ से सदैव बड़ा ही होगा?

हल:
यदि a और b में से एक पूर्णांक ऋणात्मक होगा, तो $(a + b)^2$ से $a^2 + b^2$ बड़ा होगा।

प्रश्न 2. 104^2, 37^2 का मान ज्ञात करने के लिए सर्वसमिका 1A का उपयोग कीजिए।
(संकेत: 104 और 37 को उन संख्याओं के योग या अंतर में विघटित कीजिए जिनके वर्गों की गणना करना सरल हो।)

हल:
$104^2 = (100 + 4)^2$
$= 100^2 + 2 \times 100 \times 4 + 4^2$
= 10000 + 800 + 16 = 10816 है।
$37^2 = (40 - 3)^2 = 40^2 - 2 \times 40 \times 3 + 3^2$ 1600 – 240 + 9 = 1369 है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 145)

प्रश्न 1. सर्वसमिका 1A का उपयोग करके निम्नलिखित के लिए व्यंजक लिखिए। (i) $(m + 3)^2$
(ii) $(6 + p)^2$

हल:
(i) $(m + 3)^2 = m^2 + 2m \times 3 + 3^2$
$= m^2 + 6m + 9$ है।

(ii) $(6 + p)^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times p + p^2$
$= 36 + 12p + p^2$ है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 146)

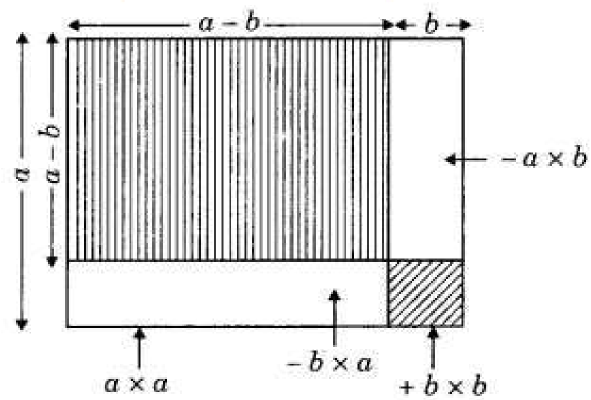
प्रश्न 1. सर्वसमिका और वितरण गुणधर्म दोनों का उपयोग करके $(3j + 2k)^2$ को विस्तारित कीजिए।

हल:
$(3j + 2k)^2 = (3j)^2 + 2 (3j) (2k) + (2k)^2$
$= 9j^2 + 12jk + 4k^2$ है।
या $(3j + 2k)^2 = (3j + 2k) (3j + 2k)$
$= 3j (3j + 2k) + 2k (3j + 2k)$
$= 9j^2 + 6jk + 6jk + 4k^2$
$= 9j^2 + 12jk + 4k^2$ है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 147)

प्रश्न 1. ज्यामिति का उपयोग करके 55^2 की भाँति $(a – b)^2$ का विस्तारित रूप लिखिए।

हल:



अतः, $(a – b)^2 = a \times a – a \times b – b \times a + b \times b$
$= a^2 – 2ab + b^2$ है।

प्रश्न 2. सर्वसमिका $(a – b)^2$ का उपयोग करके (a) 99^2 और (b) 58^2 का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
(a) $99^2 = (100 – 1)^2$
$= 100^2 – 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 – 200 + 1 = 9801$ है।

(b) 58^2 $(60 – 2)^2 = 60^2 – 2 × 60 × 2 + 2^2 = 3600 – 240 + 4 = 3364$ है।

प्रश्न 3. सर्वसमिका 1B और वितरण गुणधर्म दोनों का उपयोग करके निम्नलिखित का विस्तार कीजिए। (i) $(b – 6)^2$ (ii) $(- 2a + 3)^2$ (iii) $(7y – 3/(4 z))^2$

हल:
(i) $(b – 6)^2 = b^2 – 2 x b x 6 + 6^2$
$= b^2 – 12b + 36$ है।
या $(b – 6)^2 = (b – 6) (b – 6)$
$= b (b – 6) – 6 (b – 6)$
$= b^2 – 6b – 6b + 36$
$= b^2 – 12b + 36$ है।

