

दशमलव से परे एक और दृष्टि



4.1 दशमलव का संक्षिप्त पुनरावलोकन

स्मरण कीजिए कि दशमलव भिन्नों ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ और इसी प्रकार) और उनके योग को प्रदर्शित करने के लिए दशमलव, भारतीय स्थानीय मान पद्धति का सहज विस्तार है।

उदाहरणार्थ, 27.53 एक ऐसी राशि को व्यक्त करता है जिसमें निम्नलिखित सम्मिलित है—

- 2 दहाई (दस)
- 7 इकाई (एक)
- 5 दशांश (दसवाँ)
- 3 शतांश (सौवाँ)

हम पहले ही भिन्नों का गुणा और भाग करना सीख चुके हैं। इस अध्याय में हम सीखेंगे कि दशमलव के साथ ये संक्रियाएँ कैसे करें। आप देखेंगे कि दशमलव संख्याओं का गुणा और भाग करने की प्रक्रियाएँ गणन संख्याओं को गुणा और भाग करने की प्रक्रियाओं का सहज विस्तार हैं।

? जोनाली और पल्लबी एक खेल खेलती हैं। जोनाली एक भिन्न बताती है और पल्लबी उसके समतुल्य दशमलव बताती है। पल्लबी का उत्तर रिक्त स्थानों में लिखिए।

जोनाली मसाले खरीदने बाजार जाती है। वह 50 g दालचीनी, 100 g जीरा, 25 g इलायची और 250 g काली मिर्च क्रय करती है। प्रत्येक मात्रा को किलोग्राम में भिन्न के साथ-साथ दशमलव में भी लिखकर व्यक्त कीजिए।

जोनाली ने जो भिन्न पल्लबी को बताए, उनके हर 10, 100, 1000 और इसी प्रकार के हैं।

भिन्न	दशमलव
$\frac{3}{10}$	0.3
$\frac{4}{100}$	
$\frac{67}{1000}$	
$\frac{457}{100}$	
$\frac{71}{100}$	
$\frac{43}{100}$	
$\frac{9}{100}$	

निम्नलिखित भिन्नो को भिन्नो के योग के रूप में और दशमलव के रूप में भी लिखिए—

भिन्न	अंश का विस्तार करना	1 दशांश, 1 शतांश, एक-हजारवें ... का योग	दशमलव
$\frac{254}{1000}$	$\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}$ $= \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}$	$0.2 + 0.05 + 0.004$	0.254
$\frac{847}{10000}$			
$\frac{173}{100}$			
$\frac{23}{1000}$			

- ❓ क्या आप किसी भी संख्या को, 1 के बाद शून्य अर्थात् 10, 100, 1000 आदि के रूप वाली किसी संख्या से भाग देने का कोई सरल नियम दे सकते हैं? उदाहरण के लिए $\frac{123}{10}$, $\frac{24}{100}$ या $\frac{678}{1000}$ संख्याओं के लिए पिछली समस्याओं में एक प्रतिरूप ढूँढ़िए।

ऐसा ही एक नियम यहाँ है। आइए, उदाहरण $123 \div 10$ पर विचार करते हैं।

चरण 1— भाज्य को वैसा ही लिखें जैसा वह है और अंत में दशमलव बिंदु लगाइए (123.)।

चरण 2— भाजक में शून्यों की संख्या गिनिए।

10 → 1 शून्य

चरण 3— चरण 1 के दशमलव बिंदु को चरण 2 की गिनती के बराबर स्थानों से बाईं ओर ले जाइए। यदि आवश्यक हो तो आगे शून्य जोड़िए।

12.3



उदाहरण

$24 \div 100 = 0.24$	$678 \div 1000 = 0.678$
$12 \div 1000 = 0.012$	$12345 \div 1000 = 12.345$

4.2 दशमलव का गुणन

उदाहरण 1 — अरशद एक स्टेशनरी की दुकान पर जाता है और 5 पेन क्रय करता है। यदि एक पेन का मूल्य ₹ 9.5 (9 रुपये और 50 पैसे) है तो उसे दुकानदार को कितने रुपये देना चाहिए?

हमें यहाँ कौन-सी संक्रिया का प्रयोग करना चाहिए?

हमें 9.5 को 5 से गुणा करना है, जो कि 9.5 को 5 बार जोड़ने के समान है।

अर्थात् $9.5 \times 5 = 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 = 47.5$

हम संख्याओं को भिन्नों में बदलकर सीधे गुणा भी कर सकते हैं।

9.5 का भिन्न रूप $\frac{95}{10}$ है और 5 भिन्न के रूप में $\frac{5}{1}$ है।

5 पेन का मूल्य $= \frac{5}{1} \times \frac{95}{10}$

स्मरण कीजिए, दो भिन्नों का गुणनफल ज्ञात करने के लिए हम अंशों को गुणा करते हैं और हरों को गुणा करते हैं।

$$\begin{aligned} \frac{5}{1} \times \frac{95}{10} &= \frac{5 \times 95}{1 \times 10} \\ &= \frac{475}{10} \\ &= 47.5 \end{aligned}$$

इस प्रकार 5 पेन का मूल्य ₹ 47.5 है।

उदाहरण 2 — एक कार प्रति लीटर पेट्रोल में 12.5 km चलती है। 7.5 लीटर पेट्रोल से तय की गई दूरी कितनी है?

हमें 12.5 को 7.5 से गुणा करना है।

तय की गई दूरी $= 12.5 \times 7.5$

$$= \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{125 \times 75}{10 \times 10} = \frac{9375}{100} = 93.75$$

तय की गई दूरी 93.75 km है।



- ❓ क्या दो दशमलवों का गुणनफल एक प्राकृत संख्या हो सकती है?
- ❓ क्या दशमलव और प्राकृत संख्या का गुणनफल प्राकृत संख्या हो सकती है?

उदाहरण 3 — अजय के विद्यालय और उसके घर के बीच की दूरी 827 m है। वह सप्ताह में 6 दिन सुबह विद्यालय पैदल जाता है और शाम को घर वापस भी पैदल आता है। वह एक सप्ताह में कितना पैदल चलता है? उत्तर किलोमीटर में बताइए।

विद्यालय से घर या घर से विद्यालय, प्रत्येक चाल में अजय 827 m अर्थात् 0.827 km चलता है।

तो एक दिन में वह चलता है—

$$0.827 \times 2 = \frac{827}{1000} \times 2 = \frac{827 \times 2}{1000} = \frac{1654}{1000} = 1.654$$

वह सप्ताह में 6 दिन विद्यालय जाता है, अतः एक सप्ताह में वह पैदल चलता है—

$$1.654 \times 6 = \frac{1654}{1000} \times 6 = \frac{1654 \times 6}{1000} = \frac{9924}{1000} = 9.924$$

अजय एक सप्ताह में 9.924 km पैदल चलता है।

- ❓ **उदाहरण 4** — दिए गए आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

आयत का क्षेत्रफल =

$$5.7 \times 13.3 = \frac{57}{10} \times \frac{133}{10} = \frac{7581}{100} = 75.81$$

क्षेत्रफल 75.81 वर्ग सेंटीमीटर है।



- ❓ गुणक, गुण्य और गुणनफल में दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या का अवलोकन कीजिए। हर में शून्यों की संख्या पर भी ध्यान दीजिए।

उदाहरण	दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या		
	गुणक	गुण्य	गुणनफल
9.5×5 $= \frac{95 \times 5}{10} = \frac{475}{10} = 47.5$	1	0	1
12.5×7.5 $= \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{9375}{100} = 93.75$	1	1	2

1.64×6 $= \frac{164}{100} \times 6 = \frac{984}{100} = 9.84$	2	0	2
5.7×13.35 $= \frac{57}{10} \times \frac{1335}{100}$ $= \frac{57 \times 1335}{10 \times 100} = \frac{76095}{1000}$ $= 76.095$	1	2	3

- ❓ मान लीजिए हम जानते हैं कि $596 \times 248 = 147808$ है तो क्या आप तुरंत 5.96×24.8 का गुणनफल लिख सकते हैं?



- ❓ उपरोक्त उदाहरणों को देखकर क्या आप दो दशमलवों को गुणा करने का नियम बना सकते हैं?

दशमलवों का गुणन उनके संगत भिन्नो के गुणन के समान ही होता है। भिन्नो का गुणन करते समय हम क्रमशः अंशों और हरों को गुणा करते हैं।

अंशों का गुणनफल = दशमलव बिंदुओं को हटाकर संख्याओं का गुणनफल

चूँकि दोनों हर 1, 10, 100, 1000... के रूप के हैं, अतः हरों का गुणनफल भी 1 के बाद शून्यों वाले रूप का होगा। गुणनफल में शून्यों की संख्या, प्रत्येक हर में शून्यों की संख्या का योग होती है।

गुणनफल में दशमलव बिंदु को हर में शून्यों की कुल संख्या के आधार पर रखा जाता है।

इस प्रकार, दो दशमलवों को गुणा करने के लिए हम दशमलव बिंदु को हटाकर प्राप्त दो संख्याओं को गुणा कर सकते हैं और फिर दशमलव बिंदु को उचित स्थान पर रख सकते हैं, जैसा कि नीचे दर्शाया गया है।

5.96×24.8 का मान ज्ञात करने के लिए—

$$596 \times 248 = 147808$$

$$\begin{array}{rcccl}
 \underbrace{5.96}_{2 \text{ दशमलव}} \times \underbrace{24.8}_{1 \text{ दशमलव}} & = & \underbrace{147.808}_{3 \text{ दशमलव}} \\
 \text{स्थान} & & \text{स्थान} & & \text{स्थान} \\
 \hline
 2 + 1 = 3 \text{ दशमलव स्थान}
 \end{array}$$

- उदाहरण 5** — आइए, उपरोक्त नियम का प्रयोग करके 5.8 और 1.24 का गुणनफल ज्ञात करें।
सर्वप्रथम 58 और 124 को गुणा कीजिए।
गुणनफल 7192 है।

गुणक और गुण्य में दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या का योग 3 है। अतः गुणनफल 7.192 है।

दशमलव बिंदु
के बाद 1 अंक

दशमलव बिंदु
के बाद 2 अंक

$$5.8 \times 1.24$$

गुणक और गुण्य को भिन्नो में परिवर्तित करके इसकी पुष्टि कीजिए।

क्या गुणनफल सदैव गुणा की गई संख्याओं से अधिक होता है?

