5 बिंदुओं का मिलान

0790CH05

5.1 प्रश्न और कथन

आपके शिक्षक आपको बताते हैं कि वह आज शाम अपने बचपन के दो मित्रों से मिलने जा रहे हैं। उनमें से एक मित्र की उँचाई 5 फुट और दूसरे की ऊँचाई 6 फुट है। इस सूचना के आधार पर इन दोनों मित्रों में से प्रत्येक के लिंग के विषय में आपका क्या अनुमान है?

आपने संभवतः अनुमान लगाया होगा कि 5 फुट ऊँचाई महिला की होगी और 6 फुट ऊँचाई पुरुष की होगी। संभव है कि आप गलत हों, किंतु अनुभव हमें यही बताता है कि 5 फुट ऊँचे पुरुष और 6 फुट ऊँची महिलाएँ बहुत कम देखने को मिलती हैं। हमने देखा है कि अधिकांश पुरुष महिलाओं से ऊँचे होते हैं।

उपर्युक्त विवरण को हम सांख्यिकीय विचार का एक सरल उदाहरण मान सकते हैं। हमें सामान्यतः ऐसे कथन सुनने को मिलते हैं—

हम इन्हें सांख्यिकीय कथन कहते हैं। सरल शब्दों में कहें तो सांख्यिकीय कथन किसी घटना के विषय में एक दावा या उसका सार हैं, जिसे संख्यात्मक मान, अनुपात, प्रायिकता या पूर्वानुमान के रूप में व्यक्त किया जाता है।

© NCERT not to be republished

सांख्यिकीय प्रश्न वह प्रश्न है जिसका उत्तर आँकड़े इकट्ठा करके दिया जा सकता है। उदाहरण के लिए, "हमारे विद्यालय में कक्षा 7 के विद्यार्थियों की ऊँचाई क्या है?" यह एक सांख्यिकीय प्रश्न है। हम आशा करते हैं कि कक्षा 7 के सभी विद्यार्थियों की ऊँचाई एकसमान नहीं होगी, परंतु हम आँकड़े को इकट्ठा करके उसका विश्लेषण कर सकते हैं और तत्पश्चात जो ऊँचाई प्राप्त होती है, उसके बारे में निष्कर्ष निकाल सकते हैं। प्रश्न "सामान्यतः प्याज का मूल्य यहाँपुर में अधिक है या वहाँपुर में?" यह भी एक सांख्यिकीय प्रश्न है। समय के साथ मूल्य में परिवर्तन हो सकता है। अतः इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए हमें आँकड़ों को देखना होगा, उसका विश्लेषण करना होगा और उचित सांख्यिकीय कथन बनाकर निष्कर्ष पर पहुँचना होगा।

गणित चर्चा

? इनमें से कौन-से प्रश्न सांख्यिकीय प्रश्न हैं?

(a) भारत में टेनिस गेंद का मूल्य क्या है?

(b) इस सड़क पर रहने वाले कुत्तों की आयु कितनी है?

(c) आपकी कक्षा में कितने विद्यार्थियों को पहाड़ी पर चढ़ना पसंद है?

(d) क्या आपको पढ़ना पसंद है?

(e) इस दीवार में लगभग कितनी ईंटें हैं?

(f) कल हुए मैच में सबसे अच्छा गेंदबाज कौन था?

(g) पिछले वर्ष बाड़मेर में वर्षा का प्रतिरूप कैसा था?

सांख्यिकी शब्द का अर्थ आँकड़े एकत्रित करना, सुव्यवस्थित करना, विश्लेषण करना, व्याख्या करना और प्रस्तुतीकरण के अध्ययन से है। इस अध्याय में हम कुछ सांख्यिकीय प्रश्नों का अवलोकन करेंगे और सीखेंगे कि आँकड़े और आलेख का विश्लेषण करके उनके उत्तर कैसे प्राप्त किए जा सकते हैं।

5.2 निरूपक मान

? शुभमन और यशस्वी द्वारा एक क्रिकेट शृंखला में बनाए गए रन नीचे दी गई सारणी में दिए गए हैं। आपको क्या लगता है कि किसने उत्तम प्रदर्शन किया?

	मैच 1	मैच 2	मैच 3	मैच 4
शुभमन	0	17	21	90
यशस्वी	67	55	18	35

श्रेयस कहता है, "दोनों का प्रदर्शन एकसमान है क्योंकि यशस्वी ने पहले और दूसरे मैच में अधिक रन बनाए, जबकि शुभमन ने तीसरे और चौथे मैच में अधिक रन बनाए।"

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

वैष्णवी कहती है, "मुझे लगता है कि शुभमन ने उत्तम प्रदर्शन किया क्योंकि उसने एक मैच में सबसे अधिक 90 रन बनाए!"

श्रेयस कहता है, "नहीं! यशस्वी ने उत्तम बल्लेबाजी की क्योंकि उसने कुल 175 रन बनाए, जबकि शुभमन ने केवल 128 रन बनाए।"

वैष्णवी कहती है, "ओह! इसके अतिरिक्त, यशस्वी की बल्लेबाजी में अधिक निरंतरता है— उसके अधिकतम स्कोर और न्यूनतम स्कोर के बीच का अंतर कम है।"

नीचे दी गई सारणी में इन दोनों खिलाड़ियों द्वारा किसी अन्य शृंखला में बनाए गए रन दिखाए गए हैं। आपको क्या लगता है कि इस शृंखला में किसने उत्तम प्रदर्शन किया?

	मैच 1	**मैच 2**	**मैच 3**	**मैच 4**	**मैच 5**
शुभमन	23	07	10	52	18
यशस्वी	26	53	02	-	15

वैष्णवी कहती है, "यहाँ शुभमन ने उत्तम प्रदर्शन किया क्योंकि उसका कुल स्कोर 110 रन है, जबकि यशस्वी का कुल स्कोर 96 रन है।"

? वैष्णवी के कथन के विषय में आपके क्या विचार हैं?

श्रेयस कहता है, "परंतु यशस्वी ने 4 मैचों में 96 रन बनाए और शुभमन ने 5 मैचों में 110 रन बनाए।"

अत: हम कैसे कह सकते हैं कि किसने उत्तम प्रदर्शन किया? प्रायः दो संख्या-समूहों की तुलना करना और स्पष्टतः यह कहना सरल नहीं होता कि कौन-सा समूह दूसरे समूहों से अच्छा है।

? क्या एकल संख्या, संख्याओं के समूह का निरूपक हो सकती है? उदाहरण के लिए, क्या हम इस शृंखला में शुभमन या यशस्वी की बल्लेबाजी का निरूपण एक संख्या के माध्यम से कर सकते हैं? चर्चा कीजिए।

गणित चर्चा

हमने एक विधि पहले ही देखी है— समूह में मानों का कुल योग! किंतु यदि समूह के आकार भिन्न-भिन्न हैं तो कुल योग तुलना करने के लिए सही मापक नहीं हो सकता है।

किसी खिलाड़ी ने कुछ मैचों में अधिक रन बनाए होंगे और दूसरे मैचों में कम। इस अधिकता और कमी को संतुलित करके समूह के लिए एक निरूपक संख्या निकाली जा सकती है। उदाहरण के लिए, हम सभी मैचों में बनाए गए रनों को जोड़ सकते हैं और कुल योग को खेले गए मैचों की संख्या से विभाजित कर सकते हैं। हम इस मान को दिए गए आँकड़े का 'औसत' या 'अंकगणितीय माध्य' कहते हैं।

यहाँ एक मैच में एक खिलाड़ी द्वारा बनाए गए रनों की औसत संख्या = [सभी मैचों में खिलाड़ी द्वारा बनाए गए कुल रन] ÷ [खेले गए मैचों की संख्या]।

शुभमन द्वारा एक मैच में बनाए गए औसत रन = 110 ÷ 5 = 21 रन

यशस्वी द्वारा एक मैच में बनाए गए औसत रन = 96 ÷ 4 = 24 रन

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

इस श्रृंखला में यशस्वी के रनों का औसत शुभमन के रनों के औसत से अधिक है।

औसत या **अंकगणितीय माध्य** (A.M.) या केवल **माध्य** की गणना इस प्रकार की जाती है—

$$\text{माध्य} = \frac{\text{सभी मैचों में खिलाड़ी द्वारा बनाए गए कुल रन}}{\text{खेले गए मैचों की संख्या}}$$

उचित भागीदारी (फेयर-शेयर) के रूप में औसत

औसत को उचित भागीदारी या समान भागीदारी के रूप में भी समझा जा सकता है।

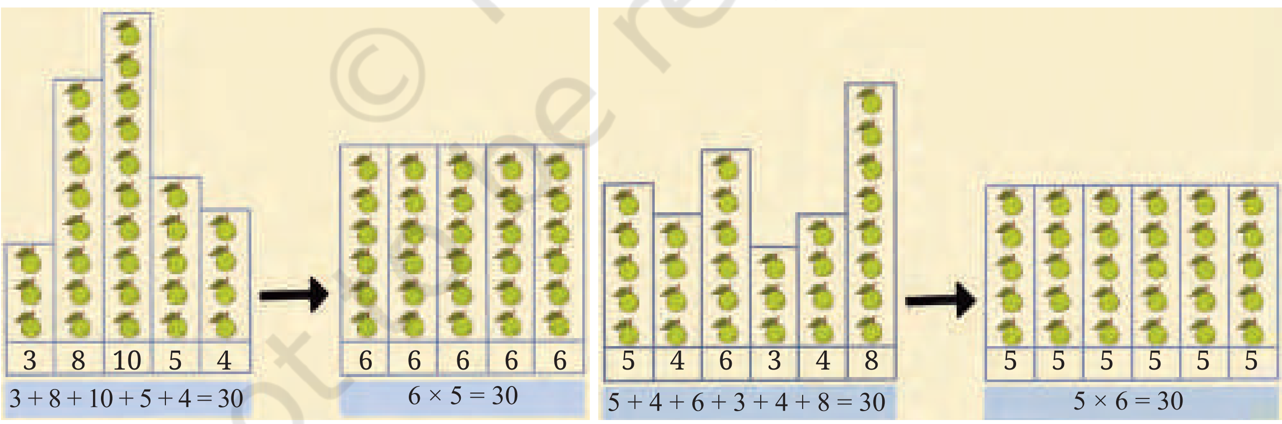
? श्रेयस और उसके 4 मित्रों द्वारा एकत्रित किए गए अमरूदों की संख्या 3, 8, 10, 5 और 4 है। पराग और उसके 5 मित्रों द्वारा एकत्रित किए गए अमरूदों की संख्या 5, 4, 6, 3, 4, और 8 है। प्रत्येक समूह अपने अमरूदों को आपस में बराबर बाँटेगा। किस समूह के प्रत्येक सदस्य को अमरूद का अधिक भाग प्राप्त होगा?

