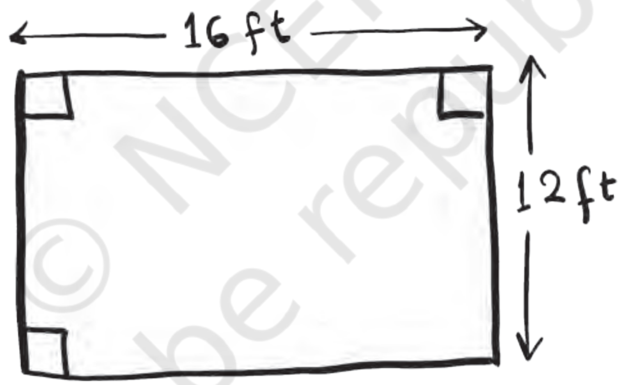
3 सर्वनिष्ठ आधार की खोज

0790CH03

3.1 सर्व महत्तम

? समीक्षा अपना नया घर बनवा रही है। घर का मुख्य कक्ष 12 ft × 16 ft (12 ft चौड़ा व 16 ft लंबा) का है। उसे लगता है कि यदि फर्श पर एक ही आकार की वर्गाकार टाइलें लगाई जाएँ तो कक्ष सुंदर लगेगा। वह यह भी चाहती है कि कम से कम टाइलों का उपयोग हो और टाइल की लंबाई ft में पूर्ण संख्या हो। उसे किस आकार की टाइलें क्रय करनी चाहिए।

आइए, पता लगाएँ कि उपयोग की जा सकने वाली सबसे बड़ी वर्गाकार टाइल किस आकार की होगी। कक्ष की चौड़ाई 12 ft है तथा लंबाई 16 ft है।



टाइलों को कमरे की चौड़ाई में पूर्णत: व्यवस्थित करने के लिए टाइल की चौड़ाई 12 का गुणनखंड होनी चाहिए। इसी प्रकार टाइलों को कमरे की लंबाई में पूर्णत: व्यवस्थित करने के लिए टाइल की लंबाई 16 का गुणनखंड होनी चाहिए। अत: टाइल की भुजा 12 व 16 दोनों का गुणनखंड होनी चाहिए। 12 व 16 के सार्व गुणनखंड क्या हैं?

12 के गुणनखंड 1, 2, 3, 4, 6, 12 हैं। 16 के गुणनखंड 1, 2, 4, 8, 16 हैं। अत: इनके सार्व गुणनखंड 1, 2 और 4 हैं।

अत: वर्गाकार टाइलों की भुजाएँ 1 ft, 2 ft या 4 ft की हो सकती हैं। उसे इनमें से सबसे बड़ी वर्गाकार टाइल का उपयोग करना चाहिए। क्या आप बता सकते हैं कि क्यों?

अत: उसे 4 ft आकार वाली टाइलों की आवश्यकता है।

उसे इस आकार की कितनी टाइलें क्रय करनी चाहिए?

© NCERT not to be republished

क्या होता यदि समीक्षा टाइल की लंबाई ft में पूर्ण संख्या लेने पर बल न देती और लंबाई ft में भिन्नात्मक संख्या होती? क्या उत्तर बदल गया होता?

प्रयास कीजिए

दो या दो से अधिक संख्याओं का **महत्तम समापवर्तक (म.स.प.)** उनके सार्व गुणनखंडों में सबसे बड़ा (या महत्तम) होता है। इसे महत्तम सार्व भाजक भी कहा जा सकता है।

पिछली समस्या में 12 और 16 का म.स.प. 4 है।

हम दी गई स्थिति के दृश्यांकन के लिए पूर्व पृष्ठ पर दिए गए चित्र के जैसे कच्चा आरेख बना सकते हैं। इससे समस्या को समझने और हल करने में सहायता मिल सकती है।

? लेखना दो खेतों से चावल क्रय करती है और उसे बाजार में विक्रय करती है। उसने एक खेत से 84 kg और दूसरे खेत से 108 kg चावल क्रय किया। वह चाहती है कि चावल को थैलियों में इस प्रकार से पैक किया जाए कि प्रत्येक थैली में केवल एक खेत का चावल हो और सभी थैलियों का भार kg में समान एवं एक पूर्ण संख्या हो। यदि वह कम से कम थैलियों का उपयोग करना चाहती है तो प्रत्येक थैली का भार कितना होना चाहिए?

84 kg चावल को समान भार की थैलियों में विभाजित करने के लिए हमें 84 के गुणनखंडों की आवश्यकता है। इसी प्रकार 108 kg चावल के लिए हमें 108 के गुणनखंडों की आवश्यकता है।

84 के गुणनखंड — 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 और 84

108 के गुणनखंड — 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54 और 108

चूँकि लेखना दोनों खेतों के लिए समान भार की थैलियों का उपयोग करना चाहती है, अतः थैली का भार एक सार्व गुणनखंड होना चाहिए। 84 और 108 के सार्व गुणनखंड हैं—

1, 2, 3, 4, 6 और 12

वह इनमें से किसी भी भार का उपयोग करके दोनों खेतों के चावल को समान भार की थैलियों में पैक कर सकती है। परंतु वह थैलियों की संख्या न्यूनतम रखना चाहती है। थैलियों की संख्या कम करने के लिए उसे कौन-सा भार चुनना चाहिए?

? क्या आपको कक्षा 6 का 'जैकपॉट के लिए छलाँग' खेल स्मरण है (अध्याय अभाज्य समय देखें)? ग्रम्पी एक संख्या पर खजाना रखता है और जम्पी एक छलांग का माप चुनकर खजाना लेने का प्रयास करता है। नीचे दी गई प्रत्येक स्थिति में वे दो संख्याएँ दी गई हैं जिन पर खजाने रखे हुए हैं। सबसे लंबी छलाँग का माप (0 से प्रारंभ करके) ज्ञात कीजिए जिससे जम्पी खजाने वाली दोनों संख्याओं पर छलाँग लगाकर पहुँच सके।

(a) 14 और 30 (b) 7 और 11

(c) 30 और 50 (d) 28 और 42

? क्या संख्याओं के लिए सबसे लंबी छलाँग का माप उनके महत्तम समापवर्तक (म.स.प.) के समान है? ऐसा क्यों है, व्याख्या कीजिए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

अब तक हम म.स.प. ज्ञात करने के लिए सभी गुणनखंडों की सूची बनाते हैं। जिन संख्याओं के गुणनखंड अधिक होते हैं उनके लिए यह कार्य कठिन हो जाता है, जैसा कि आपने संख्याओं 30 और 50 तथा 28 और 42 के लिए देखा होगा।

कभी-कभी हमसे कुछ गुणनखंड लिखने में चूक भी हो सकती है जिससे त्रुटियाँ हो सकती हैं।

? क्या इस प्रक्रिया को सरल बनाया जा सकता है? क्या इसे और अधिक विश्वसनीय बनाया जा सकता है?