दो भिन्नो के गुणन को स्मरण कीजिए। गुणन संख्याओं के विपरीत, जब दो भिन्नो को गुणा किया जाता है तो गुणनफल सदैव दोनों संख्याओं से बड़ा या बराबर नहीं होता है। आइए, दो दशमलवों के गुणन की जाँच करें।

$$2.25 \times 8 = 18$$

उपरोक्त गुणन में गुणनफल (18), 2.25 और 8 से बड़ा है।

किंतु $0.25 \times 8 = 2$ में, गुणनफल (2), 0.25 से अधिक किंतु 8 से कम है।

$0.25 \times 0.8 = 0.2$ में, गुणनफल (0.2), 0.25 और 0.8 दोनों से कम है।

- ?** दो दशमलवों का गुणनफल दोनों संख्याओं से बड़ा कब होता है? यह दोनों संख्याओं से कम कब होता है?

चूँकि दशमलव, भिन्नो का निरूपण मात्र होते हैं, अतः गुणा की गई दशमलव संख्याओं और उनके गुणनफल के बीच का संबंध भिन्नो के समान ही होता है।

स्थिति	गुणन	संबंध
स्थिति 1	दोनों संख्याएँ 1 से बड़ी हैं। (उदाहरण के लिए, 3.4×6.5)	गुणनफल (22.1) दोनों संख्याओं से बड़ा है।
स्थिति 2	दोनों संख्याएँ 0 और 1 के बीच हैं। (उदाहरण के लिए, 0.75×0.4)	गुणनफल (0.3) दोनों संख्याओं से कम है।
स्थिति 3	एक संख्या 0 और 1 के बीच है और दूसरी संख्या 1 से बड़ी है। (उदाहरण के लिए, 0.75×5)	गुणनफल (3.75) 1 से बड़ी संख्या से कम है और 0 तथा 1 के बीच की संख्या से अधिक है।

? पता लगाइए

- स्मरण कीजिए कि दसवाँ भाग (दशांश) 0.1 होता है, सौवाँ भाग (शतांश) 0.01 होता है और इसी प्रकार आगे भी। निम्नलिखित गुणनफलों को दसवें भाग, सौवें भाग इत्यादि में ज्ञात कीजिए।
 - 6×4 दशांश = 24 दशांश
 - 7×0.3
 - 9×5 शतांश
- गुणनफल ज्ञात कीजिए—
 - 27.34×6
 - 4.23×3.7
 - 0.432×0.23
- तेजस को एक कमीज के लिए 1.65 m कपड़े की आवश्यकता है। उसे 3 कमीजों के लिए कितने मीटर कपड़े की आवश्यकता होगी?
- मीनू ने 4 अभ्यास पुस्तिकाएँ और 3 मार्जक (इरेजर) क्रय किए। प्रत्येक अभ्यास पुस्तिका का मूल्य ₹15.50 और प्रत्येक मार्जक का मूल्य ₹2.75 था। उसने कुल कितना व्यय किया?
- एक रुपये के सिक्के की मोटाई 1.45 mm है। एक रुपये के 36 सिक्कों को एक के ऊपर एक रखकर बनाए गए बेलन के आकार की कुल ऊँचाई कितनी होगी? उत्तर सेंटीमीटर में लिखिए।
- 1 kg संतरे का मूल्य ₹56.50 है। 2.250 kg संतरे का मूल्य क्या होगा? क्या हम 56.50 को 56.5 और 2.250 को 2.25 लिखकर गुणा कर सकते हैं? क्या हमें समान गुणनफल प्राप्त होगा? क्यों?
- द्वारकानाथ ₹23.6 प्रति अभ्यास पुस्तिका के थोक मूल्य पर अभ्यास पुस्तिकाएँ क्रय करता है और प्रत्येक अभ्यास पुस्तिका ₹30 में विक्रय करता है। यदि वह एक सप्ताह में 50 अभ्यास पुस्तिकाएँ विक्रय करता है तो उसे कितना लाभ होगा?
- दिया गया है कि $18 \times 12 = 216$, निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात कीजिए—

(a) 1.8×1.2	(b) 18×0.12
(c) 1.8×1.2	(d) 0.18×0.12
(e) 0.018×0.012	(f) 1.8×12

 उपरोक्त में से किस स्थिति में गुणनफल 1 से कम है?
- निम्नलिखित में से किस गुणन का गुणनफल 1 से कम है? क्या आप बिना गुणन किए उत्तर ज्ञात कर सकते हैं?

(a) 7×0.6	(b) 0.7×0.6
(c) 0.7×6	(d) 0.07×0.06



10. निम्नलिखित संख्याओं को 10, 100 और 1000 से गुणा करके तालिका को पूरा कीजिए—

	$\times 10$	$\times 100$	$\times 1000$
5.7			
23.02			
0.92			
0.306			
24.67			

4.3 दशमलव विभाजन

- उदाहरण 6**— अनुजा के पास 3.9 m लंबा एक रिबन है और वह उसे बराबर टुकड़ों में काटना चाहती है। प्रत्येक टुकड़े की लंबाई दशमलव में कितनी है?

चूँकि कुल 10 टुकड़े हैं अतः हम 3.9 को 10 से विभाजित करके प्रत्येक टुकड़े की लंबाई ज्ञात कर सकते हैं।

अतः $3.9 \div 10$ क्या है?

आइए, 3.9 को भिन्न में बदलें, $3.9 = \frac{39}{10}$ है।

अतः $3.9 \div 10$ ठीक वही है जो $\frac{39}{10}$ को 10 से भाग देने पर प्राप्त होता है।

स्मरण कीजिए कि किसी भिन्न को भाजक से विभाजित करना, भिन्न को भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करने के समान है। 10 का व्युत्क्रम $\frac{1}{10}$ है।

$$\text{अतः } \frac{39}{10} \div 10 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{39}{100} = 0.39$$

इस प्रकार रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लंबाई 0.39 मीटर है।

- ?** यदि रिबन को 100 बराबर टुकड़ों में काटा जाए तो प्रत्येक टुकड़े की लंबाई क्या होगी?

$$3.9 \div 100 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{39}{1000} = 0.039$$

जब रिबन को 100 बराबर टुकड़ों में काटा जाता है तो प्रत्येक टुकड़े की लंबाई 0.039 m है।



? 0.039 मीटर, सेंटीमीटर और मिलीमीटर में कितना होता है?

इन विभाजनों को देखकर हम दशमलव को 1, 10, 100, 1000 आदि से विभाजित करने का एक सरल नियम बना सकते हैं।

जब हम दशमलव को 1, 10, 100, 1000 इत्यादि से विभाजित करते हैं तो हम दशमलव बिंदु को बाईं ओर उतने ही स्थानों तक खिसका सकते हैं जितने भाजक में शून्य हैं!

दशमलव	$\div 10$	$\div 100$	$\div 1000$	$\div 10000$
18.7	1.87	0.187	0.0187	0.00187
21.1				
0.13				
		2.146		
				0.0058

? **उदाहरण 7**— नीनू के पास 29 मीटर लाल रिबन है और वह इसे अनु के साथ बराबर बाँटना चाहती है। उन दोनों को कितने मीटर लंबा रिबन मिलेगा?

चूँकि रिबन को दो बराबर भागों में विभाजित करना है, अतः प्रत्येक लड़की को $29 \div 2$ मीटर लंबा टुकड़ा मिलेगा।

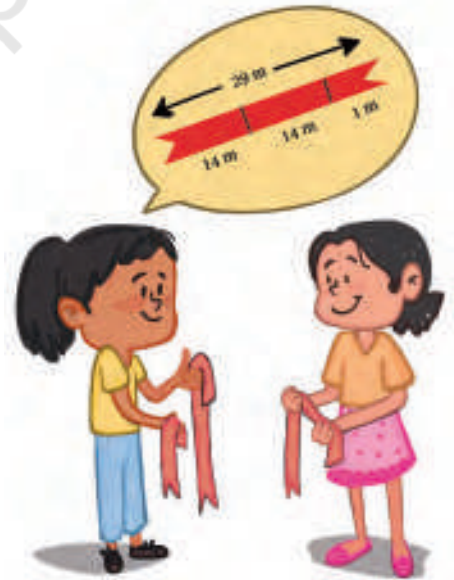
यदि उनमें से प्रत्येक को 14 m मिले तो 1 m शेष बचता है। यदि हम 1 m को दोनों में बाँट दें तो प्रत्येक को $\frac{1}{2}$ m मिलेगा।

? हम $\frac{1}{2}$ को दशमलव में कैसे परिवर्तित करते हैं?