यह ज्ञात करने के लिए हमें सबसे पहले यह ज्ञात करना होगा कि प्रत्येक समूह ने कितने अमरूद एकत्रित किए हैं। फिर हम इस कुल योग को समूह में लोगों की संख्या से विभाजित करके प्रत्येक सदस्य का भाग ज्ञात करते हैं।

श्रेयस के समूह ने 3 + 8 + 10 + 5 + 4 = 30 अमरूद एकत्रित किए हैं। श्रेयस के समूह के प्रत्येक सदस्य को 30 ÷ 5 = 6 अमरूद मिलते हैं।

पराग के समूह ने 5 + 4 + 6 + 3 + 4 + 8 = 30 अमरूद एकत्रित किए हैं। पराग के समूह के प्रत्येक सदस्य को 30 ÷ 6 = 5 अमरूद मिलते हैं।

अत: श्रेयस के समूह के सदस्यों को पराग के समूह के सदस्यों से 1 अमरूद अधिक मिलता है।



? वैष्णवी प्रतिदिन अपने उद्यान में खिलने वाले गुड़हल के पुष्पों की संख्या पर ध्यान देती है। पिछले कुछ दिनों के आँकड़े 2, 7, 9, 4, 3 हैं। वैष्णवी के उद्यान में प्रतिदिन खिलने वाले गुड़हल के पुष्पों की औसत संख्या क्या है?

औसत = (खिलने वाले गुड़हल के पुष्पों की कुल संख्या) ÷ (दिनों की संख्या)

= (2 + 7 + 9 + 4 + 3) ÷ 5

= 5

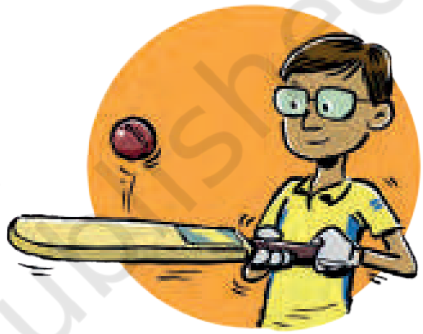
Reprint 2026-27

प्रतिदिन औसतन 5 गुड़हल के पुष्प खिलते हैं।

इस स्थिति में यदि प्रतिदिन खिलने वाले पुष्पों की संख्या समान हो तो औसत हमें प्रतिदिन खिलने वाले पुष्पों की संख्या बताता है।

प्राचीन भारतीय गणित में अंकगणितीय माध्य के लिए प्रयोग होने वाले शब्दों में से एक सममिति (माध्य-मापन) है, जहाँ 'सम' का अर्थ समान है। भारतीय पुस्तकों में अंकगणितीय माध्य के लिए प्रयोग होने वाले कुछ शब्दों में सम्मिलित हैं— ब्रह्मगुप्त (628 सामान्य संवत्) का समरज्जु (एक रेखाखंड का माध्य मापन), महावीराचार्य (850 सामान्य संवत्) का समीकरण (समतल करना, समान बनाना), श्रीपति (1039 सामान्य संवत्) का साम्य (समानता, निष्पक्षता, समता) और भास्कराचार्य (1150 सामान्य संवत्) व गणेश (1545 सामान्य संवत्) का सममिति (माध्य-मापन)। इस शब्दावली से प्रकट होता है कि प्राचीन भारतीय विद्वानों ने अंकगणितीय माध्य को 'सामान्य' या 'समान बनाने वाले' मान के रूप में समझा जो मानों के संग्रह का एक निरूपक मापक है।

? पता लगाइए



1. श्रेयस बल्ले और गेंद से खेल रहा है किंतु क्रिकेट नहीं खेल रहा है। वह गिनता है कि गेंद को नीचे गिरने से पहले कितनी बार बल्ले पर उछाल सकता है। आठ प्रयासों के आँकड़े 6, 2, 9, 5, 4, 6, 3, 5 हैं। गणना कीजिए कि श्रेयस अपने बल्ले से गेंद को औसतन कितनी बार उछाल पाता है।
2. ऊपर दिए गए क्रियाकलाप को आप स्वयं करके देखिए। सात या उससे अधिक प्रयास के लिए आँकड़े इकट्ठा कीजिए और औसत निकालिए। प्रयास कीजिए
3. अपने आस-पड़ोस में एक पुष्पीय पौधे की पहचान कीजिए। पुष्प के खिलने की ऋतु में एक सप्ताह में प्रतिदिन खिलने वाले पुष्पों की संख्या पर ध्यान दीजिए। प्रतिदिन खिलने वाले पुष्पों की औसत संख्या क्या है?
4. दो मित्र 100 मीटर की दौड़ का अभ्यास कर रहे हैं। पिछले सप्ताह उनके दौड़ने का समय है — निखिल — 17, 18, 17, 16, 19, 17, 18; सुनील — 20, 18, 18, 17, 16, 16, 17, जो कि सेकंड में है। औसतन कौन अधिक तीव्र दौड़ा?
5. एक विद्यालय में निरंतर छह वर्षों के दौरान 1555, 1670, 1750, 2013, 2040, 2126 नामांकन हुए। इस अवधि के दौरान विद्यालय में औसत नामांकन ज्ञात कीजिए।

प्याज की गणना कीजिए!

? सारणी में दो शहरों में प्याज का मासिक मूल्य रुपये प्रति किलोग्राम में दर्शाया गया है। आपके विचार से प्याज का मूल्य किस शहर में अधिक है? गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

माह	यहाँपुर
जनवरी	25
फरवरी	24
मार्च	26
अप्रैल	28
मई	30
जून	35
जुलाई	39
अगस्त	43
सितंबर	49
अक्तूबर	56
नवंबर	59
दिसंबर	44

माह	वहाँपुर
जनवरी	19
फरवरी	17
मार्च	23
अप्रैल	30
मई	38
जून	35
जुलाई	42
अगस्त	39
सितंबर	53
अक्तूबर	60
नवंबर	52
दिसंबर	42

खुशबू— "मुझे लगता है कि वहाँपुर में मूल्य अधिक है क्योंकि यहाँ अधिकतम मूल्य ₹60 है।"

नफीसा— "मैंने दोनों स्थानों के सभी माह के मूल्यों को जोड़ा — यहाँपुर का कुल योग 458 है, जबकि वहाँपुर का कुल योग 450 है।"

विशाल — "वहाँपुर महँगा है क्योंकि यहाँ 50 से 60 के बीच में 3 संख्याएँ हैं।"

संपत — "मैंने दोनों स्थानों पर प्रतिमाह के मूल्यों की तुलना की। 6 माह में मूल्य यहाँपुर में अधिक हैं, जबकि 5 माह में मूल्य वहाँपुर में अधिक हैं और 1 माह में मूल्य दोनों स्थानों पर समान हैं। अत: मुझे लगता है कि यहाँपुर में मूल्य अधिक है।"

जितिन — "मैंने देखा कि यहाँपुर में अधिकतम और न्यूनतम मूल्यों के बीच का अंतर 59–24 = 35 है और वहाँपुर में यह अंतर 60 – 17 = 43 है।"

आँकड़ों के **न्यूनतम** मान, **अधिकतम** मान, औसत मान, उसके सभी मानों के कुल **योग** और अधिकतम तथा न्यूनतम मान के बीच के अंतर को देखकर आँकड़ों का वर्णन और उसकी तुलना की जा सकती है।

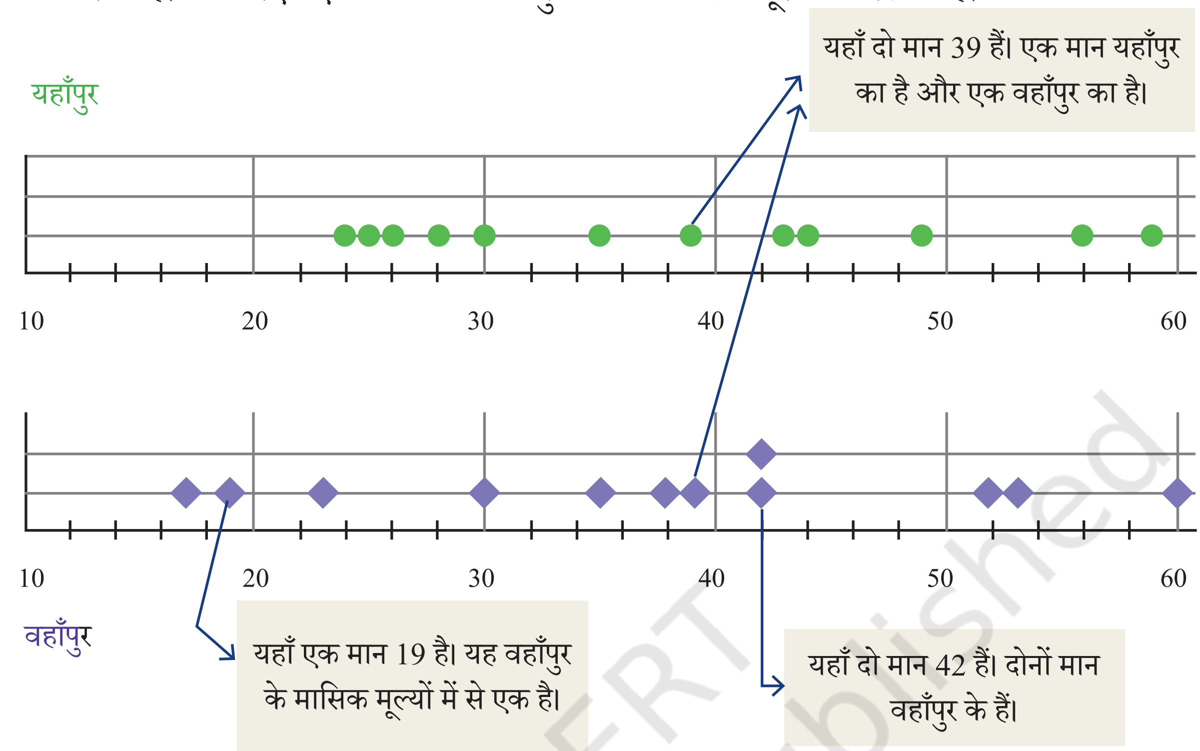
? क्या आप आँकड़ों की तुलना करने की किसी अन्य विधि के विषय में सोच सकते हैं?

आँकड़ों का अध्ययन करने के लिए हम इसे विभिन्न प्रकारों से देख सकते हैं। एक प्रकार नीचे दिखाया गया है, इसे **बिंदु आरेख (डॉट प्लॉट)** कहते हैं। बिंदु आरेख में आँकड़ा बिंदुओं को एक

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

रेखा पर बिंदुओं के रूप में दर्शाते हैं, जिससे हमें आँकड़ों में परिवर्तन और प्रतिरूप देखने में सहायता मिलती है। नीचे दिए गए चित्र में प्रत्येक बिंदु प्याज के मासिक मूल्य को दर्शाता है।



यहाँपुर में मूल्यों को हरे रंग में दिखाया गया है और वहाँपुर में मूल्यों को बैंगनी रंग में दिखाया गया है। क्षैतिज रेखा 10 से 60 तक के मूल्यों को दर्शाती है (0 से आरंभ नहीं किया गया है क्योंकि 0–10 या 60 से ऊपर कोई मान नहीं है)। ऊर्ध्वाधर रेखा पर बिंदु आँकड़े के मान विद्यमान होने की संख्या बताते हैं। क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं के साथ इकाइयों के बीच समान अंतराल पर ध्यान दीजिए।

? क्या इस चित्रण में पूर्व में दी गई सारणियों के सभी आँकड़े समाहित हैं?