यह ज्ञात हुआ कि अभाज्य गुणनखंड के प्रयोग से इस प्रक्रिया को सरल बनाया जा सकता है। हम इसे अभाज्य संख्याओं और अभाज्य गुणनखंड पर पुनर्विचार करके प्रारंभ करेंगे।

अभाज्य संख्याएँ

स्मरण कीजिए कि अभाज्य संख्या 1 से बड़ी वह संख्या होती है जिसके गुणनखंड केवल 1 और स्वयं वह संख्या होती है। गत वर्ष हमने 1 से 100 के मध्य अभाज्य संख्याओं में प्रतिरूप ढूँढ़ने का प्रयास किया था। हमने इराटोस्थेनीस की छलनी के विषय में भी पढ़ा था जो सभी अभाज्य संख्याओं की सूची बनाने की एक विधि है।

अभाज्य गुणनखंडन

किसी भी संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है— संख्या के भाज्य गुणनखंडों को अभाज्य गुणनखंडों के रूप में लिखते जाएँ जब तक कि गुणनखंडों में केवल अभाज्य संख्याएँ शेष न रह जाएँ।

स्मरण कीजिए कि हम इसी प्रक्रिया को किसी दी गई संख्या का अभाज्य गुणनखंडन कहते हैं। उदाहरण के लिए, हम 90 का अभाज्य गुणनखंडन इस प्रकार ज्ञात कर सकते हैं—

$$90 = 3 \times 3 \times 2 \times 5$$

संख्या 90 को 3×30 या 2×45 या कुछ अन्य प्रकारों से भी गुणनखंडित किया जा सकता था। क्या इससे समान अभाज्य गुणनखंडन प्राप्त होंगे?

उल्लेखनीय रूप से ये सभी परिणामी अभाज्य गुणनखंडन सदैव एकसमान होते हैं, केवल उनके क्रम में परिवर्तन होता है। उदाहरण के लिए, यदि हम 3×30 के और अधिक गुणनखंडन पर विचार करें तो हमें प्राप्त होता है—

$$90 = 3 \times 30 = 3 \times 2 \times 15 = 3 \times 2 \times 3 \times 5$$

और हम उसी अभाज्य गुणनखंड रूप पर पहुँच गए हैं, केवल इसका क्रम भिन्न है। ध्यान दीजिए कि किसी अभाज्य संख्या का अभाज्य गुणनखंडन स्वयं अभाज्य संख्या ही होती है।

अभाज्य गुणनखंडन प्रक्रिया

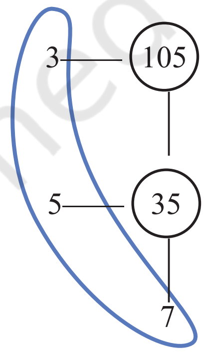
क्या आप अवलोकन कर सकते हैं कि आगे दिए गए चित्र में क्या हो रहा है?

Reprint 2026-27

प्रत्येक गोले की संख्या अपने बाईं एवं नीचे की संख्या का गुणनफल है। उदाहरण के लिए, 30 = 2 × 15, 15 = 3 × 5 है। प्रत्येक बार एक भाज्य संख्या को गुणनखंडित किया जाता है जिससे कि कम से कम एक अभाज्य गुणनखंड प्राप्त हो। पूर्ण रूप से अभाज्य संख्या प्राप्त होने के बाद इस प्रक्रिया को रोक देते हैं।

क्या आप नीचे दिए गए दो चित्रों से 105 व 30 का अभाज्य गुणनखंडन लिख सकते हैं?

हम बाएँ और नीचे वाले गुणनखंडों को एकत्र करते हैं। फिर हम चित्र में दर्शाए अनुसार अभाज्य गुणनखंडन बनाते हैं।



105 = 3 × 5 × 7

गुणनखंडन करते समय गोलों को सामान्यत: छोड़ देते हैं और इसे चरणबद्ध रूप में इस प्रारूप में लिखा जाता है—

आइए, इस विधि को **विभाजन विधि** कहें।

ऊपर दी गई विधि का प्रयोग करके 1200 का अभाज्य गुणनखंडन ज्ञात करने का प्रयास कीजिए। यदि हमने पूर्व विधि का प्रयोग किया होता तो हमारी गणना इस प्रकार होती—

$$1200 = 40 \times 30 = 5 \times 8 \times 5 \times 6 = \ldots$$

कौन-सी गणना करना सरल है?

अभाज्य गुणनखंडन के प्रयोग से किसी संख्या के गुणनखंड

किसी संख्या के अभाज्य गुणनखंडन से हम उस संख्या के सभी गुणनखंड ज्ञात कर सकते हैं। इसका प्रयोग दो संख्याओं के म.स.प. ज्ञात करने की प्रक्रिया को सरल बनाने के लिए किया जा सकता है।

संख्या 840 और इसके अभाज्य गुणनखंडन 2 × 2 × 2 × 3 × 5 × 7 पर विचार कीजिए।

? क्या 840 का एक गुणनखंड 2 × 2 × 7 = 28 है?

? यदि हाँ तो 840 प्राप्त करने के लिए इसे किस संख्या से गुणा करना होगा?

इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए हम 840 के अभाज्य गुणनखंडों को निम्न प्रकार से पुन: क्रमित कर सकते हैं (ध्यान रहे कि गुणनखंडों को पुनर्क्रमित करने से गुणनफल में कोई परिवर्तन नहीं होता है)—

$$840 = (2 \times 2 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5)$$

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

अतः, $840 = 28 \times 30$

इस प्रकार 840 का एक गुणनखंड $(2 \times 2 \times 7) = 28$ है और 840 प्राप्त करने के लिए इसे 30 (अर्थात $2 \times 3 \times 5$) से गुणा किया जाना चाहिए।

? इसी प्रकार क्या 840 का एक गुणनखंड $2 \times 7 = 14$ है? क्यों अथवा क्यों नहीं?
क्या 840 का एक गुणनखंड $2 \times 2 \times 2$ है? क्यों अथवा क्यों नहीं?
क्या 840 का एक गुणनखंड $3 \times 3 \times 3$ है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

क्या हम इस समझ का उपयोग किसी संख्या के सभी संभावित गुणनखंडों को केवल उसके अभाज्य गुणनखंडों का प्रयोग करके सूचीबद्ध करने में कर सकते हैं?

? अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करके 225 के गुणनखंड ज्ञात कीजिए।

225 के अभाज्य गुणनखंडन करने पर हमें $225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3$ प्राप्त होता है।

5	225
5	45
3	9
3	3
	1

हमने देखा है कि इस गुणनखंडन का कोई भी 'उपभाग' हमें एक गुणनखंड प्रदान करता है। आइए, इन उपभागों की व्यवस्थित रूप में रचना करें।

अभाज्य गुणनखंड — 3, 5

दो अभाज्य गुणनखंडों का संयोजन — $3 \times 3 = 9$, $5 \times 5 = 25$, $3 \times 5 = 15$

तीन अभाज्य गुणनखंडों का संयोजन — $3 \times 3 \times 5 = 45$, $3 \times 5 \times 5 = 75$

चार अभाज्य गुणनखंडों का संयोजन — $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$

गुणनखंडों की इस सूची में 1 को लेने पर हम देखते हैं कि 225 के गुणनखंड 1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225 हैं।

? जाँच कीजिए कि 225 के सभी गुणनखंड इस सूची में सम्मिलित हैं।

? पता लगाइए

निम्नलिखित संख्याओं के सभी गुणनखंडों की सूची बनाइए—

(a) 90
(b) 105
(c) 132
(d) 360 (इस संख्या के 24 गुणनखंड हैं)
(e) 840 (इस संख्या के 32 गुणनखंड हैं)

कुछ अभाज्य गुणनखंडनों का अवलोकन करने के पश्चात अंशु दावा करती है, "कोई संख्या जितनी बड़ी होगी, उसका अभाज्य गुणनखंडन उतना ही लंबा होगा।"

अंशु के दावे के संबंध में आपका क्या विचार है?

हम देख सकते हैं कि यह सत्य नहीं है। उदाहरण के लिए, 96 और 121 के अभाज्य गुणनखंडन को देखिए।

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

गणित में बिना प्रमाण या सत्यापन के दिए जाने वाले कथनों को 'अनुमान' (Conjecture) कहते हैं। अंशु का दावा एक अनुमान है। हमने इस अनुमान को एक प्रति उदाहरण देकर असत्य सिद्ध कर दिया है अर्थात वह उदाहरण जिससे अनुमान असत्य प्रमाणित होता है।

अभाज्य गुणनखंडन के उपयोग से म.स.प. ज्ञात करना

अब हम देखेंगे कि अब तक किए गए अवलोकनों का उपयोग सार्व गुणनखंड और महत्तम समापवर्तक (म.स.प.) ज्ञात करने के लिए कैसे किया जाए।

उदाहरण 1 — 45 और 75 के सार्व गुणनखंडन और म.स.प. ज्ञात कीजिए।

दोनों संख्याओं के लिए अभाज्य गुणनखंडन की गणना कीजिए —

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

हमने देखा—

45 के गुणनखंड 3 × 3 × 5 में आने वाले गुणनखंडों के उपभाग हैं और 75 के गुणनखंड, 3 × 5 × 5 में आने वाले गुणनखंडों के उपभाग हैं।

अत: सार्व गुणनखंड, दोनों गुणनखंडों के उपभाग होने चाहिए।

क्या आप उन्हें लिख सकते हैं?

समस्याओं का अन्वेषण या हल करते समय आप कुछ अनुमान भी लगा सकते हैं। आप इनका कारण बताने एवं सत्यापन करने का प्रयास कर सकते हैं तथा उन्हें कक्षा में साझा कर सकते हैं।

③ × 3 × 5 ③ × 5 × 5	3
3 × 3 × ⑤ 3 × 5 × ⑤	5
3 × ③ × ⑤ ③ × ⑤ × 5	3 × 5

3, 5, 3 × 5 = 15 दोनों संख्याओं के उपभाग हैं। अतः वे 1 सहित सार्व गुणनखंड हैं। इनमें से सबसे बड़ी संख्या 15 है। अत: उनका म.स.प. 15 है।

उदाहरण 2 — 112 और 84 के सार्व गुणनखंड तथा म.स.प. ज्ञात कीजिए।

अभाज्य गुणनखंडन की गणना करने पर हमें प्राप्त होता है —

$$112 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ तथा}$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

सार्व उपभाग ज्ञात करने पर हमें प्राप्त होता है —

② × 2 × 2 × 2 × 7 ② × 2 × 3 × 7	2
2 × 2 × 2 × 2 × ⑦ 2 × 2 × 3 × ⑦	7
2 × ② × ② × 2 × 7 ② × ② × 3 × 7	2 × 2
② × 2 × 2 × 2 × ⑦ 2 × ② × 3 × ⑦	2 × 7
② × ② × 2 × 2 × ⑦ ② × ② × 3 × ⑦	2 × 2 × 7

अत: सार्व गुणनखंडों में से अधिकतम अर्थात $2 \times 2 \times 7 = 28$ म.स.प. है।

उदाहरण 3 — 96 और 275 के सार्व गुणनखंड तथा म.स.प. ज्ञात कीजिए।

96 और 275 के अभाज्य गुणनखंडन की गणना करने पर

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$275 = 5 \times 5 \times 11$$

ऊपर दिए गुणनखंडनों में कोई भी सार्व उपभाग नहीं है। अत: सार्व गुणनखंड केवल 1 ही है। यही संख्याओं का म.स.प. भी है।

पता लगाइए

निम्नलिखित संख्याओं का सार्व गुणनखंड तथा म.स.प. ज्ञात कीजिए —

(a) 50, 60
(b) 140, 275
(c) 77, 725
(d) 370, 592
(e) 81, 243

सभी गुणनखंडों की सूची बनाए बिना हम म.स.प. कैसे ज्ञात करते हैं?

उदाहरण 4 — 30 और 72 का म.स.प. ज्ञात कीजिए।

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

म.स.प. ज्ञात करने के लिए हमें अधिकतम सार्व उपभाग चाहिए। स्पष्ट है कि इसमें केवल वे अभाज्य संख्याएँ होंगी जो दोनों अभाज्य गुणनखंडन में आती हैं — इस स्थिति में 2 और 3 हैं।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

इसमें कितनी बार 2 विद्यमान हैं?

30 के अभाज्य गुणनखंडन में केवल एक बार 2 विद्यमान है। अतः सबसे बड़े सार्व उपभाग में केवल एक बार 2 होना चाहिए।

इसमें कितने '3' विद्यमान होंगे?