यदि हर में 1, 10, 100, 1000 आदि हैं तो किसी भिन्न को दशमलव में व्यक्त करना सरल है।

अतः क्या हम $\frac{1}{2}$ के तुल्य ऐसी भिन्न प्राप्त कर सकते हैं जिसका हर इसी प्रकार का हो?

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \text{ (अंश और हर को 5 से गुणा करने पर)}।$$



हम जानते हैं कि भिन्न $\frac{5}{10}$ को दशमलव रूप 0.5 में दर्शाया जा सकता है।

अतः प्रत्येक लड़की को 14 m और अतिरिक्त 0.5 m रिबन मिलेगा।

इस प्रकार प्रत्येक लड़की को मिलने वाले रिबन की लंबाई $14 + 0.5 = 14.5$ m होगी।

? अब, क्या होगा यदि रिबन को 2 के स्थान पर 4 मित्रों के बीच बाँटा जाए?

प्रत्येक को $29 \div 4$ m अर्थात् $\frac{29}{4}$ m रिबन मिलेगा।

अब भिन्न का हर 4 है। एक भिन्न को दशमलव में परिवर्तित करने के लिए हर का 1, 10, 100, 1000 आदि के रूप में होना सहायक होता है। क्या हम $\frac{29}{4}$ के समतुल्य ऐसे हर वाली भिन्न प्राप्त कर सकते हैं?

क्या 4, 10 का गुणनखंड है? नहीं। क्या यह 100 का गुणनखंड है? हाँ, $4 \times 25 = 100$ है।
अतः हम अंश और हर में 25 से गुणा करके $\frac{29}{4}$ के तुल्य भिन्न प्राप्त कर सकते हैं।

$$\frac{29 \times 25}{4 \times 25} = \frac{725}{100} = 7.25$$

अतः चारों मित्रों में से प्रत्येक को 7.25 m रिबन मिलेगा।

स्थानीय मान का प्रयोग कर विभाजन

हमने देखा कि दो गणन संख्याओं को विभाजित करके दशमलव भागफल कैसे प्राप्त किया जाता है। हमने पहले भाग को एक भिन्न के रूप में दर्शाया। फिर हमने एक समतुल्य भिन्न ज्ञात की, जिसका हर 1, 10, 100, 1000 इत्यादि के रूप में था। तब इस समतुल्य भिन्न को दशमलव के रूप में दर्शाना सरल हो गया।

आइए, अब दशमलव भागफल की गणना के लिए स्थानीय मान प्रक्रिया का प्रयोग करके विभाजन पर विचार करते हैं।

? मान लीजिए हम भागफल $\frac{10}{3}$ को दशमलव के रूप में लिखना चाहते हैं। क्या हम इस भिन्न को 1, 10, 100, 1000 आदि जैसे हर वाली किसी समतुल्य भिन्न में परिवर्तित कर सकते हैं?

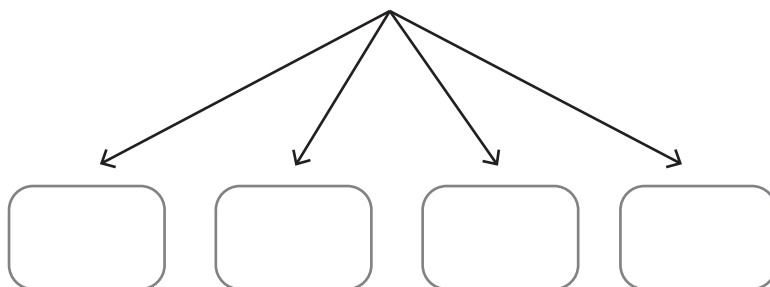
यह संभव नहीं है। अतः हमें किन्हीं दो गणन संख्याओं को विभाजित करने के लिए एक अधिक व्यापक विधि की आवश्यकता है। आइए, देखते हैं कि हम इसके लिए कैसे स्थानीय मान का उपयोग कर विभाजन कर सकते हैं।

आइए, स्थानीय मान का उपयोग करके विभाजन की प्रक्रिया को संक्षेप में दोहराते हैं।

उदाहरण 8 — $1324 \div 4$ का मान ज्ञात कीजिए।

$1324 \div 4 \rightarrow 1324$ को 4 बराबर भागों में बाँटिए।

1 हजार + 3 सैकड़ा + 2 दहाई + 4 इकाई

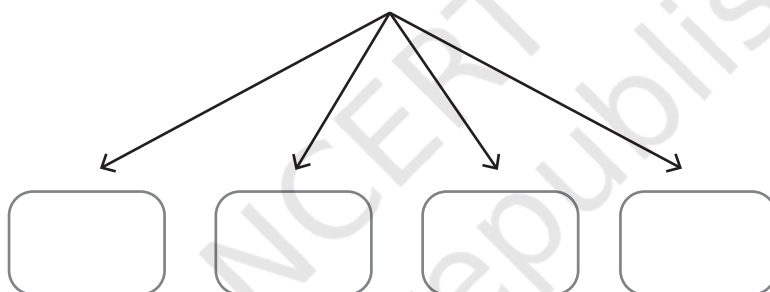


1 हजार $\div 4 \rightarrow$ पुनर्समूहन के बिना संभव नहीं।

1 हजार को 10 सैकड़ों में पुनः समूहित कीजिए।

10 सैकड़ा + 3 सैकड़ा = 13 सैकड़ा

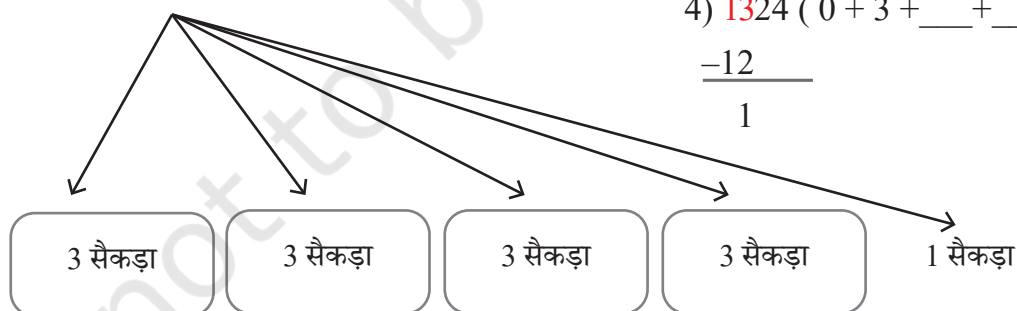
13 सैकड़ा + 2 दहाई + 4 इकाई



13 सैकड़ा $\div 4 \rightarrow$ प्रत्येक भाग को 3 सैकड़ा मिलते हैं और 1 सैकड़ा शेष रहता है।

13 सैकड़ा + 2 दहाई + 4 इकाई

$$\begin{array}{r} \text{ह} \quad \text{सै} \quad \text{द} \quad \text{इ} \\ 4) \text{1324} \quad (0 + 3 + \underline{\quad} + \underline{\quad} \\ \underline{-12} \\ 1 \end{array}$$



1 सैकड़ा को 10 दहाई में पुनः समूहित कीजिए।

10 दहाई + 2 दहाई = 12 दहाई

12 दहाई $\div 4 \rightarrow$ प्रत्येक भाग को 3 दहाई मिलते हैं।

12 दहाई + 4 इकाई

4) 1324 (0 + 3 + 3 + 3 + 1)

	ह	सै	द	इ
4)	1	3	2	4
	0	+	3	+
	3	+	3	+
	3	+	1	
	0			
	-	1	2	
		0		
		-	1	2
			0	
			0	

3 सैकड़ा
3 दहाई

3 सैकड़ा
3 दहाई

3 सैकड़ा
3 दहाई

3 सैकड़ा
3 दहाई

4 इकाई $\div 4 \rightarrow$ प्रत्येक भाग को 1 इकाई मिलती है।

4 इकाई

4) 1324 (0 + 3 + 3 + 3 + 1)

	ह	सै	द	इ
4)	1	3	2	4
	0	+	3	+
	3	+	3	+
	3	+	1	
	0			
	-	1	2	
		0		
		-	1	2
			0	
			0	

3 सैकड़ा
3 दहाई
1 इकाई

3 सैकड़ा
3 दहाई
1 इकाई

3 सैकड़ा
3 दहाई
1 इकाई

3 सैकड़ा
3 दहाई
1 इकाई

अतः $1324 \div 4 = 0$ हजार + 3 सैकड़ा + 3 दहाई + 1 इकाई = 331

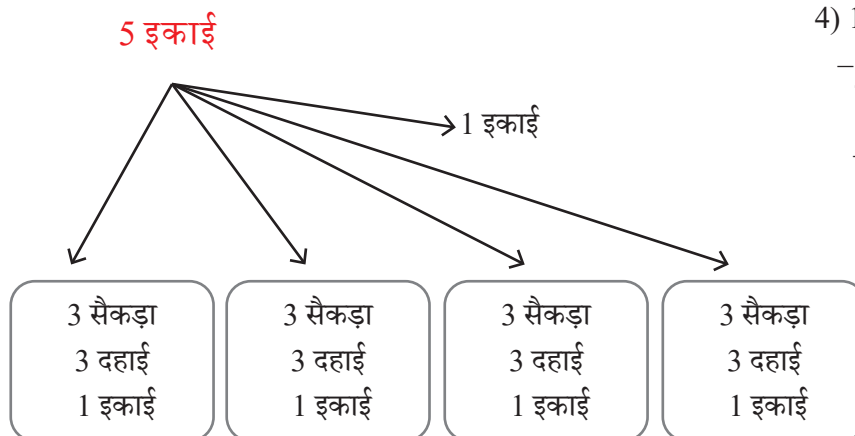
स्थानीय मानों का प्रयोग करके किए गए इस विभाजन को हम 'दीर्घ विभाजन' भी कहते हैं।