(ii) $(- 2a + 3)^2 = (3 – 2a)^2$
$= 3^2 – 2 × 3 × 2a + (2a)^2$
$= 9 – 12a + 4a^2$ है।
या $(- 2a + 3)^2 = (- 2a + 3) (- 2a + 3)$
$= – 2a (- 2a + 3) + 3(- 2a + 3)$
$= 4a^2 – 6a – 6a + 9$
$= 4a^2 – 12a + 9$ है।

(iii) $(7y - \frac{3}{4z})^2 = (7y)^2 - 2 \times 7y \times \frac{3}{4z} + \left(\frac{3}{4z}\right)^2$

$= 49y^2 - \frac{21y}{2z} + \frac{9}{16z^2}$ है।

या $\left(7y - \frac{3}{4z}\right)\left(7y - \frac{3}{4z}\right)$

$= 7y\left(7y - \frac{3}{4z}\right) - \frac{3}{4z}\left(7y - \frac{3}{4z}\right)$

$= 49y^2 - \frac{21y}{4z} - \frac{21y}{4z} + \frac{9}{16z^2}$

$= 49y^2 - \frac{21y}{2z} + \frac{9}{16z^2}$ है।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ 148)

प्रश्न 1. सर्वसमिका 1C का उपयोग करके 98 × 102 और 45 × 55 की गणना कीजिए।

हल: $98 × 102 = (100 – 2) (100 + 2) = 100^2 – 2^2 = 10000 – 4$
$= 9996$ है।
$= 45 × 55 = (50 – 5) (50 + 5)= 50^2 – 5^2 = 2500 – 25 = 2475$ है।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 149)

प्रश्न 1. कौन सा व्यंजक बड़ा है- $(a – b)^2$ अथवा $(b – a)^2$? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

हल:
दोनों $a^2 – 2ab + b^2$ के बराबर हैं।

प्रश्न 2. 100 को दो वर्गों के अंतर के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल: $(50/3)^2 – (40/3)^2 = 100$ है।

प्रश्न 3. अब तक सीखी गई सर्वसमिकाओं का उपयोग करके 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 और 124^2 के मान ज्ञात कीजिए।

हल:
$406^2 = (400 + 6)^2$
$= 400^2 + 2 × 400 × 6 + 6^2 = 160000 + 4800 + 36 = 164836$ है।

$72^2 = (70 + 2)^2 = 70^2 + 2 × 70 × 2 + 2^2 = 4900 + 280 + 4 = 5184$ है।

$145^2 = (150 – 5)^2$
$= 150^2 – 2 × 150 × 5 + 5^2 = 22500 – 1500 + 25 = 210251$ है।

$1097^2 = (1100 – 3)^2$
$= 1100^2 – 2 × 1100 × 3 + 3^2 = 1210000 – 6600 + 9 = 1203409$ है।

$124^2 (100 + 24)^2$
$= 100^2 + 2 × 100 × 24 + 24^2 = 10000 + 4800 + 576 = 15376$ है।

प्रश्न 4. क्या प्रतिरूप 1 और 2 केवल गणन की संख्याओं के लिए ही मान्य हैं? क्या ये ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए भी लागू होते हैं? भिन्नों के विषय में इन प्रतिरूपों के लिए क्या कहा जा सकता है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

हल: हाँ, क्योंकि यह दर्शाया जा चुका है कि ये किन्हीं भी दो अज्ञात संख्याओं a और b के लिए सत्य हैं।

त्रुटि को पहचान कर सुधारिए

प्रश्न 1. निम्नलिखित कुछ बीजीय व्यंजकों को उनके सरलतम रूपों में विस्तारित और सरलीकृत किया गया है। (i) प्रत्येक सरलीकृत की जाँच कीजिए और देखिए कि क्या कोई त्रुटि है? (ii) यदि कोई त्रुटि है तो व्याख्या कीजिए कि क्या त्रुटि हुई है? (iii) इसके पश्चात सही व्यंजक लिखिए।