30 के अभाज्य गुणनखंडन में केवल एक बार 3 विद्यमान है। अत: सबसे बड़े सार्व उपभाग में केवल एक बार 3 होना चाहिए।

यह निम्नलिखित चित्र में दर्शाया गया है।

$$30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$
$$72 = \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{3} \times 3$$

म.स.प. $= 2 \times 3 = 6$

इस प्रकार म.स.प. ज्ञात करने के लिए हम सार्व अभाज्य संख्याओं की पहचान करते हैं तथा दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडनों में यह ज्ञात करते हैं कि इन सार्व अभाज्य संख्याओं में से प्रत्येक न्यूनतम कितनी बार विद्यमान है।

उदाहरण 5 — 225 और 750 का म.स.प. ज्ञात कीजिए।

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$750 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

यहाँ सार्व अभाज्य संख्याएँ 3 और 5 हैं। आइए, सबसे बड़ा सार्व उपभाग ज्ञात करें। इसमें कितने बार 3 होंगे?

750 में केवल एक बार 3 है, जो दोनों संख्याओं में 3 के विद्यमान होने की न्यूनतम संख्या है। अतः सबसे बड़े सार्व उपभाग में केवल एक बार 3 होना चाहिए। इसमें कितनी बार 5 विद्यमान होंगे?

225 में 5 न्यूनतम बार आता है जो कि दो बार है। अतः सबसे बड़े सार्व उपभाग में दो 5 अर्थात 5×5 होने चाहिए।

$$225 = 3 \times \boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{5}$$
$$750 = 2 \times \boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{5} \times 5$$

म.स.प. $= 3 \times 5 \times 5 = 75$

दो से अधिक संख्याओं का म.स.प. ज्ञात करने के लिए, सार्व अभाज्य संख्याओं का सबसे बड़ा सार्व उपभाग ज्ञात करने वाली इसी विधि का ही अनुसरण किया जा सकता है।

पता लगाइए

1. निम्नलिखित संख्याओं का म.स.प. ज्ञात कीजिए—

   (a) 24, 180 (b) 42, 75, 24

   (c) 240, 378 (d) 400, 2500

   (e) 300, 800

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

2. संख्याओं 72 और 144 पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि इन्हें भाज्य संख्याओं में इस प्रकार विभाजित किया गया है— $72 = 6 \times 12$ और $144 = 8 \times 18$, इस विभाजन को देखते हुए क्या कोई कह सकता है कि इन दोनों संख्याओं में 1 के अतिरिक्त कोई अन्य सार्व गुणनखंड नहीं है? ऐसा क्यों नहीं कहा जा सकता है?

3.2 सबसे कम, परंतु अंतिम नहीं!

? अंशु और गुणा कपड़े की पट्टियों से तोरण बनाते हैं। तोरण बनाने के लिए अनेक पट्टियों को परस्पर सटाकर एक के बाद एक व्यावस्थित किया जाता है। अंशु 6 cm लंबी पट्टियों का उपयोग करता है और गुणा 8 cm लंबी पट्टियों का उपयोग करता है। यदि दोनों को समान लंबाई के तोरण बनाने हैं तो तोरण की सबसे छोटी संभावित लंबाई क्या हो सकती है?

वे दोनों मिलकर सबसे छोटा तोरण कितनी लंबाई का बना सकते हैं?

अंशु 6 cm लंबी कपड़े की पट्टियाँ उपयोग करता है। वह जो भी तोरण बनाएगा वह 6 का गुणज होगा। अतः तोरण की लंबाई 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 cm इत्यादि हो सकती है।

इसी प्रकार, गुणा द्वारा बनाया गया कोई भी तोरण 8 का गुणज होना चाहिए। अतः उसके द्वारा बनाए गए तोरण की लंबाई 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72 cm इत्यादि हो सकती है।

इससे हम देख सकते हैं कि यदि दोनों को समान लंबाई के तोरण बनाने हैं तो तोरण की लंबाई 6 और 8 का सार्व गुणज होनी चाहिए।

दोनों सूचियों से हम देख सकते हैं कि 6 तथा 8 के दो सार्व गुणज 24 और 48 हैं। अतः अंशु और गुणा दोनों 24 cm और 48 cm के तोरण बना सकते हैं।

24 इनमें से सबसे छोटा है। अत: 24 cm सबसे छोटे तोरण की लंबाई है जिसे अंशु और गुणा दोनों सिल सकते हैं। 6 और 8 के सभी सार्व गुणजों में 24 सबसे छोटी संख्या है।

सबसे बड़े सार्व गुणज के संबंध में आपका क्या विचार है? क्या ऐसी कोई संख्या विद्यमान है?

? एक मिठाई की दुकान द्वारा प्रत्येक सोमवार को विद्यालयी बच्चों को गजक निःशुल्क वितरित की जाती है। आज सोमवार है और कबामाई को गजक खाने में बहुत आनंद आया। परंतु वह प्रत्येक 10 दिन में एक बार मिठाई की दुकान पर जाती है। अगली बार उसे मिठाई की दुकान से गजक कब निःशुल्क प्राप्त होगी? (दिनों की संख्या में उत्तर दीजिए।)

गजक एक मिठाई है जो तिल, गुड़ और घी से बनाई जाती है

जैसा कि हमने पूर्व में देखा, परिदृश्य की कल्पना या दृश्यांकन करने से हमें यह दिशा मिली कि समस्या को पट्टियों की लंबाई के गुणजों का उपयोग करके हल किया जा सकता है।

Reprint 2026-27

चूँकि दुकानदार प्रत्येक सोमवार निःशुल्क मिठाई वितरित करता है, अतः वह 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, ... दिनों पश्चात निःशुल्क मिठाई वितरित करेगा।
ये 7 के गुणज हैं।

कबामाई पुन: मिठाई की दुकान पर पहुँचेगी

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ... दिनों के पश्चात

ये 10 के गुणज हैं।

कबामाई पुनः निःशुल्क मिठाई कब खाएगी? यह ऊपर दिए गए गुणजों के अनुक्रमों में समान या उभयनिष्ठ दिन संख्या पर होगा। देखा जा सकता है कि ऐसा पुन: 70 दिनों पश्चात होगा।

ध्यान दीजिए कि यहाँ भी 70, संख्या 7 और 10 के सभी सार्व गुणजों में सबसे छोटा है।

इन दोनों समस्याओं का हल सबसे छोटा सार्व गुणज था। दो या दो से अधिक दी गई संख्याओं का **सबसे छोटा सार्व गुणज अथवा लघुत्तम समापवर्त्य (ल. स. प.)** उनके सार्व गुणजों में से लघुत्तम (न्यूनतम या सबसे छोटा) होता है।

? क्या आपको छठी कक्षा का 'इडली-वड़ा' खेल स्मरण है ('अभाज्य समय' अध्याय देखें)? दो संख्याएँ चुनी जाती हैं और जब भी खिलाड़ी इनके गुणजों पर पहुँचते हैं तो यह संख्या जिसकी भी गुणज है, उसके आधार पर 'इडली' अथवा 'वड़ा' पुकारा जाता है। यदि गुणज संख्या, चुनी हुई संख्याओं का सार्व गुणज हो तो 'इडली-वड़ा' पुकारा जाता है। नीचे दिए गए प्रत्येक पश्न में, 'इडली' और 'वड़ा' के संगत दो संख्याएँ दी गई हैं। वह पहली संख्या ज्ञात कीजिए जिसके लिए 'इडली-वड़ा' पुकारा जाएगा —