? इस चित्र को देखकर क्या हम जनवरी माह में यहाँपुर में प्याज का मूल्य बता सकते हैं?

आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण की यह विधि उन्हें व्यवस्थित और क्रमिक रखती है, किंतु यह मानों के मूल (मासिक) अनुक्रम को खो देती है। यद्यपि यह हमें आँकड़ों को हमारे अनुसार एकत्रित करने देती है, जैसा कि विशाल ने किया था। उदाहरण के लिए, 11–20 के बीच वहाँपुर में 2 मान हैं, जबकि यहाँपुर में कोई मान नहीं है। यह प्रस्तुतीकरण आँकड़ों में भिन्नता को सरलता से दिखाता है — आँकड़े कहाँ और किस प्रकार एकत्रित हैं या फैले हुए हैं। हम सरलता से देख सकते हैं कि वहाँपुर में मूल्य यहाँपुर की तुलना में अधिक फैले हुए हैं। इस विधि में अधिकतम और न्यूनतम मान को पहचानना भी सरल है।

हम इन दोनों स्थानों पर मूल्यों की तुलना करने की विधियों में औसत का भी प्रयोग कर सकते हैं।

Reprint 2026-27

© NCERT not to be republished

यहाँपुर और वहाँपुर में प्याज का औसत मूल्य ज्ञात कीजिए।

"प्याज का मूल्य ₹35 प्रति किलो है" कथन से संभवत: कोई और प्रश्न न उठे। किंतु आँकड़े में भिन्नता, जैसे कि यहाँपुर और वहाँपुर में एक वर्ष में प्याज के मूल्यों में परिवर्तन, किसी की भी जिज्ञासा जगा सकता है। उदाहरण के लिए, कोई भी इन दो स्थानों के विषय में और अधिक जानने के लिए उत्सुक हो सकता है।

आप सोच रहे होंगे —

गणित चर्चा

आप और क्या जानने के लिए उत्सुक होते हैं?

आप जिन प्रश्नों के विषय में जानना चाहते हैं, उनके उत्तर जानने के लिए आप अपने मित्रों, शिक्षकों या परिवार के सदस्यों से बात कर सकते हैं।

आँकड़ों को देखने और उसका अर्थ समझने के प्रयास से रोचक बातें उजागर हो सकती हैं। यह विभिन्न दिशाओं में हमारी जिज्ञासा में भी वृद्धि कर सकता है।

हमारे आस-पास के औसत

अंकगणितीय माध्य का प्रयोग प्रायः सांख्यिकी, गणित, प्रायोगिक विज्ञान, अर्थशास्त्र, समाजशास्त्र, खेल-कूद, जीवविज्ञान और विविध विषयों में आँकड़ों के निरूपक के रूप में किया जाता है।

Reprint 2026-27

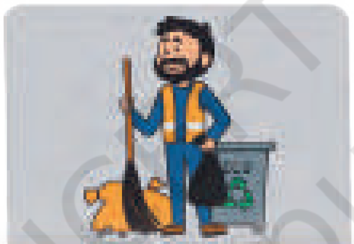
यह आंशिक रूप से इसलिए लोकप्रिय है, क्योंकि अंकगणितीय माध्य की परिभाषा सरल और समझने में सहज है। विभिन्न स्थितियों में औसत संबंधी कुछ कथन नीचे दिए गए हैं —

जुलाई माह में झारखंड में प्रतिदिन औसत 37.2 मिलीलीटर वर्षा होती है।

मेरी स्कूटी की औसत मील-दूरी (माइलेज) लगभग 45 किलोमीटर प्रति लीटर है।

पंजाब में गेहूँ की औसत उपज 4.7 टन प्रति हेक्टेयर है, जबकि बिहार में यह 2.9 टन प्रति हेक्टेयर है।

स्मार्टफोन उपयोगकर्ता एक दिन में औसतन 58 बार अपना फोन देखते हैं।



एक भारतीय नागरिक प्रतिदिन औसतन 0.45 किलोग्राम कचरा उत्पन्न करता है।

वर्ष 2017–2024 के बीच प्रतिवर्ष प्रदर्शित होने वाली भारतीय फीचर फिल्मों (लॉन्ग फिल्म्स) की औसत संख्या 3126 है।

असामान्य मान और माध्यिका

क्या औसत सदैव किसी संग्रह के मानों का उचित सार देता है? यदि नहीं, तो दूसरा विकल्प क्या है? आइए, ज्ञात करते हैं।

एक परिवार की ऊँचाई

यांगबा और पूविजी के परिवार के सदस्यों की ऊँचाई इस प्रकार है—

यांगबा का परिवार— 169 cm, 173 cm, 155 cm, 165 cm, 160 cm, 164 cm

पूविजी का परिवार— 170 cm, 173 cm, 165 cm, 118 cm, 175 cm

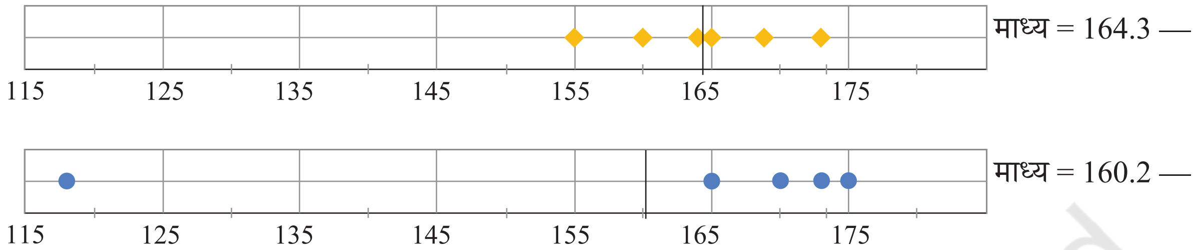
? प्रत्येक परिवार की औसत ऊँचाई ज्ञात कीजिए। क्या हम कह सकते हैं कि यांगबा के परिवार की ऊँचाई पूविजी के परिवार की ऊँचाई से अधिक है?

गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

पूविजी के परिवार की औसत ऊँचाई (160.2 cm) यांगबा के परिवार की औसत ऊँचाई (164.3 cm) से कम है। यद्यपि पूविजी के परिवार के अधिकतर सदस्य ऊँचे हैं, परंतु उनके परिवार की औसत ऊँचाई कम है, क्योंकि एक बच्चा बहुत छोटा है और परिवार के अन्य सदस्यों के समान ऊँचा नहीं है। उनकी औसत ऊँचाई 160.2 cm है और यह 5 में से 4 सदस्यों की ऊँचाई से कम है। यहाँ औसत आँकड़े को भली-भाँति नहीं दर्शाता है।



? क्या आप किसी ऐसी अन्य संख्या के विषय में सोच सकते हैं जो आँकड़ों को भली-भाँति दर्शा सके?

एक विधि यह है कि आँकड़े को एक क्रम में कीजिए और बीच की संख्या चुनिए। इस संख्या को **माध्यिका** कहा जाता है।

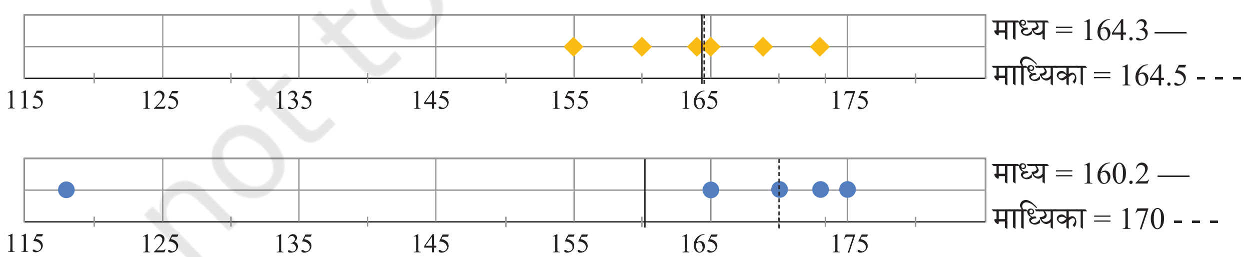
पूविजी के परिवार की माध्यिका ऊँचाई ज्ञात करने के लिए, हम सबसे पहले ऊँचाई को क्रम में व्यवस्थित करते हैं—

118, 165, 170, 173, 175

इस क्रमबद्ध आँकड़े में बीच की संख्या 170 है। अत: माध्यिका ऊँचाई 170 cm है।

आइए, यांगबा के परिवार की माध्यिका ऊँचाई ज्ञात करें। ऊँचाई को क्रम में व्यवस्थित करने पर, हमें 155, 160, 164, 165, 169, 173 प्राप्त होता है।

क्योंकि माध्यिका बीच की संख्या होती है, अत: उससे कम और उससे अधिक मानों की संख्या समान होगी। इस आँकड़े में एक भी बीच की संख्या नहीं है, क्योंकि इसमें मानों की संख्या सम (6) है। ऐसी स्थितियों में हम क्रम में किए गए आँकड़े में बीच की दो संख्याओं का औसत लेते हैं। अत: यांगबा के परिवार की माध्यिका ऊँचाई (164 + 165) ÷ 2 = 164.5 cm है।



? इस स्थिति में, क्या माध्यिका परिवारों की ऊँचाई को औसत की अपेक्षा बेहतर प्रदर्शित करती है?

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

पूविजी के परिवार में सबसे छोटे बच्चे की ऊँचाई परिवार के अन्य सदस्यों की ऊँचाई से बहुत भिन्न है। हम ऐसे मान को असामान्य मान कहते हैं। असामान्य मान वे मान हैं जिनमें आँकड़ों के अन्य मानों की तुलना में अधिक विचलन होता है।

ध्यान दीजिए कि यांगबा के आँकड़ों में किसी असामान्य मान की अनुपस्थिति में माध्य और माध्यिका एक-दूसरे के निकट हैं।

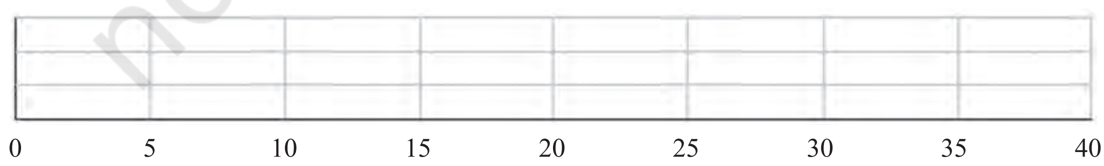
पूविजी के आँकड़ों में असामान्य मान के कारण माध्य, माध्यिका से बहुत कम है।

? असामान्य मान 118 की अनुपस्थिति में पूविजी के आँकड़ों में माध्य और माध्यिका ज्ञात कीजिए। आप क्या परिवर्तन देखते हैं?