दशमलव भागफल से विभाजन

आइए, अब इस दीर्घ विभाजन की समझ का उपयोग करके $1325 \div 4$ का मान ज्ञात करें।

$1325 \div 4 \rightarrow$ 1325 को 4 बराबर भागों में विभाजित कीजिए।

हम पिछले प्रश्न के समान ही चरणों का पालन कर सकते हैं।

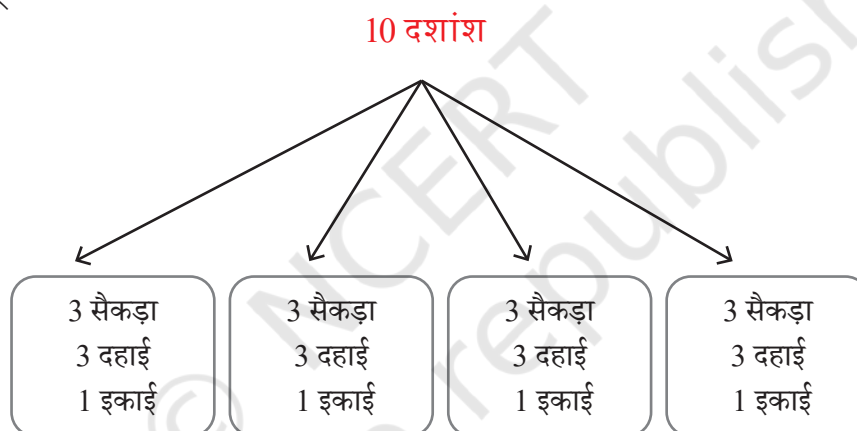


4) 1325 (0 + 3 + 3 + 1)

$$\begin{array}{r} -12 \\ 12 \\ -12 \\ 05 \\ -4 \\ 1 \end{array}$$

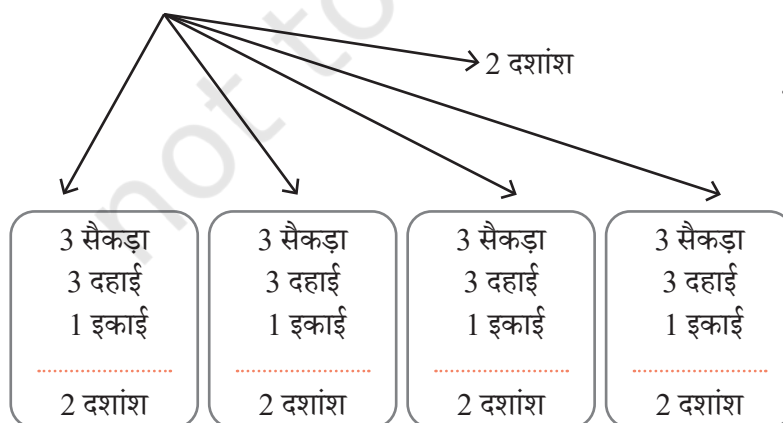
हमारे पास 1 इकाई शेष है।

यह स्पष्ट नहीं है कि 1 इकाई को 4 बराबर भागों में कैसे बाँटा जाए। किंतु हम इसे 10 दशांश में पुनर्समूहित कर सकते हैं।



10 दशांश $\div 4 \rightarrow$ प्रत्येक भाग को 2 दशांश मिलते हैं और 2 दशांश शेष रहते हैं।

10 दशांश

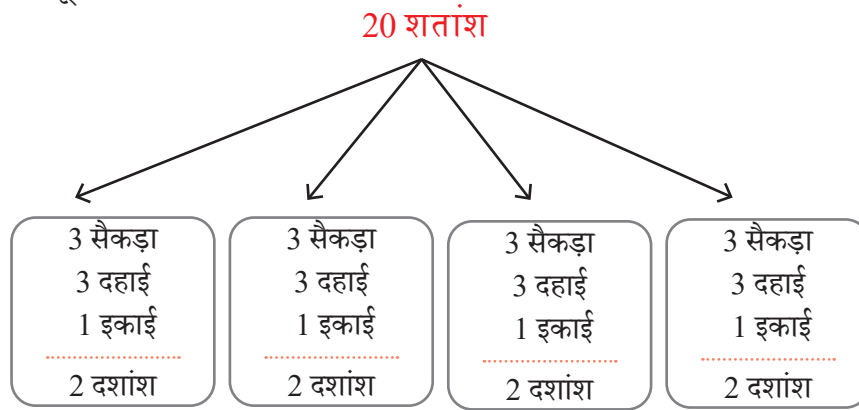


4) 1325 (0 + 3 + 3 + 1 + 2)

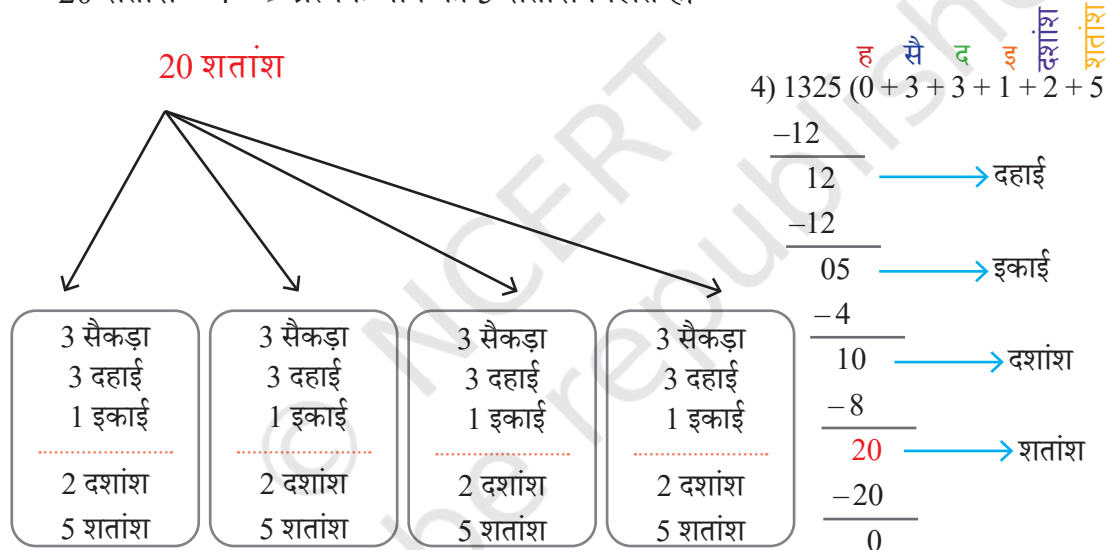
$$\begin{array}{r} -12 \\ 12 \rightarrow \text{दहाई} \\ -12 \\ 05 \rightarrow \text{इकाई} \\ -4 \\ 10 \rightarrow \text{दशांश} \\ -8 \\ 2 \end{array}$$

हमारे पास 2 दशांश शेष हैं।

2 दशांश को 4 बराबर भागों में विभाजित करने के लिए हमें उन्हें 20 सौवें (शतांश) भाग के रूप में पुनः समूहित करना होगा।



20 शतांश $\div 4 \rightarrow$ प्रत्येक भाग को 5 शतांश मिलते हैं।



अतः $1325 \div 4 = 0$ हजार + 3 सैकड़ा + 3 दहाई + 1 इकाई + 2 दशांश + 5 शतांश। हम जानते हैं कि यह 331.25 है। अतः $1325 \div 4 = 331.25$

क्या हम $\frac{1325}{4}$ के समतुल्य भिन्न ज्ञात कर, इसकी पुष्टि कर सकते हैं?