(a) 4 और 6

(b) 7 और 11

(c) 14 और 30

(d) 15 और 55

क्या उत्तर सदैव दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य होता है? समझाइए।

बड़ी संख्याओं के लिए म.स.प. ज्ञात करने की स्थिति के समान ही गुणजों को सूचीबद्ध करके ल.स.प. ज्ञात करने की प्रक्रिया भी कठिन हो सकती है, जैसा कि आपने ऊपर प्रश्न (c) और (d) में देखा होगा। यहाँ भी अभाज्य गुणनखंडन से ल.स.प. ज्ञात करने की प्रक्रिया सरल हो सकती है।

? हम दो संख्याओं का ल.स.प. उनके अभाज्य गुणनखंडों का उपयोग करके कैसे ज्ञात करते हैं?

अभाज्य गुणनखंडन के माध्यम से ल.स.प. ज्ञात करना

हमने देखा है कि किसी संख्या का प्रत्येक गुणनखंड उसके अभाज्य गुणनखंडन के एक उपभाग को लेकर बनता है। हमने इस तथ्य का प्रयोग दो संख्याओं का म.स.प. ज्ञात करने की विधि बनाने के लिए किया है। इसी प्रकार, हम ल.स.प. ज्ञात करने की एक विधि भी बना सकते हैं।

हम किसी संख्या और उसके गुणज के अभाज्य गुणनखंडों की तुलना करके प्रारंभ करते हैं। उदाहरण के लिए, आइए संख्या 36 और उसका गुणज 648 (= 36 × 18) लेते हैं।

Reprint 2026-27

हमें निम्नलिखित अभाज्य गुणनखंडन प्राप्त होते हैं,

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3,$$

$$648 = 36 \times 18 = (2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3)$$

आपने क्या अवलोकन किया? हम देख सकते हैं कि गुणज के अभाज्य गुणनखंडों में उस संख्या के अभाज्य गुणनखंडों के साथ कुछ और अभाज्य गुणनखंड भी निहित हैं। क्या ऐसा प्रत्येक गुणज के साथ होगा?

क्या इसका प्रयोग ल.स.प. ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है?

? **उदाहरण 6**— 14 और 35 का ल.स.प. ज्ञात कीजिए।

अभाज्य गुणनखंडन करने पर,

$$14 = 2 \times 7$$

$$35 = 5 \times 7$$

सार्व गुणजों में प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड एक उपभाग के रूप में होना चाहिए—

2×7 एक उपभाग के रूप में तथा 5×7 एक उपभाग के रूप में।

उदाहरण के लिए,

14 और 35 का एक सार्व गुणज $2 \times 7 \times 5 \times 7 \times 3$ है।

$2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11$ एक अन्य सार्व गुणज है।

? क्या $2 \times 3 \times 5 \times 7$ भी एक सार्व गुणज है?

? 14 और 35 के सभी सार्व गुणजों में से सबसे छोटा कौन-सा है?

यह $2 \times 5 \times 7 = 70$ है, क्योंकि $2 \times 5 \times 7$ में $14 = 2 \times 7$ के साथ-साथ $35 = 5 \times 7$ भी निहित है और $2 \times 5 \times 7$ में से कोई भी संख्या हटाने पर एक ऐसी संख्या प्राप्त होगी जो 14 और 35 का सार्व गुणज नहीं है।

? **उदाहरण 7**— 96 और 360 का ल.स.प. ज्ञात कीजिए।

अभाज्य गुणनखंडन करने पर

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

प्रत्येक सार्व गुणज में 96 और 360 दोनों के अभाज्य गुणनखंड होने चाहिए। लघुत्तम समापवर्त्य के लिए हमें ऐसी सबसे छोटी संख्या की आवश्यकता होगी। आइए, प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड को देखते हुए लघुत्तम समापवर्त्य बनाएँ।

दोनों संख्याओं में आने वाले अभाज्य गुणनखंड 2, 3 और 5 हैं। अब हम यह पता लगाएँगे कि प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड कितनी बार आता है।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

लघुत्तम समापवर्त्य में कितनी बार 2 होने चाहिए?

96 के गुणनखंडन में 2 × 2 × 2 × 2 × 2 (2 की पाँच बार उपस्थिति) है और 360 के गुणनखंडन में 2 × 2 × 2 (2 की तीन बार उपस्थिति) है। 2 की पाँच बार उपस्थिति को ल.स.प. के भाग के रूप में चयन करने पर ये दोनों उपभाग इसमें निहित होंगे।

पाँच से अधिक बार 2 आने पर एक सार्व गुणज प्राप्त होगा; परंतु यह सबसे छोटा नहीं होगा। क्या आप समझ पा रहे हैं कि ऐसा क्यों है?

लघुत्तम समापवर्त्य में कितनी बार 3 होने चाहिए?

96 के गुणनखंडन में 3 (3 की एक बार उपस्थिति) है और 360 के गुणनखंडन में 3 × 3 (3 की दो बार उपस्थिति) आता है। 3 की दो बार उपस्थिति को ल.स.प. के भाग के रूप में चयन करने पर ये दोनों उपभाग सम्मिलित हो जाएँगे।

लघुत्तम समापवर्त्य में कितनी बार 5 होने चाहिए?

96 के गुणनखंडन में कोई 5 नहीं है और 360 के गुणनखंडन में 5 एक बार आता है। अतः हम ल.स.प. के भाग के रूप में 5 के एक बार आने का चयन करते हैं।

अतः 96 और 360 का ल.स.प. , 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5 = 1440 होगा।

दो संख्याओं का ल.स.प. ज्ञात करने के लिए, हम उनके सभी अभाज्य गुणनखंडों की पहचान कर सकते हैं और यह ज्ञात कर सकते हैं कि उनमें से प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड, दोनों संख्याओं में से किसी एक के भी गुणनखंडन में अधिकतम कितनी बार आता है। इस प्रक्रिया का विस्तार दो या अधिक संख्याओं का ल.स.प. ज्ञात करने के लिए भी किया जा सकता है।

पता लगाइए

निम्नलिखित संख्याओं का ल.स.प. ज्ञात कीजिए—

(a) 30, 72 (b) 36, 54

(c) 105, 195, 65 (d) 222, 370

3.3 प्रतिरूप, गुण और एक सुंदर प्रक्रिया!