क्या आपको पुस्तकें पढ़ना पसंद है?

? गर्मी की छुट्टियों के बाद एक अध्यापक ने अपनी कक्षा के विद्यार्थियों से पूछा कि उन्होंने कितनी लघुकथाएँ पढ़ी हैं। प्रत्येक विद्यार्थी ने उसके द्वारा पढ़ी गई कथाओं की संख्या कागज पर लिखी, जैसा कि नीचे दिखाया गया है। पढ़ी गई लघु कथाओं का माध्य और माध्यिका संख्या ज्ञात कीजिए। उनकी गणना करने से पूर्व क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि माध्य, माध्यिका से कम होगा या अधिक?

नीचे दिए गए बिंदु आलेख पर आँकड़ों, माध्य और माध्यिका को चिह्नित कीजिए।



माध्यक का मान 6 का अर्थ है कि कक्षा के आधे सदस्यों ने 6 या उससे अधिक कथाएँ पढ़ी हैं।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

? आप किन मानों को असामान्य मान मानेंगे?

? असामान्य मान की अनुपस्थिति में माध्य और माध्यिका ज्ञात कीजिए। आप क्या परिवर्तन देखते हैं?

औसत सदैव उन आँकड़ों का उचित प्रतिनिधि नहीं हो सकता जिसमें असामान्य मान हों। बहुत अधिक या बहुत कम असामान्य मान कुल योग पर महत्वपूर्ण प्रभाव डाल सकता है, जिससे औसत पर प्रभाव पड़ता है। उदाहरण के लिए, पूविजी के परिवार में 118 cm ऊँचाई आँकड़ों के निचले सिरे पर एक असामान्य मान है और पढ़ी गई 40 लघु कथाओं की गिनती आँकड़ों के ऊपरी सिरे पर एक असामान्य मान है। इन स्थितियों में हमने देखा कि असामान्य मान से माध्यिका पर अधिक प्रभाव नहीं पड़ा।

क्या हम समान पृष्ठ पर हैं?

? क्या आप समाचार-पत्र पढ़ते हैं? क्या आपने ध्यान दिया है कि सप्ताह के अलग-अलग दिनों में समाचार पत्र के कितने पृष्ठ होते हैं? क्या यह संख्या एकसमान होती है या भिन्न-भिन्न होती है?

नीचे दी गई सूची में सोमवार से रविवार तक किसी विशेष समाचार पत्र के पृष्ठों की संख्या 16, 18, 20, 22, 26, 16, 10 दर्शाई गई है।

नीचे दिए गए बिंदु आलेख पर आँकड़ों, माध्य और माध्यिका को चिह्नित कीजिए।

? हमने तीन उदाहरणों पर विचार किया — ऊँचाई, लघु कथाएँ और समाचार पत्र के पृष्ठ — उनमें आँकड़ों में परिवर्तन का अवलोकन कीजिए, जब —

(a) माध्य और माध्यिका एक-दूसरे के निकट हैं

(b) माध्य और माध्यिका तुलनात्मक रूप से बहुत दूर स्थित हैं, जहाँ माध्य < माध्यिका

(c) माध्य और माध्यिका तुलनात्मक रूप से बहुत दूर स्थित हैं, जहाँ माध्य > माध्यिका

जब आँकड़े अधिक संतुलित या समान रूप से वितरित होते हैं तो माध्य और माध्यिका एक-दूसरे के निकट दिखाई देते हैं। जब असामान्य मान निचले सिरे पर होता है तो माध्य उस दिशा में जाता हुआ दिखाई देता है अर्थात माध्य < माध्यिका। जब असामान्य मान ऊपरी सिरे पर होता है तो माध्य उस दिशा में जाता हुआ दिखाई देता है अर्थात माध्य > माध्यिका।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

चर्चा कीजिए कि जब दोनों ओर असामान्य मान विद्यमान हों तो माध्य और माध्यिका पर क्या प्रभाव पड़ता है। इसे जाँचने और समझाने के लिए आप कुछ उदाहरणात्मक आँकड़े ले सकते हैं। गणित चर्चा

माध्य और माध्यिका को केंद्रीय प्रवृत्ति का मापक कहा जाता है अर्थात मानों का किसी विशेष मान के आस-पास एकत्रित होने की प्रवृत्ति। दूसरे शब्दों में ये आँकड़ों के 'केंद्र' को दर्शाते हैं।

परिणाम और सार

जैसा कि हमने अभी देखा, माध्य और माध्यिका आँकड़ों के विषय में अलग-अलग दृष्टिकोण दे सकते हैं। आँकड़ों का विश्लेषण करते समय दिए गए आँकड़ों में भिन्नता अर्थात उसके चरम मान (न्यूनतम और अधिकतम मान) को देखना भी अत्यंत उपयोगी हो सकता है।

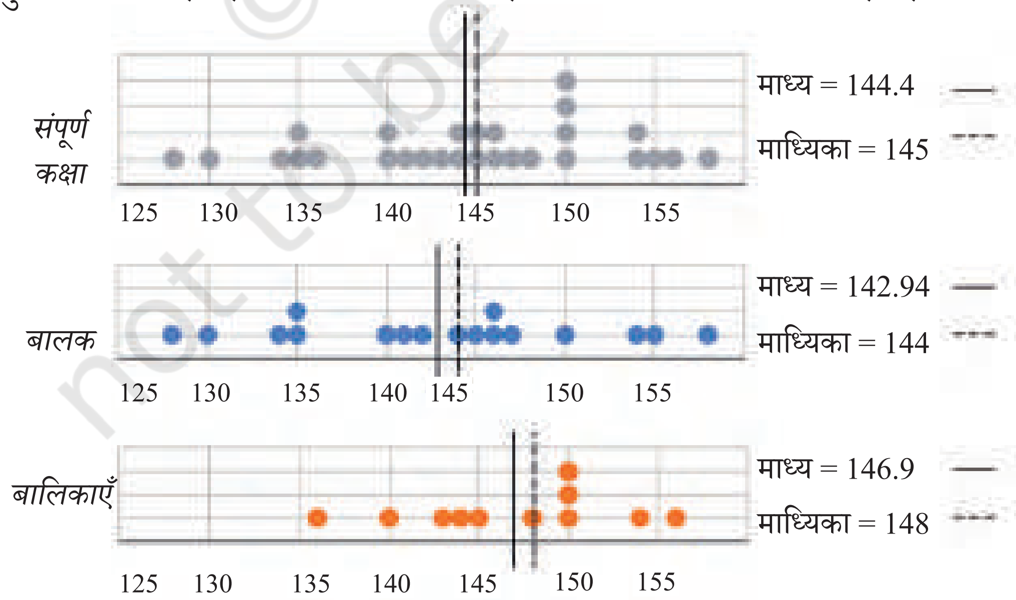
आपकी कक्षा की ऊँचाई कितनी है?

मान लीजिए आपसे यह प्रश्न पूछा जाए, "आपकी कक्षा की ऊँचाई कितनी है?" तो आप क्या कहेंगे?

नीचे दी गई सारणी में कक्षा 5 के विद्यार्थियों की ऊँचाई सेंटीमीटर में दिखाई गई है।

बालक	147, 135, 130, 154, 128, 135, 134, 158, 155, 146, 146, 142, 140, 141, 144, 145, 150
बालिकाएँ	143, 136, 150, 144, 154, 140, 145, 148, 156, 150, 150

हम बिंदु आलेख का उपयोग करके आँकड़ों को देख सकते हैं, दोनो सिरों के मानों और प्रतिरूपों की पहचान कर सकते हैं तथा भिन्नता देख सकते हैं। हम केंद्रीय प्रवृत्ति की मापों का भी पता लगा सकते हैं। पूरी कक्षा के लिए बिंदु आलेख, उसके बाद बालक और बालिकाओं के लिए बिंदु आलेख दर्शाए गए हैं। प्रत्येक संग्रह के लिए माध्य और माध्यिका भी दर्शाए गए हैं।



© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

? बिंदु आलेख और केंद्रीय प्रवृत्ति की माप से हम क्या अनुमान लगा सकते हैं?

नीचे दिए गए बिंदुओं से हमें इस प्रश्न का उत्तर प्राप्त हो सकता है कि कक्षा की ऊँचाई कितनी है।

- बालकों की ऊँचाई में फैलाव अधिक है और यह 128 और 158 के बीच है। बालिकाओं की ऊँचाई 136 और 156 के बीच है। कक्षा में सबसे ऊँचे और सबसे छोटे, दोनों बालक हैं।
- इसके बाद भी, बालकों की औसत ऊँचाई पूरी कक्षा की औसत ऊँचाई से कम है और बालिकाओं की औसत ऊँचाई से भी कम है। हम कह सकते हैं कि इस कक्षा में बालिकाएँ बालकों से ऊँची हैं। स्वाभाविक रूप से इसका तात्पर्य यह नहीं है कि प्रत्येक बालिका प्रत्येक बालक से ऊँची है!
- बालकों की ऊँचाई के लिए माध्य < माध्यिका (142.94 < 144) है जो निचले सिरे पर मानों के कम प्रभाव को प्रदर्शित करता है। बालिकाओं की लंबाई के लिए भी माध्य < माध्यिका (146.9 < 148) है जो निचले सिरे पर मानों के कम प्रभाव को प्रदर्शित करता है।

? कितने विद्यार्थी कक्षा की औसत ऊँचाई से अधिक ऊँचे हैं?

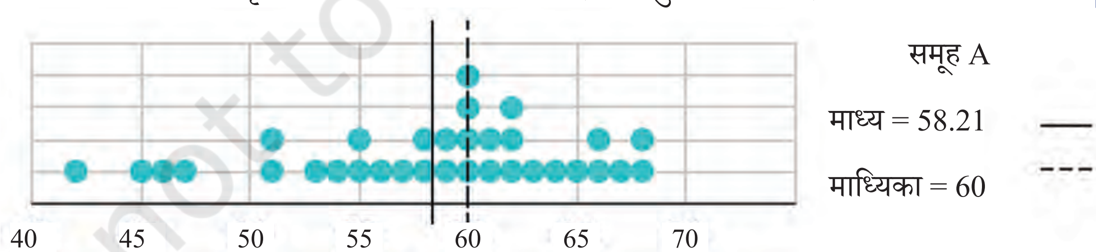
? कितने बालक कक्षा की औसत ऊँचाई से अधिक ऊँचे हैं?

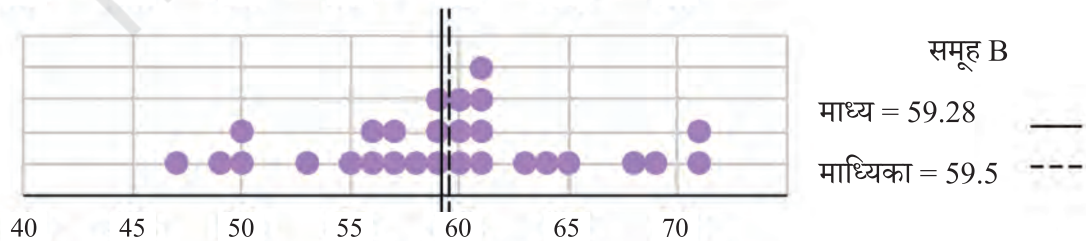
एक मिनट कितना लंबा होता है?