एक समतुल्य भिन्न, जिसका हर 1, 10, 100, 1000 आदि के रूप का हो, उसे प्राप्त करने के लिए हम अंश और हर को 25 से गुणा कर सकते हैं।

$$\frac{1325 \times 25}{4 \times 25} = \frac{33125}{100} = 331.25$$

इस प्रकार स्थानीय मान का प्रयोग कर विभाजन करने की प्रक्रिया को दशमलव मानों वाले भागफल ज्ञात करने के लिए विस्तारित किया जा सकता है। इकाई को दशांश रूप में, दहाई को शतांश के रूप में और इसी प्रकार आगे के स्थानीय मानों को भी पुनर्समूहित किया जा सकता है।

उदाहरण 9— $237 \div 8$ का मान ज्ञात कीजिए।

$237 \div 8 \rightarrow 2$ सैकड़ा + 3 दहाई + 7 इकाई को 8 बराबर भागों में विभाजित कीजिए।

2 सैकड़ा को 8 बराबर भागों में विभाजित करने के लिए हमें उन्हें 20 दहाई के रूप में पुनः समूहित करना होगा।

$$20 \text{ दहाई} + 3 \text{ दहाई} = 23 \text{ दहाई}$$

$$23 \text{ दहाई} \div 8 \rightarrow 2 \text{ दहाई और } 7 \text{ दहाई शेष}$$

7 दहाई को 70 इकाई के रूप में पुनः समूहित कर सकते हैं।

$$70 \text{ इकाई} + 7 \text{ इकाई} = 77 \text{ इकाई}$$

$$77 \text{ इकाई} \div 8 \rightarrow 9 \text{ इकाई और } 5 \text{ इकाई शेष}$$

5 इकाई को 8 बराबर भागों में बाँटने के लिए, हमें उन्हें 50 दशांश के रूप में पुनः समूहित करने की आवश्यकता है।

जब हम इकाई को दशांश में पुनः समूहित करते हैं तो हम भागफल में दशमलव बिंदु लगाते हैं।
 $50 \text{ दशांश} \div 8 \rightarrow 6 \text{ दशांश और } 2 \text{ दशांश शेष}$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 237 (0 \text{ } 2 \text{ } 9 \text{ } . 6} \\ \underline{-16} \rightarrow \text{दहाई} \\ 77 \\ \underline{-72} \rightarrow \text{इकाई} \\ 50 \rightarrow \text{दशांश} \\ \underline{48} \\ 2 \end{array}$$



स्मरण रखिए, जब हम इकाई को दशांश में पुनः समूहित करते हैं तो हम भागफल में दशमलव बिंदु लगाते हैं।

2 दशांश को 8 बराबर भागों में विभाजित नहीं किया जा सकता है। अतः हमें उन्हें 20 शतांश के रूप में पुनः समूहित करना होगा।

$$20 \text{ शतांश} \div 8 \rightarrow 2 \text{ शतांश और } 4 \text{ शतांश शेष}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 237 (0 \text{ } 2 \text{ } 9 \text{ } . 6 \text{ } 2} \\ \underline{-16} \rightarrow \text{दहाई} \\ 77 \\ \underline{-72} \rightarrow \text{इकाई} \\ 50 \rightarrow \text{दशांश} \\ \underline{48} \\ 20 \rightarrow \text{शतांश} \\ \underline{16} \\ 4 \end{array}$$

4 (शतांश) को 8 समान भागों में विभाजित करने के लिए हमें उन्हें 40 सहस्त्रांश (हजारवाँ अंश) में पुनः समूहित करना होगा।

$$40 \text{ सहस्त्रांश} \div 8 \rightarrow 5 \text{ सहस्त्रांश}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{सै} \quad \text{द} \quad \text{श} \quad \text{दशांश} \quad \text{शतांश} \quad \text{सहस्त्रांश} \\
 8) 237 (0 \quad 2 \quad 9 \quad . \quad 6 \quad 2 \quad 5 \\
 \underline{16} \quad \quad \quad \rightarrow \text{दहाई} \\
 77 \\
 \underline{72} \quad \quad \quad \rightarrow \text{इकाई} \\
 50 \quad \quad \quad \rightarrow \text{दशांश} \\
 \underline{48} \\
 20 \quad \quad \quad \rightarrow \text{शतांश} \\
 \underline{16} \\
 40 \quad \quad \quad \rightarrow \text{सहस्त्रांश} \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

$$\text{अतः } 237 \div 8 = 29.625$$

दशमलव भाज्य के साथ विभाजन

उदाहरण 10 — एक विक्रेता के पास 9.5 kg चीनी है और वह इसे 4 थैलों में समान रूप से पैक करना चाहता है। चीनी के प्रत्येक थैले का भार क्या है?

प्रत्येक थैले का भार ज्ञात करने के लिए हमें 9.5 को 4 से विभाजित करना होगा।

$$\begin{array}{r}
 \text{दशांश} \quad \text{शतांश} \quad \text{सहस्त्रांश} \\
 4) 9.5 (2 \quad . \quad 3 \quad 7 \quad 5 \\
 \underline{8} \quad \quad \quad \rightarrow \text{इकाई} \\
 15 \\
 \underline{12} \quad \quad \quad \rightarrow \text{दहाई} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 20 \quad \quad \quad \rightarrow \text{शतांश} \\
 \underline{20} \quad \quad \quad \rightarrow \text{सहस्त्रांश} \\
 0
 \end{array}$$

पुनः हम दशांश को विभाजित करने से पहले भागफल में दशमलव बिंदु लगाते हैं। चीनी के प्रत्येक थैले का भार 2.375 kg है।

उदाहरण 11— $0.06 \div 5$ का मान क्या है?

$$0.06 = 0 \text{ इकाई} + 0 \text{ दशांश} + 6 \text{ शतांश}$$
$$0 \text{ इकाई} \div 5 \rightarrow 0 \text{ इकाई}$$

जब हम इकाई से दशांश की ओर बढ़ते हैं तो हमें भागफल में दशमलव बिंदु लगाने की आवश्यकता होती है।

0 दशांश $\div 5 \rightarrow 0$ दशांश

6 शतांश $\div 5 \rightarrow$ 1 शतांश और 1 शतांश शेष बचता है।

हमें 1 शतांश को 10 सहस्रांश में पुनः समूहित करना होगा।

10 सहस्रांश $\div 5 \rightarrow 2$ सहस्रांश

अतः भागफल 0.012 है।

5) 0.06 (0 . 0 1 2

0 → इकाई

00 → दहाई

00

06 → शतांश

5

10 → सहस्रांश

10

0

❓ पता लगाइए

1. हर को 1, 10, 100 या 1000 में परिवर्तित कर भागफल ज्ञात कीजिए और दीर्घ विभाजन विधि (स्थानीय मान से भाग) द्वारा उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(a) $\frac{18}{5}$

(b) $\frac{415}{4}$

(c) $\frac{1217}{2}$

(d) $\frac{4827}{8}$

2. सही उत्तर का चयन कीजिए—

(a) $\frac{1526}{4} =$

(i) 38.15

(ii) 380.15

(iii) 381.5

(iv) 381.05

(b) $\frac{3567}{8} =$

(i) 4458.75

(ii) 44.5875

(iii) 445.875

(iv) 4458.75

- ### 3. भागफल क्या है?

(a) $132 \div 4 =$

(b) $13.2 \div 4 =$

(c) $1.32 \div 4 =$

(d) $0.132 \div 4 =$

- #### 4. भागफल क्या है?

(a) $126 \div 8 =$

(b) $12.6 \div 8 =$

(c) $1.26 \div 8 =$

(d) $0.126 \div 8 =$

(e) $0.0126 \div 8 =$

स्मरण रखिए,
जब हम इकाई को
दशांश में पुनः समूहित
करते हैं तो हमें
भागफल में दशमलव
बिंदु लगाना
होता है।



दशमलव भाजक के साथ विभाजन

- ? उदाहरण 12**— रवि स्कूटर द्वारा पुणे से माथेरान 2.5 घंटे में पहुँचा। पुणे से माथेरान की दूरी 126 km थी। रवि की औसत चाल क्या थी?

हम तय की गई दूरी को समय से विभाजित करके औसत चाल प्राप्त कर सकते हैं।

जो $126 \div 2.5$ है।

जब भाजक दशमलव होता है तो हम भाजक को भिन्न में बदल देते हैं।

$$26 \div \frac{25}{10} = 126 \times \frac{10}{25} = \frac{1260}{25}$$

दीर्घ विभाजन प्रक्रिया से हम पाते हैं कि भागफल 50.4 है।

अतः रवि की यात्रा की औसत चाल 50.4 km प्रति घंटा थी।

- ? उदाहरण 13**— $4.68 \div 1.3$ का मान ज्ञात कीजिए।

पुनः भाजक को भिन्न में परिवर्तित करने पर हमें प्राप्त होता है

$$4.68 \div \frac{13}{10} = 4.68 \times \frac{10}{13} = \frac{46.8}{13}$$

अब $4.68 \div 0.13$ के संबंध में क्या विचार है?

$$4.68 \div 0.13 = 4.68 \div \frac{13}{100} = 4.68 \times \frac{100}{13} = \frac{468}{13}$$

- ? इन स्थितियों में आप क्या अवलोकन करते हैं?**

जब भाजक दशमलव हो तो हम उसे 10, 100, 1000 इत्यादि में से उचित संख्या से गुणा करके एक गणन संख्या में परिवर्तित कर सकते हैं। हमें भाज्य को भी उसी संख्या से गुणा करना होगा। अतः

$$\frac{4.68}{0.13} = \frac{4.68 \times 100}{0.13 \times 100} = \frac{468}{13}$$

एक बार जब हम भाजक को गणन संख्या में परिवर्तित कर देते हैं तो हम भागफल ज्ञात करने के लिए स्थानीय मान प्रक्रिया का उपयोग करके विभाजन प्रक्रिया में आगे बढ़ सकते हैं।

क्या यह विभाजन कभी समाप्त होगा?