6 और 18 का म.स.प. 6 है, जो दी गई दो संख्याओं में से एक है।

ऐसे अन्य संख्या युग्म ज्ञात कीजिए जहाँ म.स.प. दो संख्याओं में से एक हो। हम संख्याओं के ऐसे युग्मों को कैसे समझा सकते हैं?

हम देख सकते हैं कि ऐसा तब होता है जब एक संख्या दूसरी संख्या का गुणनखंड होती है। इसका अर्थ यह भी है कि दूसरी संख्या पहली संख्या की गुणज होगी! ऐसा कथन जो किसी प्रतिरूप या गुण का वर्णन करता है और जो सभी संभावित

Reprint 2026-27

स्थितियों में प्रयोग किया जा सकता है, उसे व्यापक कथन कहते हैं। इस प्रक्रिया को **व्यापकीकरण** कहते हैं।

इस प्रकार के व्यापकीकरण को बीजगणित का प्रयोग करके भी समझाया जा सकता है। आइए, देखें कैसे।

यदि n एक संख्या है तो n के किसी भी गुणज को n से गुणा किए गए धनात्मक पूर्णांक के रूप में लिखा जा सकता है। उदाहरण के लिए, यदि हम n और $5n$ ($5 \times n$ का संक्षिप्त रूप) लें तो $5n$, n का एक गुणज है और n, $5n$ का एक गुणनखंड है।

n और $5n$ का म.स.प. $= n$

? इस गुण को संतुष्ट करने वाले संख्या युग्मों के लिए (अर्थात दोनों संख्याओं में से एक संख्या उनका म.स.प. है),

(a) यदि m एक संख्या है तो दूसरी संख्या क्या हो सकती है?

(b) यदि $7k$ एक संख्या है तो दूसरी संख्या क्या हो सकती है?

? पता लगाइए

गणित चर्चा

1. निम्नलिखित संख्या युग्मों के म.स.प. के संबंध में एक व्यापक कथन बनाइए। व्यापक कथन बनाने से पूर्व आप उदाहरणों पर विचार कर सकते हैं। इन कथनों के सत्य होने की संभावित व्याख्याओं पर विचार कीजिए।
   (a) दो क्रमागत सम संख्याएँ
   (b) दो क्रमागत विषम संख्याएँ
   (c) दो सम संख्याएँ
   (d) दो क्रमागत संख्याएँ
   (e) दो सह-अभाज्य संख्याएँ

अपने अवलोकन कक्षा के साथ साझा कीजिए।

2. 3 और 24 का लघुत्तम समापवर्त्य 24 है (यह दी गई दो संख्याओं में से एक है)।
   (a) ऐसे अन्य संख्या युग्म ज्ञात कीजिए जहाँ ल.स.प. दो संख्याओं में से एक हो।
   (b) ऐसी संख्याओं के बारे में एक व्यापक कथन बनाइए। बीजगणित का प्रयोग करके ऐसे संख्या युग्मों को समझाइए।
3. निम्नलिखित संख्या युग्मों के ल.स.प. के बारे में एक व्यापक कथन बनाइए। इन व्यापक कथनों पर विचार करने से पूर्व आप उदाहरणों पर विचार कर सकते हैं। इन कथनों के सत्य होने की संभावित व्याख्याओं पर विचार कीजिए।
   (a) 3 के दो गुणज
   (b) दो क्रमागत सम संख्याएँ

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

(c) दो क्रमागत संख्याएँ

(d) दो सह-अभाज्य संख्याएँ

? यदि दो संख्याओं को दोगुना कर दिया जाए तो उनके म.स.प. में क्या परिवर्तन होगा? कुछ संख्या-युग्म लीजिए और पता लगाइए। क्या आप समझ पा रहे हैं कि म.स.प. भी दोगुना क्यों हो जाएगा?

यदि दोनों संख्याओं को दोगुना कर दिया जाए तो दोनों संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडों में एक अतिरिक्त गुणनखंड के रूप में 2 जुड़ जाएगा। यह '2' सबसे बड़े सार्व उपभाग में एक गुणनखंड के रूप में सम्मिलित हो जाएगा और इस प्रकार म.स.प. दोगुना हो जाएगा। उदाहरण के लिए, संख्याएँ 270 और 50 लीजिए।

$$270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$50 = 2 \times 5 \times 5$$

म.स.प. $= 2 \times 5 = 10$

आइए, इन संख्याओं को दोगुना करके 540 और 100 प्राप्त करें। इनका अभाज्य गुणनखंड

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

म.स.प. $= 2 \times 2 \times 5 = 20$

? 14 के निम्नलिखित दो गुणजों 14×6, 14×9 पर विचार कीजिए। इनका म.स.प. क्या है?

स्पष्ट है कि 14 एक सार्व गुणनखंड है। क्या यह महत्तम सार्व गुणनखंड भी है? आइए, यह जानने के लिए अभाज्य गुणनखंडों की गणना करें—

$$14 \times 6 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 2 \times 3$$
$$14 \times 9 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 3 \times 3$$

म.स.प. $= 14 \times 3 = 42$

? नीचे कुछ और संख्याएँ दी गई हैं जहाँ दोनों संख्याएँ एक ही संख्या की गुणज हैं। उनका म.स.प. ज्ञात कीजिए—

(a) 18×10, 18×15

(b) 10×38, 10×21

(c) 5×13, 5×20

(d) 12×16, 12×20

? पिछले प्रश्न की किन स्थितियों में म.स.प. सार्व गुणक के समान होता है, जैसे कि समस्या (b) में जहाँ म.स.प. 10 है? यह समझने के लिए कि ऐसा कब होता है, इस प्रकार के कुछ और उदाहरण खोजिए।

Reprint 2026-27

© NCERT not to be republished

म.स.प. और ल.स.प. ज्ञात करने की प्रभावी प्रक्रियाएँ

दाईं ओर दी गई प्रक्रिया देखिए। क्या आप बता सकते हैं कि यह कैसे की गई?

2	84, 180
2	42, 90
3	21, 45
	7, 15

यह अभाज्य गुणनखंडन की प्रक्रिया के समान है। प्रत्येक चरण में दो संख्याओं को एक सार्व अभाज्य गुणनखंड से विभाजित किया जाता है और दोनों भागफलों को अग्रिम पंक्ति में लिखा जाता है। यह तब तक जारी रहता है जब तक हमें दो ऐसी संख्याएँ न मिल जाएँ जिनका कोई सार्व अभाज्य गुणनखंड ना हो।

? हम इसका प्रयोग 84 और 180 का म.स.प. ज्ञात करने के लिए कैसे करेंगे? पता लगाइए।

[**संकेत**— ध्यान दीजिए कि $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ और $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 15$ अभाज्य गुणनखंडन के समान ही हैं]

? निम्नलिखित स्थितियों में म.स.प. ज्ञात कीजिए।

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

म.स.प. $= 2 \times 5 \times 5 \times 3$

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
	9, 11

म.स.प. $= 2 \times 5 \times 7$

इस प्रक्रिया से न केवल म.स.प. प्राप्त होता है, अपितु ल.स.प. भी मिलता है! क्या आप समझ सकते हैं कैसे?