(1) $-3p(-5p+2q)$ $= -3p + 5p - 2q$ $= p - 2q$	(2) $2(x-1)+3(x+4)$ $= 2x - 1 + 3x + 4$ $= 5x + 3$	(3) $y + 2(y+2)$ $= (y+2)^2$ $= y^2 + 4y + 4$
(4) $(5m+6n)^2$ $= 25m^2 + 36n^2$	(5) $(-q+2)^2$ $= q^2 - 4q + 4$	(6) $3a\,(2b \times 3c)$ $= 6ab \times 9ac$ $= 54a2bc$
(7) $\frac{1}{2}(10s-6)+3$ $= 5s - 3 + 3$ $= 5s$	(8) $5w^2 + 6w$ $= 11w^2$	(9) $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b$ $+ 6ab^2$ $= 5a^3 + 12a^2b^2$
(10) $(x+2)(x+5)$ $= (x+2)x + (x+2)5$ $= x^2 + 2x + 5x + 10$ $= x^2 + 7x + 10$	(11) $(a+2)(b+4)$ $= ab + 8$	(12) $ab^2 + a^2b + a^2b^2$ $= ab(a + b + ab)$

हल:

सही की गई त्रुटियाँ हैं :

(1) $-3p - (-5p + 2q) = -3p + 5p - 2q$
$= 2p - 2q$ है।

(2) $2(x-1) + 3(x+4) = 2x - 2 + 3x + 12$
$= 5x + 10$ है।

(3) $(y+2)(y+2) = (y+2)^2$
$= y^2 + 4y + 4$ है।

(4) $(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2 + 60mn$ है।

(5) सही है। कोई त्रुटि नहीं है।

(6) $3a\,(2b \times 3c) = 6ab \times 3c = 18abc$ है।

(7) सही है। कोई त्रुटि नहीं है।

(8) $5w^2 + 6w^2 = 11w^2$ है।

(9) $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
$= 5a^3 + 6a^2b + 6ab^2$ है।

(10) सही है। कोई त्रुटि नहीं है।

(11) $(a + 2)(b + 4)$
$= ab + 4a + 2b + 8$ है।

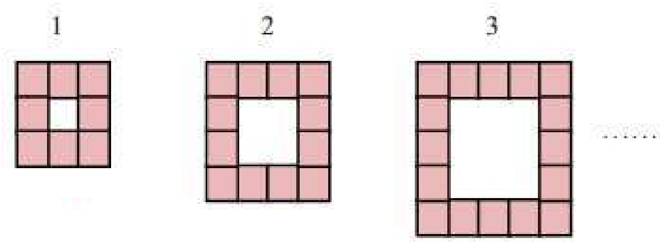
(12) $ab^2 + a^2b + a^2b^2$
$= ab(b + a + ab)$ है।

पाठगत प्रश्न (पृष्ठ 152 – 153)

प्रश्न 1. चरण 15 में वृत्तों की संख्या ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त सूत्र का उपयोग कीजिए।

हल: वृत्तों की संख्या = $k^2 + 2k$
$= 15^2 + 2 \times 15 = 225 + 30 = 255$ है।

प्रश्न 2. नीचे दिए गए चित्र में वर्गाकार टाइल्स से बने प्रतिरूप पर विचार कीजिए।



नोट: निर्देशानुसार कीजिए।

प्रश्न 3. प्रत्येक आकृति में कितनी वर्गाकार टाइल्स हैं?

हल: पहले चित्र में 8, दूसरे चित्र में 12 और तीसरे चित्र में 16 हैं।

प्रश्न 4. अनुक्रम के चरण 4 में कितनी वर्गाकार टाइल्स हैं? दसवें चरण में कितनी वर्गाकार टाइल्स हैं?

हल: चरण 4 = $8 + 3 \times 4 = 20$ है। चरण 10 = $8 + 9 \times 4 = 44$ है।

गणित चर्चा (पृष्ठ 153)

प्रश्न 1. चरण n में टाइल्स की संख्या के लिए एक बीजीय व्यंजक लिखिए। अपनी विधियाँ कक्षा में साझा कीजिए। क्या आप उत्तर प्राप्त करने की एक से अधिक विधियाँ खोज सकते हैं?