बच्चों के दो समूह से 1 मिनट की लंबाई का अनुमान लगाने के लिए कहा गया। वे अपनी आँखें बंद करके अनुमान लगाना आरंभ करते हैं और फिर जब उन्हें अनुभव होता है कि 1 मिनट बीत गया है तब वे आँखें खोलते हैं। स्वाभाविक रूप से, जब उनकी आँखें बंद थीं तो उन्हें गिनती करने के लिए नहीं कहा गया था। नीचे दिए गए बिंदु आलेख दर्शाते हैं कि बच्चों ने कितने सेकंड बाद अपनी आँखें खोलीं।

? चर्चा कीजिए कि दोनों समूहों ने इस क्रियाकलाप में कैसा प्रदर्शन किया। आँकड़ों में भिन्नता और उनकी केंद्रीय प्रवृत्ति के विषय में वर्णन कीजिए और तुलना कीजिए।

गणित चर्चा





© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

शून्य माध्यिका रन बनाए गए!

क्या किसी क्रिकेट मैच में ऐसा हो सकता है कि टीम के खिलाड़ी द्वारा बनाए गए औसत रन 0 हों, किंतु टीम का कुल स्कोर 407/10 हो?

अतिरिक्त रन को हटाते हुए, इस पारी में एक खिलाड़ी द्वारा बनाए गए औसत रन (407–19) ÷ 11 = 35.27 हैं।

शून्य बनाम कोई मान नहीं

मान लीजिए कि एक खिलाड़ी एक शृंखला में 57, 13, 0, 84, —, 51, 27 रन बनाता है। ध्यान दीजिए कि खिलाड़ी ने तीसरा मैच खेला और 0 रन बनाए जबकि खिलाड़ी ने पाँचवाँ मैच नहीं खेला। अत: हम मैचों की कुल संख्या 6 मानते हैं, 7 नहीं। हम प्रत्येक मैच में उनके औसत रन की गणना (57 + 13 + 0 + 84 + 51 + 27) ÷ 6 के आधार करते हैं।

सीता के घर के पीछे आम का एक वृक्ष है। पिछले वर्ष जनवरी से दिसंबर तक प्रतिमाह वृक्ष से प्राप्त होने वाले आमों की संख्या क्रमशः 0, 0, 8, 24, 41, 16, 5, 0, 0, 0, 0, 0 है। यदि हम प्रतिमाह आमों की औसत या माध्यिका संख्या ज्ञात करना चाहें तो केवल उन (ग्रीष्म ऋतु) महीनों पर विचार करना उचित होगा जब आमों के फलने की संभावना होती है।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

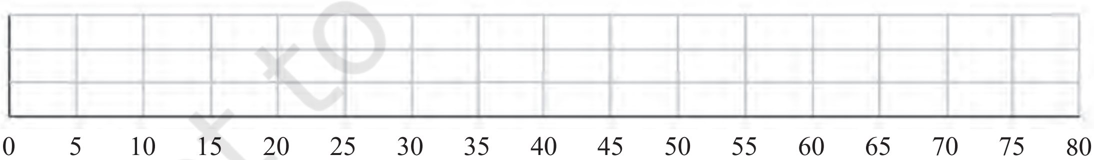
एक माध्य फुट

यूरोप में 1500 के दशक के आरंभ में भूमि नापने की मूलभूत इकाई एक छड़ होता था, जिसकी लंबाई 16 फुट होती थी। उस समय एक फुट का अर्थ मनुष्य के पैर की लंबाई होती थी! परंतु सभी व्यक्तियों के पैरों का आकार भिन्न-भिन्न होता है तो पैर की लंबाई से नापना संभव नहीं था। इसे हल करने के लिए 16 वयस्क व्यक्तियों को एक पंक्ति में, पैर के अँगूठे से एड़ी तक भूमि से सटाकर, खड़े होने के लिए कहा गया और उस पंक्ति की लंबाई को 16 फुट की छड़ माना गया। छड़ तय होने के बाद उसे 16 समान भागों में बाँटा गया, जिनमें से प्रत्येक भाग एक फुट का माप दर्शाता था। वास्तव में यह 16 अलग-अलग पैरों की लंबाइयों का अंकगणितीय माध्य था। भले ही 'माध्य' शब्द का कहीं उल्लेख नहीं था।

जैकब कोबेल के 1 फुट के निर्धारण का चित्रांकन

पता लगाइए

1. यहाँपुर और वहाँपुर में प्याज के मूल्यों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।
2. संस्कृति ने अपनी कक्षा के विद्यार्थियों से पूछा कि प्रत्येक विद्यार्थी के घर में कितने पालतू पशु हैं। कुछ विद्यार्थी अनुपस्थित थे। आँकड़ों के मान 0, 1, 0, 4, 8, 0, 0, 2, 1, 1, 5, 3, 4, 0, 0, —, 10, 25, 2, —, 2, 4 हैं। माध्य और माध्यिका ज्ञात कीजिए। आप इन आँकड़ों का वर्णन कैसे करेंगे?
3. रिंटू हाबरा में खजूर के पेड़ों के खेत की देखभाल करता है। उसके खेत में पेड़ों की ऊँचाई (फुट में) — '50, 45, 43, 52, 61, 63, 46, 55, 60, 55, 59, 56, 56, 49, 54, 65, 66, 51, 44, 58, 60, 54, 52, 57, 61, 62, 60, 60, 67' है। बिंदु आलेख भरिए तथा माध्य और माध्यिका को चिह्नित कीजिए। आप इन खजूर के पेड़ों की ऊँचाई का वर्णन कैसे करेंगे? क्या आप माध्य ज्ञात करने की कोई अन्य त्वरित विधि सोच सकते हैं? कितने पेड़ औसत ऊँचाई से छोटे हैं?



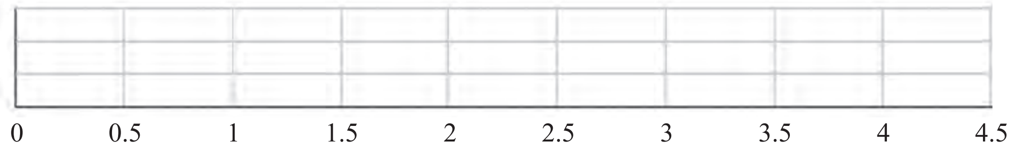
4. एक नल से प्रतिदिन होने वाली जल की खपत को मापा गया। पहले कुछ दिनों में लीटर में खपत इस प्रकार है — 5.6, 8, 3.09, 12.9, 6.5, 12.1, 11.3, 20.5, 7.4
   (a) क्या प्रतिदिन खपत का माध्य या माध्यिका 25 और 30 के बीच हो सकता है? माध्य और माध्यिका के अर्थ का प्रयोग करके अपने दावे को उचित ठहराइए।
   (b) क्या किसी आँकड़े में माध्य या माध्यिका न्यूनतम मान से कम या अधिकतम मान से अधिक हो सकता है?

© NCERT not to be republished

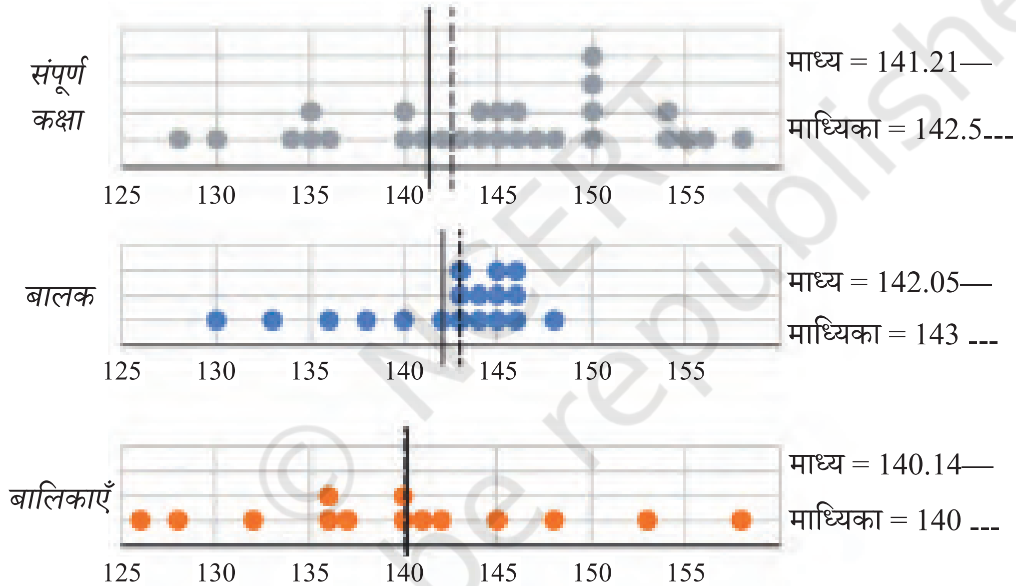
Reprint 2026-27

5. कुछ नवजात शिशुओं का भार किलोग्राम में दिया गया है। नीचे दिए गए बिंदु आलेख को भरिए। इन आँकड़ों का विश्लेषण कीजिए और उनकी तुलना कीजिए।

बालक	3.5	4.1	2.6	3.2	3.4	3.8
बालिकाएँ	4.0	3.1	3.4	3.7	2.5	3.4



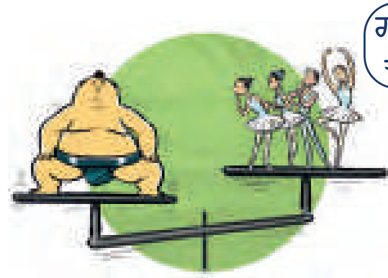
6. पूर्व में बताए गए विद्यालय की कक्षा 5 के दूसरे अनुभाग के विद्यार्थियों की ऊँचाई के बिंदु आलेख नीचे दर्शाए गए हैं। क्या आप अपने प्रेक्षणों को साझा कर सकते हैं? हम बिंदु आरेख और केंद्रीय प्रवृत्ति माप से क्या अनुमान लगा सकते हैं?



? दोनों अनुभागों की ऊँचाई की तुलना कीजिए। अपने प्रेक्षणों को साझा कीजिए।

गणित चर्चा

7. कुछ सूमो पहलवानों और बैले नर्तकों का भार इस प्रकार है— सूमो पहलवान— 295.2 kg, 250.7 kg, 234.1 kg, 221.0 kg, 200.9 kg बैले नर्तक— 40.3 kg, 37.6 kg, 38.8 kg, 45.5 kg, 44.1 kg, 48.2 kg। एक सूमो पहलवान, एक बैले नर्तक की तुलना में लगभग कितने गुना भारी है?



© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

5.3 आँकड़ों का दृश्यांकन

हम प्रायः आँकड़ों को तब अधिक स्पष्ट समझ सकते हैं जब उन्हें चित्र के रूप में प्रस्तुत किया जाता है। इसे **आँकड़ों का दृश्यांकन** कहते हैं। हमने गत वर्ष देखा था कि आलेख का प्रयोग करके आँकड़ों का दृश्यांकन कैसे किया जाता है। आइए, दृश्यांकन के विषय में और अधिक जानें।

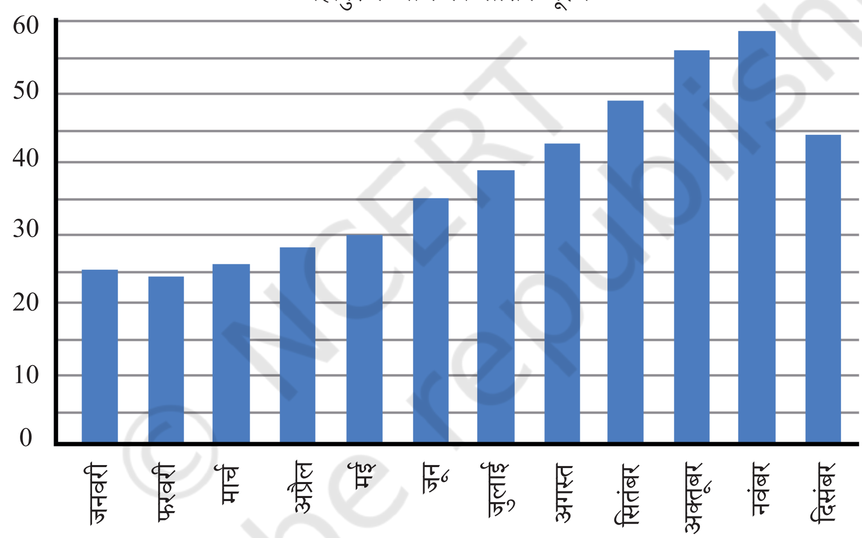
स्तंभों को जोड़ना

इससे पूर्व हमने यहाँपुर और वहाँपुर में प्याज के मासिक मूल्य को देखा था।

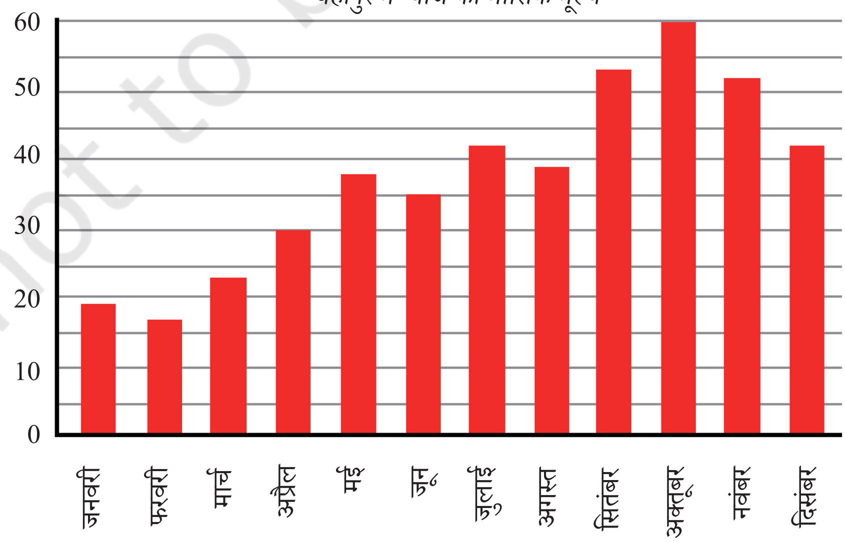
	जनवरी	फरवरी	मार्च	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अगस्त	सितंबर	अक्तूबर	नवंबर	दिसंबर
यहाँपुर	25	24	26	28	30	35	39	43	49	56	59	44
वहाँपुर	19	17	23	30	38	35	42	39	53	60	52	42

इन आँकड़ों के लिए दो स्तंभ आलेख नीचे दिए गए हैं।

यहाँपुर में प्याज का मासिक मूल्य



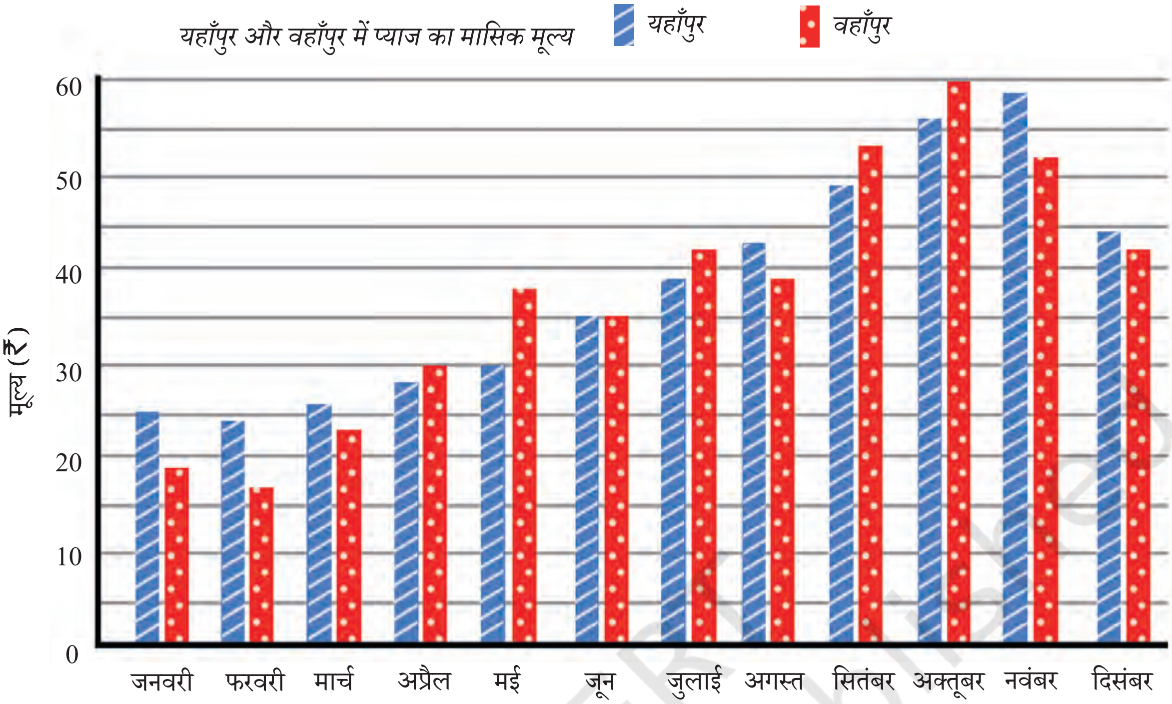
वहाँपुर में प्याज का मासिक मूल्य



© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

दोनों आलेख को मिलाकर एकल आलेख भी बनाया जा सकता है। हम केवल दंड (बार) को साथ-साथ बनाते हैं! पुष्टि कीजिए कि सारणी के आँकड़े नीचे दिए गए आलेख से मिलते हैं या नहीं।



हम दो स्थानों से प्राप्त आँकड़ों को स्पष्ट रूप से अलग करने के लिए विभिन्न रंगों का उपयोग करते हैं। इसे **सामूहिक स्तंभ आलेख** (क्लस्टर्ड बार ग्राफ) कहते हैं। चूँकि प्रत्येक समूह में दो स्तंभ हैं, अत: हम इसे **द्वि-स्तंभ आलेख** भी कहते हैं।

? इस आलेख में किस पैमाने का उपयोग किया गया है?

दंड की सापेक्ष ऊँचाई से हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक माह में प्याज का मूल्य कहाँ पर अधिक है। हम सीधी रेखा के अनुदिश बने चिह्नों को देखकर भी अंतर का अनुमान लगा सकते हैं।

दंड के अंदर बिंदु और तिर्यक रेखाएँ उन व्यक्तियों की सहायता के लिए हैं जिन्हें रंगों में अंतर करने में कठिनाई होती है। यह तब भी काम आता है जब वस्तुएँ ग्रेस्केल (ब्लैक-एंड-व्हाइट) में छपी होती हैं।

? क्या अब दोनों स्थानों पर मासिक आधार पर मूल्यों की तुलना करना सरल हो गया है?

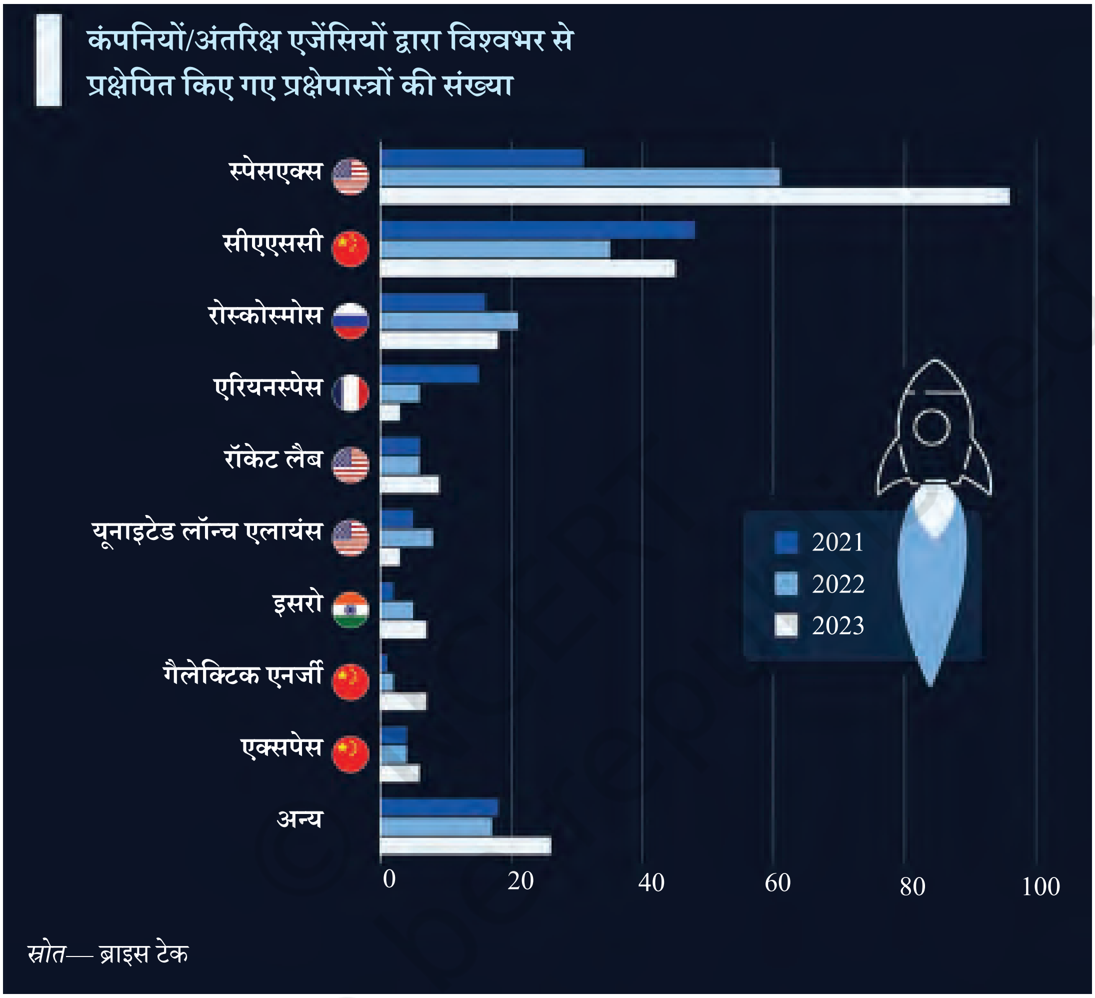
10...9...8...7...6...5...4...3...2...1...उड़ान भरिए!