- ? क्या आप $10 \div 3$ की गणना कर सकते हैं? दीर्घ विभाजन विधि से विभाजन का प्रयास कीजिए।**

$10 \rightarrow 1$ दहाई + 0 इकाई

चरण 1— 1 दहाई को 10 इकाई में पुनः समूहित कीजिए। 10 इकाई $\div 3 \rightarrow 3$ इकाई और 1 इकाई शेष।

चरण 2— 1 इकाई को 10 दशांश में पुनः समूहित कीजिए। 10 दशांश $\div 3 \rightarrow 3$ दशांश और 1 दशांश शेष।

चरण 3— 1 दशांश को 10 शतांश के रूप में पुनः समूहित कीजिए। $10 \text{ शतांश} \div 3 \rightarrow 3 \text{ शतांश}$
और 1 शतांश शेष।

चरण 4— 1 शतांश को 10 सहस्रांश (हजारवाँ अंश) के रूप में पुनः समूहित कीजिए।
 $10 \text{ सहस्रांश} \div 3 \rightarrow 3 \text{ सहस्रांश और 1 सहस्रांश शेष।}$ 1 सहस्रांश को
10 अयुतांश (दस हजारवाँ अंश) के रूप में पुनः समूहित कीजिए।

ऐसा लग रहा है कि यह कभी समाप्त नहीं होगा। प्रत्येक बार जब हम 3 से भाग देते हैं तो शेषफल 1 रहता है।

क्या यह प्रक्रिया कभी समाप्त होगी?

दीर्घ विभाजन में हम देखते हैं कि प्रत्येक चरण पर हमें शेषफल 1 प्राप्त होता है!

अतः यह प्रक्रिया कभी समाप्त नहीं होगी।

अतः $10 \div 3$ को दशमलव रूप में सीमित संख्या में अंकों का उपयोग करके नहीं लिखा जा सकता।

$$10 \div 3 = 3.333...$$

ऐसे कई दशमलव विभाजन हैं जहाँ भागफल कभी समाप्त नहीं होता!
हम अग्रिम कक्षाओं में ऐसी संख्याओं का विस्तार से अध्ययन करेंगे।

? क्या आप $10 \div 9$ और $100 \div 11$ का भागफल ज्ञात कर सकते हैं?

अब 1 को 7 से भाग दीजिए ($1 \div 7$)।

क्या ये समाप्त होगा?

जो भी शेषफल प्राप्त होते हैं, उन्हें लिखिए। यह 1 से आरंभ होता है, फिर 3, फिर 2, फिर 6 और इसी प्रकार आगे भी शेषफल प्राप्त होते हैं।
आइए, इसे इस शृंखला के रूप में दर्शाते हैं।

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 5$$

$$5 \leftarrow 4 \leftarrow 6 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \leftarrow 1$$

$$1 \rightarrow 3 \dots$$

आपने क्या अवलोकन किया? क्या आप बता सकते हैं कि यह विभाजन कभी समाप्त क्यों नहीं होता?

ना केवल शेषफल का एक चक्र में दोहराव हो रहा है, अपितु भागफल के अंकों का भी एक चक्र में दोहराव हो रहा है!

$$0.142857 \ 142857 \ 14 \dots$$

जादुई संख्या— 142857

आइए, अब संख्या 142857 पर विचार करें जो कि 1 को 7 से भाग देने पर प्राप्त हुई। 142857 को 1 से 6 तक की संख्याओं से गुणा कीजिए।

$$\begin{array}{r} 3) 10 \ (3.333 \dots \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \end{array}$$

? गुणनफल क्या हैं? क्या आपने ध्यान दिया?

आपको संख्याएँ पुनः प्राप्त होती हैं, परंतु अंकों का क्रम परिवर्तित हो जाता है! 142857 को 7 से गुणा कीजिए। आपने क्या अवलोकन किया?

क्या ऐसी संख्याएँ और भी हैं? हाँ!

? ऐसी एक और संख्या खोजने के लिए आप $1 \div 17$ को दशमलव में ज्ञात कर सकते हैं और अंकों के अवर्ती खंड का उपयोग कर सकते हैं।



क्या ऐसी “चक्रीय” संख्याएँ असंख्य (अपरिमित रूप से अनेक) हैं? अर्थात् क्या हम ऐसी और चक्रीय संख्याएँ खोज सकते हैं या वे अंततः मिलना समाप्त हो जाएँगी? वर्ष 1927 में ऑस्ट्रियाई गणितज्ञ एमिल आर्टिन ने अनुमान लगाया था कि अवश्य ही ऐसी असंख्य संख्याएँ होंगी। यद्यपि लगभग एक शताब्दी के पश्चात आज भी यह अनुमान (conjecture) कई गणितज्ञों द्वारा इस प्रश्न पर बहुत शोध के पश्चात भी अनसुलझा है!

भाज्य, भाजक और भागफल

जब हम दो गणन संख्याओं को विभाजित करते हैं तो भागफल सदैव भाज्य से कम होता है। उदाहरण के लिए $128 \div 4 = 32$ और 32 (भागफल) < 128 (भाज्य)।

किंतु जब हम 128 को 0.4 से विभाजित करते हैं तो क्या होता है?

$$128 \div 0.4 = 320$$

भागफल, भाज्य से अधिक है।

? जब भाजक दशमलव हो तो क्या भागफल सदैव भाज्य से बड़ा होगा? भाजक के विभिन्न मानों के साथ इसकी जाँच कीजिए।



भाज्य, भाजक और भागफल के बीच संबंध को समझाइए। विभिन्न स्थितियों में इस संबंध को दर्शाने के लिए एक तालिका बनाइए, जैसे हमने गुणन के लिए बनाई थी।

? पता लगाइए

1. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में व्यक्त कीजिए—

(a) $\frac{2}{5}$

(b) $\frac{13}{4}$

(c) $\frac{4}{50}$

(d) $\frac{5}{8}$

2. भागफल ज्ञात कीजिए—

(a) $24.86 \div 1.2$

(b) $5.728 \div 1.52$

3. $156 \times 12 = 1872$ परिणाम का प्रयोग कर निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।
 (a) $15.6 \times 1.2 =$ _____ (b) $187.2 \div 1.2 =$ _____
 (c) $18.72 \div 15.6 =$ _____ (d) $0.156 \times 0.12 =$ _____
4. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए—
 (a) $25 \div$ _____ $= 0.025$ (b) $25 \div$ _____ $= 250$
 (c) $25 \div$ _____ $= 2.5$ (d) $25 \div 10 = 25 \times$ _____
 (e) $25 \div 0.10 = 25 \times$ _____ (f) $25 \div 0.01 = 25 \times$ _____
5. भागफल ज्ञात कीजिए—
 (a) $2.46 \div 1.5 =$ _____ (b) $2.46 \div 0.15 =$ _____
 (c) $2.46 \div 0.015 =$ _____
- क्या $24.6 \div 1.5$ में प्राप्त भागफल $2.46 \div 0.15$ में प्राप्त भागफल के समान है?
6. एक 4 m लंबे लकड़ी के गुटके को समान लंबाई के 5 टुकड़ों में काटना है। प्रत्येक टुकड़े की लंबाई क्या है?
7. यदि 12 भुजाओं वाले समबहुभुज का परिमाण 208.8 cm है तो इसकी भुजा की लंबाई क्या है?
8. 3 l तरबूज का रस 8 मित्रों में समान रूप से बाँटा गया है। प्रत्येक को कितना तरबूज का रस मिलेगा? रस की मात्रा मिलीलीटर में लिखिए।
9. एक कार 12.6 l पेट्रोल में 234.45 km की दूरी तय करती है। प्रति लीटर पेट्रोल में तय की गई दूरी कितनी है?
10. 13.5 kg आटा 15 विद्यार्थियों में समान रूप से बाँटा गया। प्रत्येक विद्यार्थी को कितना आटा मिला?

$\frac{1}{2} = 0.5$ $\frac{1}{2 \times 2} = 0.25$ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = 0.125$ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 0.0625$ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = ?$	$\frac{1}{5} = 0.2$ $\frac{1}{5 \times 5} = 0.04$ $\frac{1}{5 \times 5 \times 5} = 0.008$ $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = 0.0016$ $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = ?$
---	---

? आप क्या प्रतिरूप देखते हैं? 2 और 5 इस प्रकार से क्यों संबंधित हैं?



4.4 आगे बढ़ने से पहले देखिए!

क्या आप जानते हैं कि पृथ्वी को सूर्य का एक चक्कर लगाने में 365 दिन नहीं, अपितु 365.2422 दिन लगते हैं? अपनी सुविधा के लिए हम कालदर्शक में 365 दिनों को एक वर्ष मानते हैं। हम यहाँ ग्रेगोरी कालदर्शक की बात कर रहे हैं।

इसका अर्थ यह है कि एक कालदर्शक वर्ष या 365 दिनों के बाद, पृथ्वी को सूर्य की एक परिक्रमा पूरी करने के लिए अभी भी 0.2422 दिन और चाहिए। यह अधिक प्रतीत नहीं होता। किंतु ऐसे 100 कालदर्शक वर्षों के बाद क्या होता है?