हल: $8 + (n - 1) \times 4 = 8 + 4n - 4 = 4 + 4n$ है। नोट: निर्देशानुसार कीजिए। हाँ। उदाहरणार्थ, चरण 1 में टाइलों की संख्या = 8 है; चरण 2 में यह = 12 = 4 (2 + 1) है; चरण 3 में यह 16 = 4 (3 + 1) है, इत्यादि । अतः चरण 2 में टाइलों की संख्या $4(n + 1) = 4n + 4$ होगी।

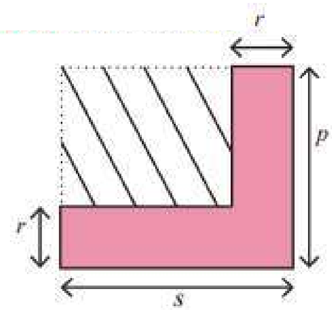
पृष्ठ 154

प्रश्न 1. यदि x = 8 और y = 3 हों, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

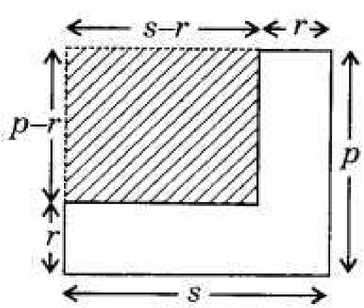
हल: क्षेत्रफल = $x^2 – xy$
= $8^2 – 8 \times 3 = 64 – 24 = 40$ वर्ग इकाई है।

गणित चर्चा (पृष्ठ 154)

प्रश्न 1. दी गई आकृति में असतत रेखा अथवा बिंदीदार रेखा से घिरे भाग के क्षेत्रफल के लिए व्यंजक लिखिए। उत्तर प्राप्त करने के लिए एक से अधिक विधियों का उपयोग कीजिए। p = 6, r = 3.5 और 8 = 9 प्रतिस्थापित करके क्षेत्रफल की गणना कीजिए।

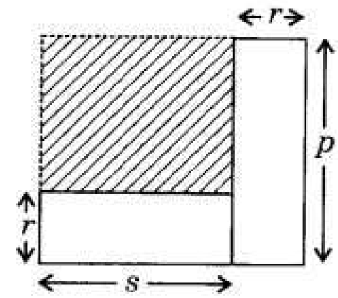


हल:
विधि 1 :



वाँछित क्षेत्रफल = (p – r) × (s – r)
= (p – r) (s) – (p – r) (r)
= $ps – rs – pr + r^2$ है।

विधि 2 :



वाँछित क्षेत्रफल = $p \times s - pr - (s - r) \times r$
= $ps - pr - rs + r^2$ है।

आइए, पता लगाएँ (पृष्ठ 154 – 156)

प्रश्न 1. सुझाई गई सर्वसमिका का उपयोग करके गुणनफलों की गणना कीजिए। (i) 46^2 का मान, $(a + b)^2$ के लिए सर्वसमिका 1A का उपयोग करते हुए
(ii) 397 × 403 का मान, (a + b) (a – b) के लिए सर्वसमिका 1C का उपयोग करते हुए
(iii) 91^2 का मान, $(a - b)^2$ के लिए सर्वसमिका 1B का उपयोग करते हुए
(iv) 43 × 45 का मान, (a + b) (a – b) के लिए सर्वसमिका 1C का उपयोग करते हुए
हल:
(i) $46^2 = (40 + 6)^2$
$= 40^2 + 2 \times 40 \times 6 + 6^2 = 1600 + 480 + 36 = 2116$ है।

(ii) $397 \times 403 = (400 - 3)(400 + 3) = 400^2 - 3^2 = 160000 - 9 = 150091$ है।

(iii) $91^2 (100 - 9)^2$
$= 100^2 - 2 \times 100 \times 9 + 9^2 = 10000 - 1800 + 81 = 8281$ है।

(iv) $43 \times 45 (441)(44 + 1) = 44^2 - 1^2 = 1936 - 1 = 1935$ है।

प्रश्न 2. निम्नलिखित प्रत्येक गुणनफल को ज्ञात करने के लिए उपयुक्त सर्वसमिका अथवा वितरण गुणधर्म का उपयोग कीजिए। (i) (p – 1) (p + 11) (ii) (3a – 9b) (3a + 9b) (iii) – (2y + 5) (3y + 4) (iv) $(6x + 5y)^2$
(v) $(2x - 1/2^2)$
(vi) (7p) × (3r) × (p + 2)
हल:
(i) $(p - 1)(p + 11)$
$= p(p + 11) - 1(p + 11)$
$= p^2 + 11p - 1p - 11$
$= p^2 + 10p - 11$ है।

(ii) $(3a - 9b)(3a + 9b) = (3a)^2 - (9b)^2 = 9a^2 - 81b^2$ है।

(iii) $-(2y + 5)(3y + 4) = (-2y - 5)(3y + 4) = -2y(3y + 4) - 5(3y + 4) = -6y^2 - 8y - 15y - 20$
$= -6y^2 - 23y - 20$ है।