आपने वैज्ञानिक अन्वेषी यान (जैसे— इसरो द्वारा वर्ष 2023 में प्रक्षेपित किया गया चंद्रयान-3 या नासा द्वारा वर्ष 1977 में प्रक्षेपित किया गया वॉयेजर-1), पृथ्वी अवलोकन उपग्रह (जैसे— इसरो द्वारा वर्ष 1975 में प्रक्षेपित किया गया आर्यभट्ट या सोवियत अंतरिक्ष कार्यक्रम द्वारा वर्ष 1957 में प्रक्षेपित किया गया स्पुतनिक-1) या अंतर्राष्ट्रीय अंतरिक्ष स्टेशन के लिए मानव अंतरिक्ष उड़ान के विषयों में सुना होगा। सभी अंतरिक्ष मिशन प्रक्षेपास्त्र (रॉकेट) का उपयोग करके प्रक्षेपित किए जाते हैं।

Reprint 2026-27

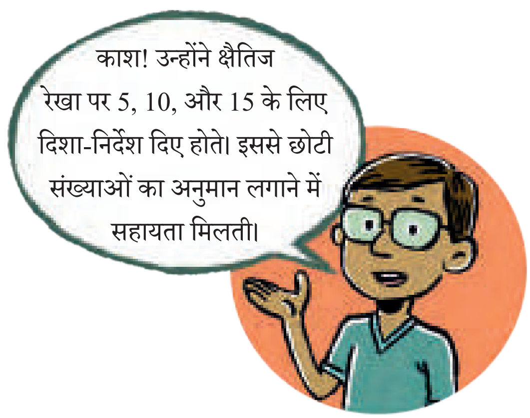
नीचे दिए गए आलेख को देखिए। यह आलेख विभिन्न संस्थानों द्वारा विश्वभर से प्रक्षेपित किए गए प्रक्षेपास्त्र की संख्या दर्शाता है।

? अपने प्रेक्षणों को साझा कीजिए (इन संस्थानों का संबंध किन देशों से है, यह जानने के लिए आप शिक्षक की सहायता ले सकते हैं)।



स्रोत— https://www.statista.com/chart/29410/number-of-worldwide-rocket-launches-by-companies-and-space-agencies/

प्रायः आलेख में बहुत-सी सूचना होती है और उसे समझना कठिन हो सकता है। आलेख में आँकड़ों को सरलता से समझने के लिए हम द्वि-चरणीय प्रक्रिया का अनुसरण कर सकते हैं।

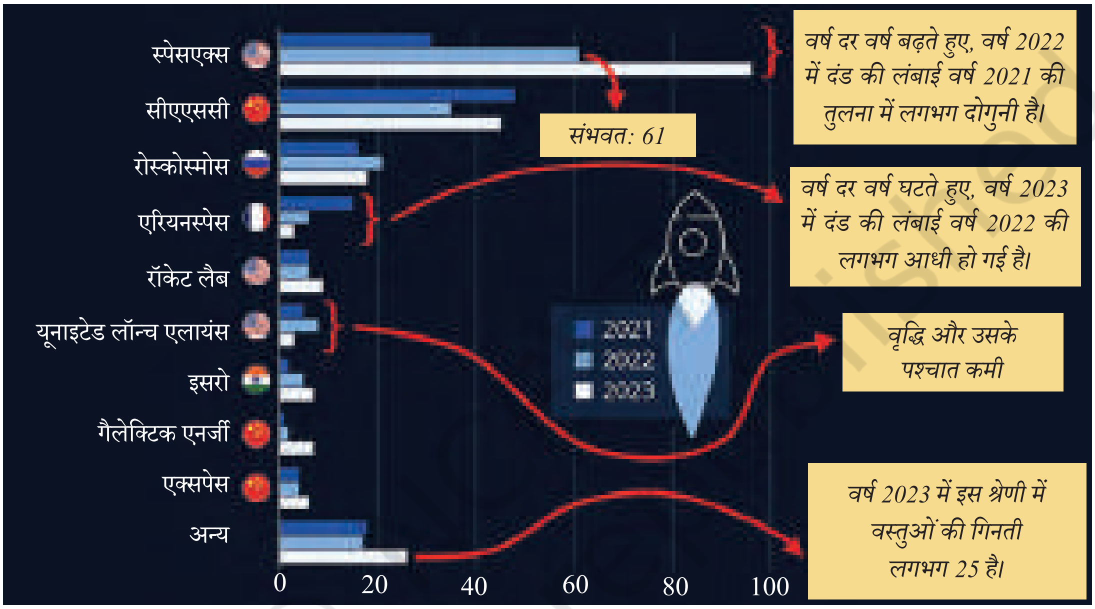


चरण 1— पहचानें कि क्या दिया गया है

ध्यान दीजिए कि आलेख को कैसे सुव्यवस्थित किया गया है, किस पैमाने का उपयोग किया गया है और आँकड़े कौन-सा प्रतिरूप प्रदर्शित करते हैं।

Reprint 2026-27

- प्रत्येक संस्थान के लिए वर्ष 2021, 2022 और 2023 में प्रक्षेपास्त्रों के प्रक्षेपण की संख्या तीन आसन्न दंडों में दिखाई गई है। प्रयोग किया गया पैमाना 1 इकाई लंबाई = 20 प्रक्षेपास्त्र है। आलेख में नीचे दी गई संख्याओं पर ध्यान दीजिए।
- 'अन्य' श्रेणी विश्वभर के अनेक संस्थानों को दर्शाती है जिन्हें आलेख को छोटा रखने के लिए एक साथ रखा गया है।
- ध्यान दीजिए कि प्याज के मूल्यों के द्वि-दंड आलेख में, महीनों को क्रम में अर्थात जनवरी से दिसंबर में दर्शाया गया है, जिससे समय के साथ होने वाले परिवर्तन को देखा जा सके, जबकि इस स्थिति में संस्थानों के क्रम में परिवर्तन करने से अर्थ पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।



चरण 2— जो दिया गया है उससे अनुमान लगाइए

अपने प्रत्येक अवलोकन का विश्लेषण कीजिए और उसकी व्याख्या कीजिए।

- हम कह सकते हैं कि दी गई समयावधि में संयुक्त राज्य अमेरिका, चीन और रूस प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित करने वाले सबसे अग्रणी देश हैं।
- स्पेसएक्स ने वर्ष 2021 की तुलना में वर्ष 2022 में लगभग दोगुने प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए और इस संस्थान ने वर्ष 2022 की तुलना में वर्ष 2023 में लगभग 35 अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।
- एरियनस्पेस द्वारा प्रक्षेपित प्रक्षेपास्त्रों की संख्या प्रतिवर्ष कम होती गई।
- यूनाइटेड लॉन्च एलायंस ने वर्ष 2021 की तुलना में वर्ष 2022 में अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए। इस संस्थान ने दोनों वर्षों 2022 और 2021 की तुलना में वर्ष 2023 में कम प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।
- अन्य संस्थानों ने वर्ष 2023 में लगभग 25 प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।

Reprint 2026-27

? इन आँकड़ों का उपयोग करके बताइए कि नीचे दिए गए कथनों में से कौन-सा कथन सही है।

(a) सभी संस्थानों ने पिछले वर्षों की तुलना में अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।

(b) केवल संयुक्त राज्य अमेरिका के एक संस्थान ने एक वर्ष में 50 से अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।

(c) फ्रांस द्वारा सभी 3 वर्षों में प्रक्षेपित प्रक्षेपास्त्रों की कुल संख्या 40 से कम है।

(d) इन 3 वर्षों में सीएएससी द्वारा प्रक्षेपित प्रक्षेपास्त्रों की औसत संख्या लगभग 40 है।

(e) इन 3 वर्षों में इसरो ने गैलेक्टिक एनर्जी की तुलना में अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।

(f) रूस ने इन 3 वर्षों में 60 से अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए।

? उन संस्थानों की सूची बनाइए जिन्होंने प्रतिवर्ष निरंतर अधिक प्रक्षेपास्त्र प्रक्षेपित किए हैं।

? वर्ष 2023 में विश्वभर से प्रक्षेपित प्रक्षेपास्त्रों की कुल संख्या का अनुमान लगाइए।

(a) 200 से कम (b) 200 से 400

(c) 400 से 600 (d) 600 से अधिक

आलेख देखने के उपरांत हमारे मन में कई प्रश्न आ सकते हैं। हम आश्चर्यचकित हो सकते हैं कि संयुक्त राज्य अमेरिका दूसरे देशों की तुलना में इतने अधिक प्रक्षेपास्त्र क्यों प्रक्षेपित करता है अथवा हम पिछले और बाद के वर्षों के आँकड़े देखने के लिए उत्सुक हो सकते हैं। इस आलेख को देखने के बाद आप क्या जानने के लिए उत्सुक हैं?

एक ही समय में ग्रीष्म और शरद ऋतु

नीचे दी गई सारणियों में अलग-अलग देशों के दो शहरों की ऋतुओं से जुड़े आँकड़ों को दर्शाया गया है। दी गई संख्याएँ घंटों में हैं। क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि ये आँकड़े किससे संबंधित हैं?