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

ल.स.प. $= 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 2 \times 1$

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
3	9, 11
	3, 11

ल.स.प. $= 2 \times 5 \times 7 \times 3 \times 3 \times 11$

? ये ल.स.प. क्यों है?

[**संकेत**— क्या 300 और 150 के ल.स.प. से चिह्नित गुणनखंडों के गुणनफल में 300 और 150 दोनों के अभाज्य गुणनखंडन सम्मिलित होंगे? क्या यह ऐसी सबसे छोटी संख्या है?]

गुणा कहता है, "मुझे म.स.प. या ल.स.प. ज्ञात करने के लिए गुणनखंडन की एक अपेक्षाकृत कुशल विधि मिल गई है। यह कक्षा में सिखाई गई विधि से भी तीव्र है!"

"संख्या 300 और 150 के लिए, मैं पहले दोनों संख्याओं को सीधे 50 से विभाजित कर सकता हूँ।

50	300, 150
3	6, 3
	2, 1

म.स.प. 50×3 होगा।

Reprint 2026-27

© NCERT not to be republished

ल.स.प. 50 × 3 × 2 × 1 होगा"।

अंशु ने बड़े सार्व गुणनखंडों को भी हटाने का प्रयास किया।

"630 और 770 के लिए, मैं पहले दोनों संख्याओं को 10 से भाग दूँगा। अब, मैं उन्हें 7 से विभाजित कर सकता हूँ।

म.स.प. 10 × 7 = 70 होगा।

ल.स.प. 10 × 7 × 9 × 11 = 6930 होगा।"

10	630, 770
7	63, 77
	9, 11

क्या आप देख सकते हैं कि यह प्रक्रिया क्यों कार्य करती है?

हमें एक समय में केवल एक अभाज्य गुणनखंड को ही विभाजित करने तक सीमित रहने की आवश्यकता नहीं है। दोनों संख्याओं को किसी भी ऐसे सार्व गुणनखंड से विभाजित किया जा सकता है जिसे हम पहचान सकें।

? आप इन संख्या युग्मों के लिए इस विधि का प्रयोग कर सकते हैं।

प्रयास कीजिए

(a) 90 और 150 (b) 84 और 132

म.स.प. और ल.स.प. दोनों को सम्मिलित करने वाला गुण

? कौन-सा बड़ा है — दो संख्याओं का ल.स.प. या उनका गुणनफल?

? आप उदाहरणों का उपयोग करके उपरोक्त कथन का विश्लेषण कर सकते हैं। तत्पश्चात तर्क देने या सिद्ध करने का प्रयास कीजिए कि लघुत्तम समापवर्त्य कभी भी संख्याओं के गुणनफल से बड़ा क्यों नहीं होता। [**संकेत**— क्या दोनों संख्याओं का गुणनफल भी उनका एक सार्व गुणज है?]

दो संख्याओं के गुणनफल तथा उनके म.स.प. और ल.स.प. के बीच एक रोचक संबंध है।

? संख्या 105 और 95 पर विचार कीजिए। उनका लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

उन्हें अभाज्य संख्याओं में गुणनखंडन करने पर—

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$95 = 5 \times 19$$

$$\text{ल.स.प.} = 3 \times 5 \times 7 \times 19$$

आइए, गुणनखंड के रूप में संख्याओं के गुणनफल पर विचार करें—

$$105 \times 95 = 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 19$$

क्या ल.स.प. इस गुणनफल का एक गुणनखंड है? यदि हाँ, तो गुणनफल प्राप्त करने के लिए ल.स.प. को किससे गुणा किया जाना चाहिए? हम देख सकते हैं कि —

$$105 \times 95 = \text{ल.स.प.} \times 5$$

? पता लगाइए कि क्या निम्नलिखित स्थितियों में ल.स.प. संख्याओं के गुणनफल का एक गुणनखंड है या नहीं। यदि हाँ, तो पहचान कीजिए कि गुणनफल प्राप्त करने के लिए ल.स.प. को किस संख्या

© NCERT not to be republished

से गुणा करना होगा। क्या आपको कोई प्रतिरूप दिखाई देता है? इन संख्याओं का प्रयोग कीजिए—

(a) 45, 105 (b) 275, 352 (c) 222, 370

? क्या आप देखते हैं कि प्रत्येक स्थिति में गुणनफल प्राप्त करने के लिए जिस संख्या से ल.स.प. को गुणा किया जाता है, वह वास्तव में म.स.प. है?

इस प्रकार, हमारे अवलोकन निम्नलिखित सुझाव या निष्कर्ष देते हैं—

म.स.प. × ल.स.प. = संख्याओं का गुणनफल

प्रयास कीजिए

? ऐसा क्यों होता है? क्या आप इसकी कोई व्याख्या या प्रमाण दे सकते हैं?

[**संकेत**— दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडनों पर विचार कीजिए। उनके अभाज्य गुणनखंडों में से कुछ दोनों गुणनखंडनों में सर्वनिष्ठ हैं और शेष केवल एक में ही आते हैं। यह भी देखिए कि म.स.प. और ल.स.प. के बीच सार्व अभाज्य गुणनखंड और जो सार्व अभाज्य गुणनखंड नहीं है, वे कैसे वितरित होते हैं। गुणनफल में अवलोकन कीजिए कि ये दोनों प्रकार के अभाज्य गुणनखंड कैसे विद्यमान हैं। उनकी तुलना कीजिए।]

? पता लगाइए कि क्या यह गुण तब भी प्रयोग में लिया जा सकता है जब 3 संख्याओं पर विचार किया जाता है।

प्रयास कीजिए

? पता लगाइए

1. नीचे दी गई दो पंक्तियों में रंगों को दोहराया गया है। नीले तारे अगली बार कब मिलेंगे?