(iv) $(6x + 5y)^2 (6x)^2 + 2 \times 6x \times 5y + (5y)^2$
$= 36x^2 + 60xy + 25y^2$ है।

(v) $(2x - 1/2)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1/2 + (1/2)^2$
$= 4x^2 - 2x + 1/4$ है।

(vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2) = 21pr \times (p + 2) = 21pr \times p + 21pr \times 2 = 21p^2r + 42pr$ है।

प्रश्न 3. प्रत्येक कथन के लिए उपयुक्त बीजीय व्यंजक या व्यंजकों की पहचान कीजिए। (i) एक वर्ग संख्या से दो अधिक व्यंजक $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$
$2s^2$ 2^2s

(ii) दो क्रमागत संख्या के वर्गों का योग $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$
$m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$
$m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$
$(2m)^2 + (2m + 1)^2$
हल:
(i) $s^2 + 2$
(ii) $m^2 + (m + 1)^2$ और $2m^2 + (2m + 1)^2$

प्रश्न 4. किसी कालदर्शक (कलैंडर) में संख्याओं के 2 गुणा 2 वर्ग पर विचार कीजिए जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

फरवरी

रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरू	शुक्र	शनि
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

प्रत्येक विकर्ण पर स्थित संख्याओं के गुणनफल ज्ञात कीजिए – $4 \times 12 = 48$, $5 \times 11 = 55$। ऐसा ही अन्य 2 गुणा 2 वर्गों के लिए कीजिए। विकर्णों के गुणनफल के विषय में आप क्या अवलोकित करते हैं? समझाइए कि ऐसा क्यों होता है? संकेत: प्रत्येक 2 गुणा 2 वर्ग में संख्याओं को इस प्रकार नामांकित कीजिए।

a	(a + 1)

a + 7	(a + 8)

हल: दोनों गुणनफलों का अंतर सदैव 7 है। क्योंकि, (a + 7) (a + 1) a (a + 8) = a^2 + 7a + a + 7 – a^2 – 8a
= a^2 + 8a + 7 – a^2 – 8a = 7 है।

प्रश्न 5. सत्यापित कीजिए कि निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं। (i) (k + 1) (k + 2) – (k + 3) का मान सदैव 2 होता है। (ii) (2q + 1) (2q – 3) का मान 4 का गुणज है। (iii) सम संख्याओं के वर्ग 4 के गुणज होते हैं और विषम संख्याओं के वर्ग 8 के गुणजों से 1 अधिक हैं। (iv) $(6n + 2)^2$ $(4n + 3)^2$ का मान एक वर्ग संख्या से 5 कम होता है।

हल:
(i) (k + 1) (k + 2) – (k + 3)
= k^2 + 2k + k + 2 – k – 3
= k^2 + 2k – 1 ≠ 2 है। अतः, कथन सत्य नहीं है।

(ii) (2g + 1) (2g – 3) = $4q^2$ – 6q + 2q – 3
= $4q^2$ – 4q – 3 = 4 (q^2 – q) – 3 4 का एक गुणज नहीं है। अतः, कथन सत्य नहीं है।

(iii) $(2)^2$ = 4, $(4)^2$ = 16 = 4 × 4,
$(6)^2$ = 36 = 4 × 9, … है।
अतः यह कथन सत्य है।
3^2 = 9 = 8 + 1, 5^2 = 25 = 3 × 8 + 1,
7^2 = 49 = 3 × 16 + 1, इत्यादि है। अतः यह कथन सत्य है। इसलिए ये दोनों कथन मिलकर भी सत्य हैं।

(iv) $(6n + 2)^2 – (4n + 3)^2$
= (6n + 2 + 4n + 3) {(6n + 2) – (4n + 3)}
= (10n + 5) (6n + 2 – 4n – 3)
= (10n + 5) (2n – 1)
= $20n^2$ – 10n + 10n – 5 = $20n^2$ – 5 है।
= $20n^2$ एक वर्ग संख्या नहीं है। अतः, यह कथन सत्य नहीं है।

प्रश्न 6. यदि एक संख्या को 7 से भाग करने पर शेषफल 3 प्राप्त होता है और दूसरी संख्या को 7 से भाग करने पर शेषफल 5 प्राप्त होता है। इनके योग, अंतर और गुणनफल को 7 से भाग देने पर शेषफल क्या प्राप्त होगा?