अपनी दशमलव गुणन की समझ का उपयोग करते हुए

$$0.2422 \times 100 = 24.22 \text{ दिन}$$

100 कालदर्शक वर्षों के बाद पृथ्वी को सूर्य के चारों ओर अपनी 100वीं परिक्रमा पूरी करने के लिए 24.22 दिन और लगेगे।

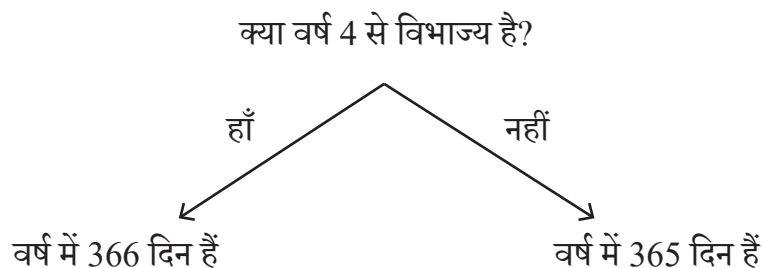
आपने विज्ञान की कक्षाओं में पढ़ा होगा कि पृथ्वी के अक्ष के झुकाव और सूर्य के चारों ओर परिक्रमा के कारण हम ऋतुओं का अनुभव करते हैं। यदि हमारा कालदर्शक सूर्य के चारों ओर पृथ्वी की स्थिति को सटीक रूप से नहीं दर्शाता है तो हमारी ऋतुएँ और हमारा वार्षिक कालदर्शक मेल नहीं खाएँगे!

इस समस्या को दूर करने के लिए अधिवर्ष (लीप ईयर) का विचार लाया गया। प्रत्येक चौथे कालदर्शक वर्ष में एक अतिरिक्त दिन जोड़ा जाता है।



समायोजन





❓ क्या आप जानते हैं कि यह अतिरिक्त दिन किस माह में है?

आइए, देखें कि यह समाधान कैसे कार्य करता है।

वर्ष 1	वर्ष 2	वर्ष 3	वर्ष 4	वर्ष 5	वर्ष 6	वर्ष 7	वर्ष 8	...
365	365	365	366	365	365	365	366	...

उपरोक्त अनुक्रम को देखते हुए 4 कालदर्शक वर्षों के बाद दिनों की संख्या है

$$4 \times 365 + 1 = 1461 \text{ दिन}$$

पृथ्वी को सूर्य के चारों ओर 4 परिक्रमा पूर्ण करने के लिए कितने दिनों की आवश्यकता होती है?

$$4 \times 365.2422 = 1460.9688 \text{ दिन}$$

❓ प्रत्येक चौथे वर्ष एक अतिरिक्त दिन जोड़ने की इस नई योजना के अनुसार 100 कालदर्शक वर्षों में दिनों की संख्या कितनी होगी? क्या आप उस संख्या की गणना के लिए कोई व्यंजक लिख सकते हैं?



इस व्यंजक को बनाने की एक विधि यह है— प्रत्येक कालदर्शक वर्ष में 365 दिन होते हैं। 100 कालदर्शक वर्षों में दिनों की संख्या 100×365 होती है। किंतु जो वर्ष 4 से विभाज्य होते हैं उनमें एक अतिरिक्त दिन होता है।

❓ 100 वर्षों में कितने वर्ष 4 से विभाज्य होते हैं?

अतः 100 कालदर्शक वर्षों में दिनों की संख्या है—

$$(100 \times 365 + \frac{100}{4} \times 1) = 36,525 \text{ दिन}$$

❓ क्या आप इसी प्रश्न के लिए भिन्न-भिन्न व्यंजक बना सकते हैं?



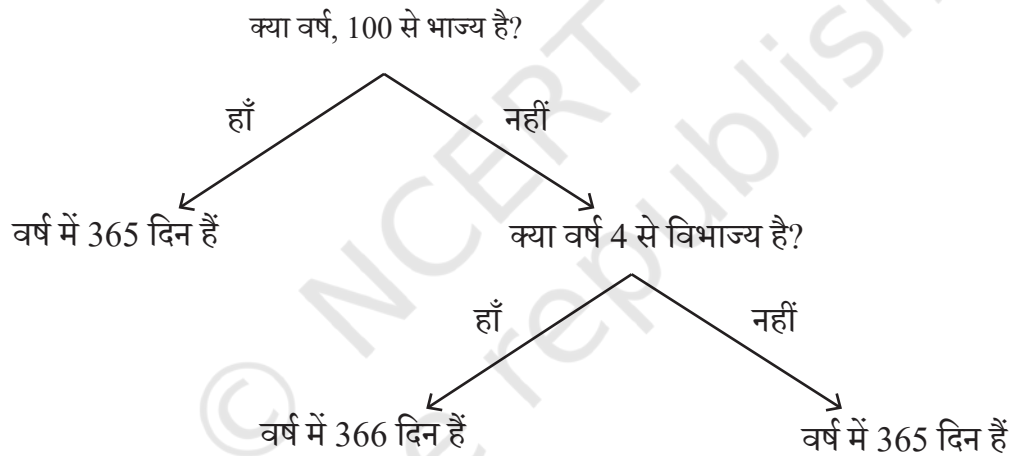
पृथ्वी को सूर्य के चारों ओर 100 बार परिक्रमा करने में लगने वाले वास्तविक दिनों की संख्या है—

$$100 \times 365.2422 = 36,524.22 \text{ दिन}$$

इस प्रकार, प्रत्येक चौथे वर्ष एक दिन जोड़ने पर 100 वर्षों के बाद कालदर्शक दिन पृथ्वी द्वारा सूर्य की परिक्रमा करने में लगने वाले वास्तविक दिनों की संख्या से अधिक हो जाते हैं। हमने आवश्यकता से अधिक भरपाई कर ली है।

अतः कालदर्शक की अभिकल्पना (डिजाइन) बनाने वाले महानुभवों ने निर्णय लिया कि वे प्रत्येक सौवें वर्ष में अतिरिक्त दिन नहीं जोड़ेंगे!

एक और समायोजन



? क्या आप इस नए समायोजन के साथ 100 कालदर्शक वर्षों में दिनों की संख्या के लिए एक व्यंजक लिख सकते हैं?



हमने देखा कि 100 वर्षों में 25 वर्ष 4 से विभाज्य होते हैं। 100 भी 4 से विभाज्य है, किंतु हमें इसे सम्मिलित नहीं करना होगा। अतः केवल 24 वर्षों में 366 दिन हैं और शेष 76 वर्षों में 365 दिन हैं। अतः व्यंजक को इस प्रकार से लिख सकते हैं—

$$\left(\frac{100}{4} - \frac{100}{100} \right) \times 366 + \left(100 - \left(\frac{100}{4} - \frac{100}{100} \right) \right) \times 365$$

$$= (24 \times 366) + (76 \times 365) = 36,524 \text{ दिन}$$

यह लगभग 36524.22 दिन हैं, लेकिन क्या यह पर्याप्त निकटतम मान है? इस समायोजन के साथ 1000 वर्ष बाद क्या होगा?

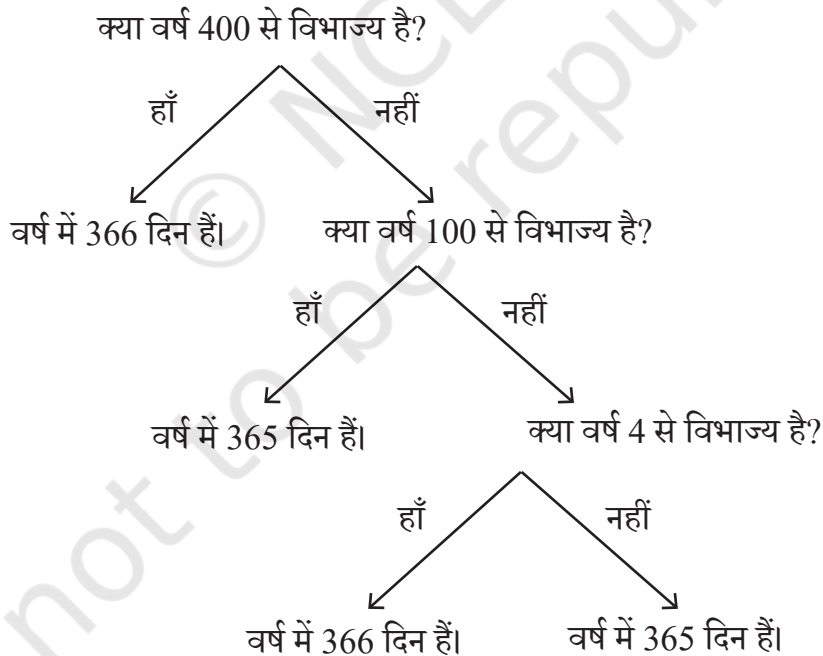
यदि हम प्रत्येक चार वर्ष में 1 दिन जोड़ने की इस नई योजना का पालन करें, किंतु 100वें वर्ष में नहीं, तो 1000 वर्षों में कालदर्शक दिनों की संख्या $36524 \times 10 = 3,65,240$ दिन होगी।

पृथ्वी को सूर्य के चारों ओर 1000 परिक्रमा पूर्ण करने में लगने वाले दिनों की संख्या है—

$$1000 \times 365.2422 = 3,65,242.2 \text{ दिन}$$

अतः इसमें 2.2 दिन का अंतर है।

इस अंतर की पूर्ति के लिए यह निर्णय लिया गया कि प्रत्येक 400वाँ वर्ष अधिवर्ष होगा!