2. (a) क्या 5 × 7 × 7 × 11 × 2 का गुणज 5 × 7 × 11 × 11 है?
   (b) क्या 5 × 7 × 7 × 11 × 2 का एक गुणनखंड 5 × 7 × 11 × 11 है?
3. निम्नलिखित का म.स.प. और ल.स.प. ज्ञात कीजिए (अपने उत्तर अभाज्य गुणनखंडनों के रूप में दीजिए) —
   (a) 3 × 3 × 5 × 7 × 7 और 12 × 7 × 11
   (b) 45 और 36
4. दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका म.स.प. 1 और ल.स.प. 66 है।
5. एक चरवाहा अपनी सभी गायों को खेतों में चराने ले गया। गायें तीन द्वारों वाले एक मोड़ पर पहुँचीं। प्रत्येक द्वार से बराबर संख्या में गायें निकलीं। इसके पश्चात गायें पाँच द्वारों वाले एक और मोड़ पर पहुँची। यहाँ भी प्रत्येक द्वार से बराबर संख्या में गायें निकलीं। यही बात सात द्वारों वाले तीसरे मोड़ पर भी हुई। यदि चरवाहे के पास 200 से कम गायें थीं तो उसके पास कुल कितनी गायें थीं? (कर्नाटक की लोककथाओं के गणित पर आधारित।)

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

6. एक डिब्बे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12 cm, 18 cm और 36 cm है। निम्नलिखित में से किस आकार के घनों को इस डिब्बे में इस प्रकार पैक किया जा सकता है कि कोई स्थान ना छूटे?
   (a) 9 cm (b) 6 cm
   (c) 4 cm (d) 3 cm
   (e) 2 cm
7. नीचे दी गई संख्याओं में से वह सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है जो 306 और 36 दोनों को पूर्णतः विभाजित करती है?
   (a) 36 (b) 612
   (c) 18 (d) 3
   (e) 2 (f) 360
8. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 3, 4, 5 और 7 से विभाज्य हो, परंतु जिसे 11 से विभाजित करने पर शेषफल 10 प्राप्त हो। प्रयास कीजिए
9. बच्चे 'पहाड़ में आग' नामक खेल रहे हैं। जब संख्या 6 पुकारी गई तो कोई भी बाहर नहीं हुआ। जब संख्या 9 पुकारी गई तो कोई भी बाहर नहीं हुआ। किंतु जब संख्या 10 पुकारी गई तो कुछ लोग बाहर गए। प्रारंभ में कितने बच्चे खेल रहे होंगे?
   (a) 72 (b) 90
   (c) 45 (d) 3
   (e) 36 (f) इनमें से कोई नहीं
10. सही कथन पर चिह्न लगाइए। दो भिन्न अभाज्य संख्याओं (m, n) का ल.स.प. हो सकता है —
   (a) दोनों संख्याओं से कम (b) दो संख्याओं के बीच में
   (c) दोनों संख्याओं से बड़ा (d) $m \times n$ से कम
   (e) $m \times n$ से अधिक
11. एक कुत्ता एक खरगोश का पीछा कर रहा है जो 150 ft आगे है। जब खरगोश 7 ft आगे कूदता है तो कुत्ता 9 ft आगे कूदता है। कितनी छलाँगों में कुत्ता खरगोश को पकड़ लेता है? प्रयास कीजिए
12. वह सबसे छोटी संख्या कौन-सी है जो 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 का गुणज है? क्या आपको कक्षा 6 के अध्याय 5 का उत्तर स्मरण है?
13. यहाँ प्राचीन भारतीय गणितज्ञ महावीराचार्य (850 सामान्य संवत) द्वारा प्रस्तुत की गई एक समस्या दी गई है। $\frac{8}{15}, \frac{1}{20}, \frac{7}{36}, \frac{11}{63}$ और $\frac{1}{21}$ को जोड़िए। गणित चर्चा

   आपको क्या प्राप्त हुआ? हम इस योग को कुशलतापूर्वक कैसे ज्ञात कर सकते हैं?

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

सारांश

- गत वर्ष, हमने सार्व गुणजों और सार्व गुणनखंडों का अध्ययन किया था तथा अभाज्य संख्याओं के अद्भुत जगत से भी परिचित हुए थे।
- इस अध्याय में हमने संख्या का अभाज्य गुणनखंडन ज्ञात करने की एक विधि सीखी।
- किसी संख्या के अभाज्य गुणनखंडन से उसके सभी गुणनखंड ज्ञात करना सरल है, परंतु यहाँ कठिन कार्य है — हर संभव उप-भाग की सूची बनाना!
- **महत्तम समापवर्तक (म.स.प.)** दी गई संख्याओं के समूह के सभी सार्व गुणनखंडों में सबसे बड़ा होता है।
  - संख्या के अभाज्य गुणनखंडन में प्रत्येक सार्व गुणनखंड निहित होता है।
  - म.स.प. ज्ञात करने के लिए हम सभी संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडन में से प्रत्येक अभाज्य संख्या की न्यूनतम उपस्थिति को सम्मिलित करते हैं।
- **लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.प.)** दी गई संख्याओं के समूह के सभी सार्व गुणजों में सबसे छोटा होता है।
  - प्रत्येक सार्व गुणज में संख्याओं का अभाज्य गुणनखंडन निहित होता है।
  - ल.स.प. ज्ञात करने के लिए हम सभी संख्याओं के अभाज्य गुणनखंडों में से प्रत्येक अभाज्य संख्या की अधिकतम उपस्थिति को सम्मिलित करते हैं।
- हमने म.स.प. और ल.स.प. के संबंध में और अधिक जानकारी प्राप्त की; हमने संख्याओं के क्रमागत, सम, सह-अभाज्य इत्यादि होने पर उनसे संबंधित गुणों और प्रतिरूपों की खोज की।
- हमने म.स.प. और ल.स.प. दोनों एक साथ ज्ञात करने की विधि सीखी! हमने यह भी देखा कि इसे अधिक शीघ्रता से कैसे किया जाए!
- हमने कुछ ऐसे शब्द सीखे जो गणित की चर्चा करते समय प्रयोग किए जाते हैं, जैसे — '**अनुमान**' और '**व्यापकीकरण**'।

© NCERT not to be republished

अब तक मिली सबसे बड़ी अभाज्य संख्या में 40,10,24,320 अंक हैं! इसकी खोज 12 अक्तूबर 2024 को हुई थी।

Reprint 2026-27

पहेली का समय!

रहस्यमय रंग!

आपने प्रत्येक पृष्ठ पर पृष्ठ संख्या के चारों ओर बने इन विभिन्न वृत्ताकार अभिकल्पों (डिजाइनों) पर ध्यान दिया होगा और आप आश्चर्याचकित हुए होंगे!

नीचे दिए गए चित्र में 1 से 100 तक की संख्याओं के सभी अभिकल्प दर्शाए गए हैं।

प्रत्येक संख्या के लिए रंग योजना को समझने का प्रयास कीजिए।

यहाँ कई रोचक प्रतिरूप दिए गए हैं।

अपने अवलोकनों को अपने सहपाठियों के साथ साझा कीजिए।

इस योजना का विस्तार करते हुए, पृष्ठ संख्या 101—110 में रंग भरिए।

© NCERT not to be republished