हल: मान लीजिए कि पहली संख्या 7x + 3 और दूसरी संख्या 7y + 5 है। इनका योग = 7x + 3 + 7y + 5 = 7 (x + y) + 8 = 7(x + y) + 7 × 1 + 1 है। इसलिए इस स्थिति में शेषफल 1 होगा। इनका अंतर = 7x + 3 – 7y – 5 = 7 (x – y) – 2 = 7 (x – y) – 7 – 2 + 7 = 7 (x – y) – 7 + 5 है। इसलिए इस स्थिति में शेषफल 5 होगा। यदि x > y है, परंतु यदि x < y है, तो शेषफल 7 – 5 = 2 होगा। इनका गुणनफल = (7x + 3) (7y + 5) = 49xy + 35x + 21y + 15 = 7 (7xy + 5x + 3y) + 7 × 2 + 1 है। इसलिए इस स्थिति में शेषफल 1 होगा।

प्रश्न 7. तीन क्रमागत संख्याओं का चयन कीजिए। मध्य वाली संख्या का वर्ग कीजिए और शेष दो संख्याओं के गुणनफल को घटाइए। यही प्रक्रिया अन्य संख्याओं के समूहों के साथ भी दोहराइए। आपको कौन-सा प्रतिरूप दिखाई देता है? इसे बीजगणितीय समीकरण के रूप में किस प्रकार लिखेंगे? समीकरण के दोनों पक्षों का विस्तार करके जाँच कीजिए कि यह एक सही सर्वसमिका है।

हल: मान लीजिए कि ये संख्याएँ 4, 5 और 6 हैं। अब, $5^2 – 4 × 6 = 25 – 24 = 1$ है।
7, 8 और 9 के लिए $8^2 – 7 × 9 = 64 – 63 = 1$ है।
हमें सदैव 1 प्राप्त होता है।
बीजगणितीय समीकरण मान लीजिए कि ये संख्याएँ m, m + 1, m + 2 हैं।
अब, $(m + 1)^2 – m (m + 2) = m^2 + 2m + 1 – m^2 – 2m = 1$ है। हाँ, यह सत्य है।

प्रश्न 8. निम्नलिखित चरणों को दर्शाने वाला बीजीय व्यंजक क्या है? किन्हीं दो संख्याओं को जोड़िए । इस योगफल को दोनों संख्याओं के योगफल के आधे से गुणा कीजिए। सिद्ध कीजिए कि यह परिणाम दोनों संख्याओं के योग के वर्ग का आधा होगा।

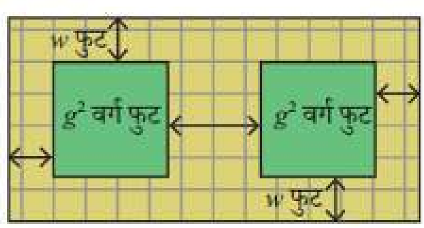
हल: मान लीजिए कि ये संख्याएँ x और y हैं। अब, $(x + y) × ((x+y))/2 = 1/2 = (x + y)^2$ = दोनों संख्याओं के योग के वर्ग का आधा है। अतः, सिद्ध हो गया।

प्रश्न 9. कौन-सा व्यंजक बड़ा है? गुणनफल की पूर्ण गणना किए बिना ज्ञात कीजिए। (i) 14 × 26 या 16 × 24 (ii) 25 × 75 या 26 × 74

हल: (i) 14 × 26 = 14 × (24 + 2) = 14 × 24 + 14 × 2 है। 16 × 24 = (14 + 2) × 24 = 14 × 24 + 2 × 24 है। अतः. उपरोक्त से 16 × 24 बड़ा है।

(ii) 25 × 75 = 25 × (74 + 1) = 25 × 74 + 25 × 1 है। 26 × 74 = (25 + 1) × 74 = 25 × 74 + 74 × 1 है। अतः, उपरोक्त से 26 × 74 बड़ा है।