आइए, इस योजना के साथ 1000 कालदर्शक वर्षों में दिनों की संख्या की गणना करें।
1000 कालदर्शक वर्षों में कितने वर्ष 400 से विभाज्य हैं? इसका उत्तर 2 है।

1000 कालदर्शक वर्षों में कितने वर्ष 100 से तो विभाज्य हैं परंतु 400 से विभाज्य नहीं हैं?

$$10 - 2 = 8$$

1000 कालदर्शक वर्षों में कितने वर्ष 4 से तो विभाज्य हैं परंतु 100 और 400 से विभाज्य नहीं हैं? $250 - 10 = 240$

शेष वर्ष $1000 - (2 + 8 + 240) = 750$

अतः 1000 कालदर्शक वर्षों में दिनों की कुल संख्या है

$$(750 \times 365) + (240 \times 366) + (8 \times 365) + (2 \times 366) = 3,65,242 \text{ दिन}$$

पृथ्वी को सूर्य की 1000 परिक्रमा करने में 3,65,242.2 दिन लगते हैं। अतः 1000 वर्षों में कालदर्शक वर्ष, पृथ्वी द्वारा सूर्य के चारों ओर परिक्रमा करने में लगने वाले वास्तविक दिनों की संख्या से थोड़ा कम (0.2 दिन) है।

कालदर्शक बनाने वाले व्यक्ति 1000 वर्षों में होने वाले सूक्ष्म अंतर की चिंता नहीं करना चाहते थे। अतः उन्होंने अधिवर्ष की योजना को वैसे ही छोड़ दिया...

पुनः एक और समायोजन



अधिवर्ष की इस अंतिम योजना से क्या आप 10,000 वर्षों में कालदर्शक दिनों की संख्या और पृथ्वी को सूर्य के चारों ओर 10,000 परिक्रमा लगाने में लगने वाले वास्तविक दिनों की संख्या की गणना कर सकते हैं? दोनों में क्या अंतर है? यदि कोई बड़ा अंतर है तो क्या आप इस समस्या को हल करने का कोई उपाय बता सकते हैं?



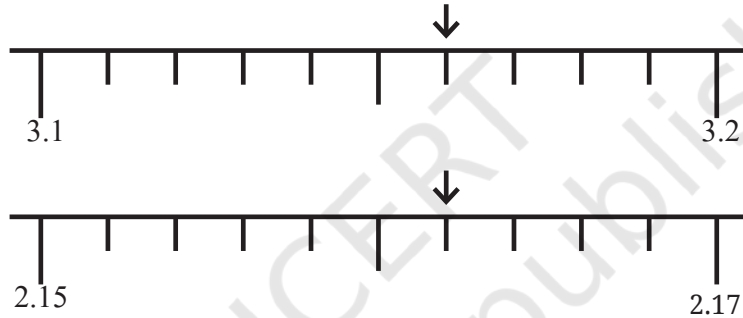
प्रयास
कीजिए

- ❓ क्या आपको आश्चर्य हुआ कि लोगों ने यह कैसे पता लगाया कि पृथ्वी सूर्य के चारों ओर एक परिक्रमा 364.2422 दिनों में पूर्ण करती है?
- ❓ इस बात का पता लगाइए कि भारत में पारंपरिक कालदर्शक किस प्रकार कालदर्शक के दिनों की खगोलीय घटनाओं, जैसे— पृथ्वी का सूर्य की परिक्रमा करना अथवा यहाँ तक कि आकाश में तारों की स्थिति को सटीक रूप से दर्शाने के साथ लगातार सामंजस्य बनाए रखने में सफल रहे।



❓ **पता लगाइए**

- मूँगफली चिक्की के 210 ग्राम पैकेट का मूल्य ₹70.5 है, जबकि आलू चिप्स के 110 ग्राम पैकेट का मूल्य ₹33.25 है। कौन-सा पैकेट सस्ता है?
- तीर के चिह्न पर दशमलव संख्या लिखिए।



- श्यामला ने ₹30 प्रति kg की दर से 3 kg केले क्रय किए। उसने कुल 35 केले गिने। उसने प्रत्येक केला ₹5 में विक्रय किया। सभी केले विक्रय करके उसे कितना लाभ हुआ?



- एक शिक्षक ने पुस्तकों की अलमारी पर 2.5 cm मोटी पाठ्यपुस्तकें रखीं। शिक्षक उस अलमारी पर 80 पाठ्यपुस्तकें रखना चाहते थे। अलमारी 160 cm लंबी है। अलमारी पर कितनी पाठ्यपुस्तकें रखी जा सकती हैं? क्या कोई स्थान शेष था? यदि हाँ, तो कितना?

5. निम्नलिखित रिक्त स्थानों को उचित रूप से भरिए—

1 cm = 10 mm 1 m = 100 cm 1 km = 1000 m	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg	1 l = 1000 ml
---	--------------------------------	---------------

5.5 cm = _____ m	35 cm = _____ m	14.5 cm = _____ mm
68 g = _____ kg	9.02 m = _____ mm	125.5 ml = _____ l

6. श्रीधराचार्य ने अपनी पुस्तक पाटीगणित में यह समस्या दी “ $6\frac{1}{4}$ को $2\frac{1}{2}$ से विभाजित किया जाता है और $60\frac{1}{4}$ को $3\frac{1}{2}$ से विभाजित किया जाता है। भागफलों को पृथक रूप में बताइए।” क्या आप भिन्नो को दशमलव में परिवर्तित कर इसे हल करने का प्रयास कर सकते हैं?

7. बक्सों को कम से कम 2 भिन्न प्रकार से भरिए—

(a) $\square \times \square = 2.4$

(b) $\square \times \square = 14.5$



8. दिया गया है कि $756 \div 36 = 21$, निम्नलिखित भागफल ज्ञात कीजिए।

(a) $75.6 \div 3.6$

(b) $7.56 \div 0.36$

(c) $756 \div 0.36$

(d) $75.6 \div 360$

(e) $7560 \div 3.6$

(f) $7.56 \div 0.36$

9. यदि प्रत्येक कोष्ठक $a \div b$ को दर्शाता है तो रिक्त कोष्ठकों के मान ज्ञात कीजिए।

$b \downarrow a \rightarrow$	1517	151.7	15.17	1.517	15170
37	41				
3.7			4.1		
0.37					
0.037		4100			
370					

10. अंकों 2, 4, 5, 8 और 0 का उपयोग करके बक्सों $\square\square.\square \times \square.\square$ को भरिए, जिससे प्राप्त हो—

(a) अधिकतम गुणनफल

(b) न्यूनतम गुणनफल

- (c) 150 से अधिक गुणनफल (d) 100 के निकटतम गुणनफल
(e) 5 के निकटतम गुणनफल

11. निम्नलिखित व्यंजकों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए—

- (a) 245.05×0.942368 (b) 245.05×7.9682
(c) $245.05 \div 7.9682$ (d) $245.05 \div 0.942368$
(e) 245.05 (f) 7.9682

सारांश

- इस अध्याय में हमने दशमलव के गुणा और भाग की प्रक्रियाएँ सीखी हैं।
- दशमलव गुणन के लिए हम पहले गुणक और गुण्य को गणन संख्याओं के रूप में गुणा करते हैं। गुणनफल में दशमलव अंकों की संख्या, गुणक और गुण्य में दशमलव अंकों की कुल संख्या होती है।
- दशमलवों के भाग में भी यही प्रक्रिया अपनाई जाती है अर्थात् स्थानीय मान का उपयोग करके भाग किया जाता है (दीर्घ विभाजन), जैसा कि गणन संख्याओं में होता है। इकाई के स्थान के बाद दशांश, शतांश, सहस्रांश आदि तक पुनर्समूहन चलता रहता है। जब इकाई को दशांश में पुनर्समूहित किया जाता है तो भागफल में एक दशमलव बिंदु रखा जाता है।
- कुछ दशमलव विभाजन ऐसे भी हैं जहाँ भागफल कभी समाप्त नहीं होता। प्रत्येक पुनर्समूहन और विभाजन के पश्चात सदैव एक शेषफल बचता है!



पहेली का समय!

हिडाटो

	33	35				
		24	22			
			21			
	26		13	40	11	
27				9		1
				18		
					7	
						5

पहेली

पहेली

32	33	35	36	37				
31	34	24	22	38				
30	25	23	21	12	39			
29	26	20	13	40	11			
27	28	14	19	9	10	1		
		15	16	18	8	2		
				17	7	6	3	
						5	4	

समाधान

समाधान

हिडाटो में कोष्ठकों का एक जाल दिया जाता है। यह सामान्यतः वर्गाकार होता है, जैसे सुडोकू या काकुरो में होता है, परंतु इसमें षटभुज या कोई भी आकृति सम्मिलित हो सकती है जो एक टेसलेशन बनाती है। इसमें आंतरिक छेद हो सकते हैं (जैसे एक डिस्क) किंतु यह केवल एक ही टुकड़े से बना होता है।

प्रायः प्रत्येक हिडाटो पहेली में सबसे छोटी और सबसे बड़ी संख्या ग्रिड पर दी जाती हैं।

आपका कार्य ग्रिड को इस प्रकार से भरना है कि सबसे छोटी संख्या से लेकर सबसे बड़ी संख्या तक क्रमागत संख्याओं का एक सतत पथ बना रहे। अग्रिम संख्या किसी भी आसन्न कोष्ठक (वर्ग) में होनी चाहिए, जिसमें तिरछे आसन्न कोष्ठक भी सम्मिलित हैं।

ग्रिड कुछ संख्याओं (न्यूनतम और अधिकतम मानों के मध्य के मान) के साथ पहले से भरा हुआ आता है जिससे यह सुनिश्चित किया जा सके कि इन पहेलियों का एक ही हल है।

निम्नलिखित हिडाटो पहेलियों को हल करने का प्रयास कीजिए।