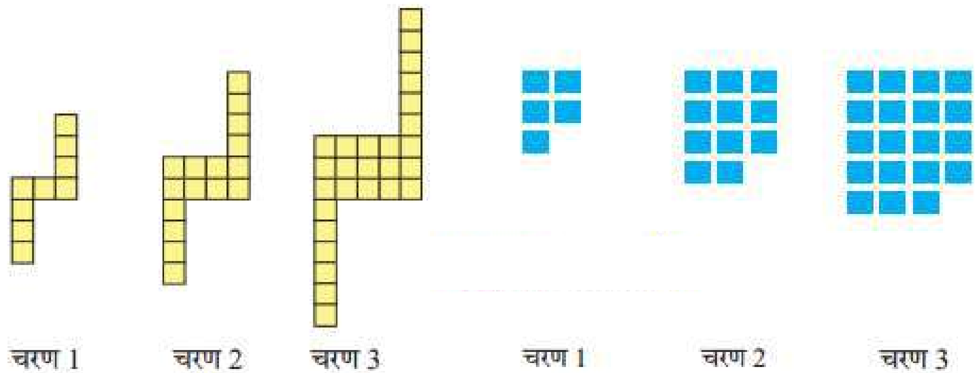
प्रश्न 10. धौली में एक छोटा पार्क बनाया जा रहा है। इसकी योजना चित्र में दर्शाई गई है। दो वर्गाकार भूखंडों में जिनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल g^2 वर्ग फुट है, जहाँ हरियाली होगी। शेष संपूर्ण क्षेत्र (w फुट चौड़ा) एक पैदल मार्ग है जिस पर टाइल्स लगाने की आवश्यकता है। इस क्षेत्र के लिए एक व्यंजक लिखिए जिस पर टाइल्स लगाने की आवश्यकता है।



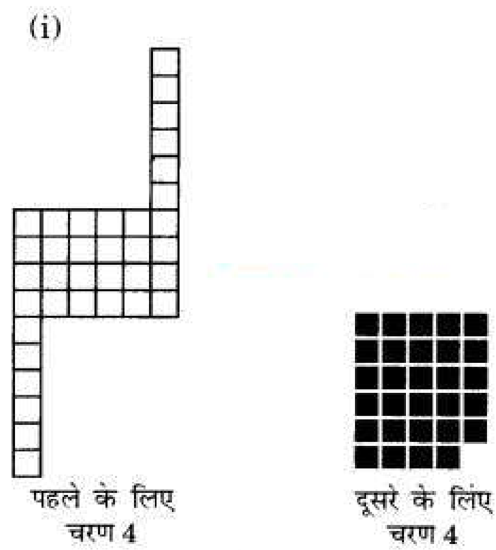
हल:
भूखंड की लंबाई
= w + g + 2w + g + w
= (2g + 4w) फुट है
और उसकी चौड़ाई = w + g + w
= (2w + g) फुट है।
वह क्षेत्रफल जहाँ टाइलों को लगाना है।

= (2g + 4w) (2w + g) – g^2 – g^2
= 4gw + $2g^2$ + $8w^2$ + 4gw – $2g^2$
= ($8w^2$ + 8gw) वर्ग फुट है।

प्रश्न 11. नीचे दर्शाए गए प्रत्येक प्रतिरूप के लिए- (i) अनुक्रम में अगली आकृति बनाइए। (ii) चरण 10 में कितनी मूल इकाइयाँ होंगी? (iii) चरण y में मूल इकाइयों की संख्या का वर्णन करने के लिए एक व्यंजक लिखिए।



हल:



(ii) चरण 10 में पहली आकृति में मूल इकाइयों की संख्या $(10 – 2)^2 = 8^2 = 64$ है।
दूसरी आकृति में मूल इकाइयों की संख्या अनुक्रम 5, 11, 19, 29, ….., अर्थात् 5, (5 + 6), (11 + 8), (19 + 10), (29 + 12), (41 + 14), (55 + 16), (71 +18) = 89, (89 + 20) = 109, (109 + 22) = 131 का 10वाँ पद होगा।
अर्थात् 131 या $(10 + 1)^2 + 10 = 121 + 10 = 131$ होगा।

(iii) चरण y में पहली आकृति में मूल इकाइयों की संख्या = $(y – 2)^2 = y^2 – 4y + 4$ है।
चरण y में दूसरी आकृति में मूल इकाइयों की संख्या
= $(y + 1)^2 + y = y^2 + 2y + 1 + y$
= $y^2 + 3y + 1$ है।