शहर 1

जनवरी	फरवरी	मार्च	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अगस्त	सितंबर	अक्तूबर	नवंबर	दिसंबर
210	257	372	441	536	564	555	465	394	310	222	186

शहर 2

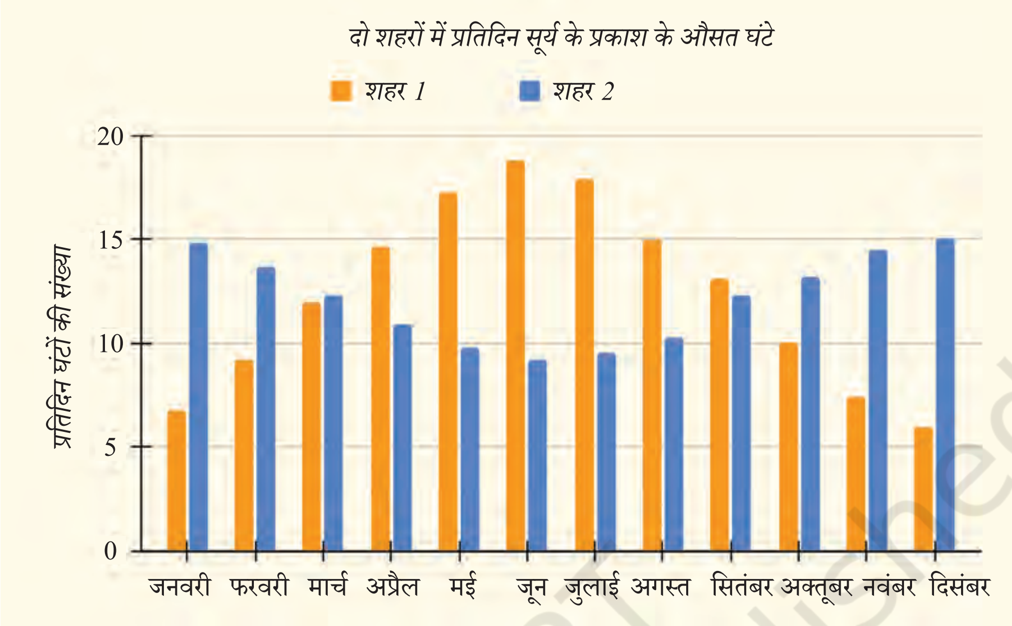
जनवरी	फरवरी	मार्च	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अगस्त	सितंबर	अक्तूबर	नवंबर	दिसंबर
459	384	381	327	304	276	295	318	369	409	435	468

ये आँकड़े दोनों शहरों में वर्षभर में सूर्य के प्रकाश के मासिक घंटों को दिखाते हैं (अर्थात सूर्य कम से कम आंशिक रूप से क्षितिज के ऊपर हो)। इन आँकड़ों के आधार पर प्रत्येक माह में प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के औसत घंटों को दर्शाने वाला एक सामूहिक दंड आलेख नीचे दिया गया है। यह

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

औसत, मासिक सूर्य के प्रकाश के घंटों को उस माह के दिनों की संख्या से भाग देकर निकाला गया है।



आइए, दी गई सूचना को पहचानने और समझने के लिए दो चरणीय प्रक्रिया का अनुसरण करते हैं।

चरण 1— पहचानिए कि क्या दिया गया है

? ध्यान दीजिए कि आलेख को कैसे सुव्यवस्थित किया गया है, किस पैमाने का उपयोग किया गया है और आँकड़े कौन-से प्रतिरूप को प्रदर्शित करते हैं।

- क्षैतिज रेखा वर्ष के महीनों को प्रदर्शित करती है। पैमाने 1 इकाई = 5 घंटे का उपयोग करते हुए ऊर्ध्वाधर रेखा प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के औसत घंटे प्रदर्शित करती है। जून माह में शहर 1 के लिए अधिकतम मान और शहर 2 के लिए न्यूनतम मान है।

चरण 2 — जो दिया गया है उससे अनुमान लगाइए

? अपने प्रत्येक अवलोकन का विश्लेषण और व्याख्या कीजिए। सही सारांश और निष्कर्ष कथन साझा कीजिए।

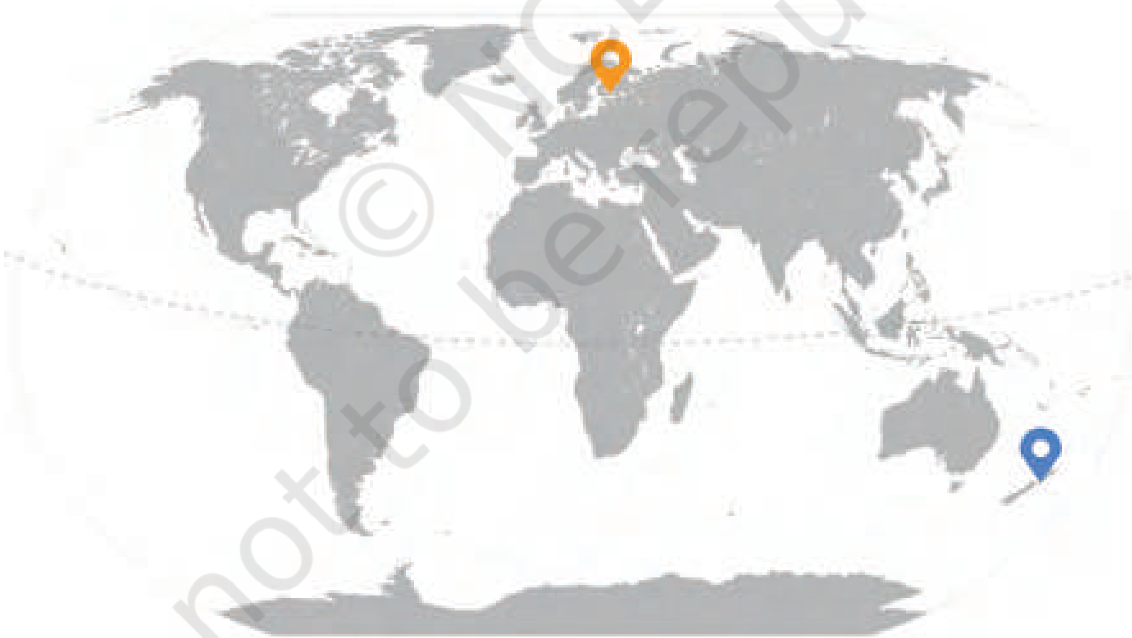
- शहर 1 में प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के औसत घंटे जनवरी से बढ़ते हैं, जो जून में अधिकतम लगभग 17–18 घंटे तक पहुँच जाते हैं। इसके पश्चात ये घटते हैं और दिसंबर में न्यूनतम लगभग 6 घंटे तक पहुँच जाते हैं।
- शहर 2 में प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के औसत घंटे जनवरी से कम हो जाते हैं, जून में न्यूनतम लगभग 9 घंटे तक पहुँच जाते हैं। इसके पश्चात ये बढ़ते हैं और दिसंबर में अधिकतम लगभग 15 घंटे तक पहुँच जाते हैं।

Reprint 2026-27

- अधिकतम और न्यूनतम मान शहर 2 की तुलना में शहर 1 में अत्यधिक है अर्थात प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के अधिकतम घंटे शहर 2 की तुलना में शहर 1 में अधिक हैं और प्रतिदिन सूर्य के प्रकाश के न्यूनतम घंटे शहर 2 की तुलना में शहर 1 में कम हैं।
- जून में, शहर 1 में पूरे दिन (24 घंटे) के लगभग $\frac{3}{4}$ भाग में सूर्य का प्रकाश रहता है, जबकि दिसंबर–जनवरी के दौरान, पूरे दिन के लगभग $\frac{1}{4}$ भाग में ही सूर्य का प्रकाश रहता है।

? क्या इससे कुछ संकेत मिलता है कि ये दोनों शहर कहाँ स्थित हैं?

शहर 1 और शहर 2 भूमध्य-रेखा (इक्वेटर) से दूर क्रमशः उत्तरी और दक्षिणी गोलार्ध में हैं। शहर 1 हेलसिंकी, फिनलैंड है और शहर 2 वेलिंगटन, न्यूज़ीलैंड है। इन्हें मानचित्र पर भी दर्शाया गया है। जून में, उत्तरी गोलार्ध सूर्य की ओर झुका होता है, जिससे सूर्य के प्रकाश के घंटे लंबे होते हैं; यहाँ ग्रीष्म ऋतु होती है। वहीं दक्षिणी गोलार्ध सूर्य से दूर झुका होता है, जिससे दिन छोटे होते हैं; यहाँ शीत ऋतु होती है। ऋतुओं व सूर्य के प्रकाश के विपरीत प्रतिरूप शहरों के विपरीत गोलार्ध में होने के कारण है। आँकड़ों में इतना बड़ा अंतर इसलिए है, क्योंकि वे भूमध्य-रेखा से दूर हैं।



© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

? क्या आप कुछ और अन्वेषण करना चाहते हैं?

गणित चर्चा

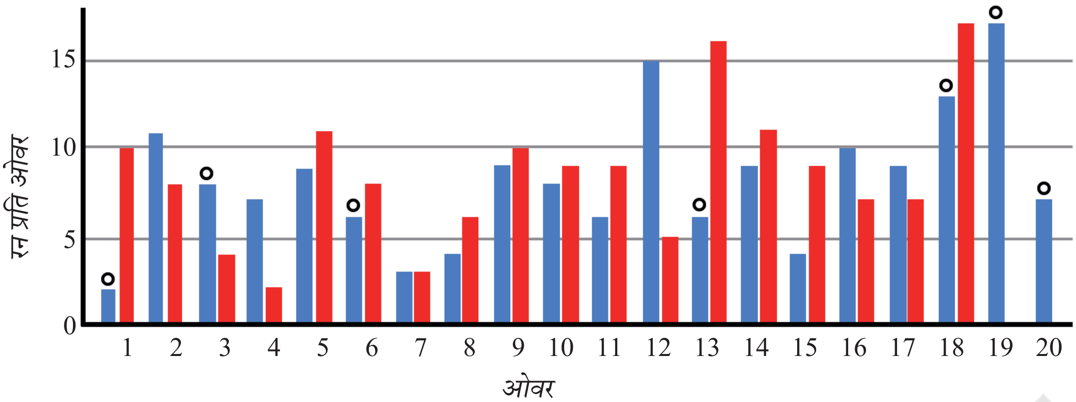
©timeanddate.com/Brendan Goodenough

नॉर्वे के एंडोया में मध्य रात्रि का सूर्य

बस कुछ देर की बात है

क्या आपके साथ कभी ऐसा हुआ है कि आप क्रिकेट मैच नहीं देख पाए? आप आलेख देखकर एक मिनट में मैच देख सकते हैं। आपने आगे दिए गए आलेख के समान आलेख अवश्य देखे होंगे।

Reprint 2026-27



क्षैतिज रेखा 1 से प्रारंभ होती है और ओवरों की सूची दर्शाती है और ऊर्ध्वाधर रेखा प्रत्येक ओवर में बनाए गए रन दर्शाती है। यह आलेख प्रत्येक ओवर में बनाए गए रनों की संख्या को द्वि-दंड आलेख के रूप में दर्शाता है— इसमें से प्रत्येक दंड एक टीम के संगत है। आइए, उन्हें नीली टीम (नीले रंग से दिखाया गया) और लाल टीम (लाल रंग से दिखाया गया) कहें। प्रत्येक ओवर में रनों के लिए उपयोग किया जाने वाला पैमाना 1 इकाई = 5 रन है। दंड के ऊपर दिखाए गए वृत्त बताते हैं कि उस ओवर में एक विकेट गिरा था।

? आलेख के आधार पर नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए —

1. क्या हम बता सकते हैं कि किसने पहले बल्लेबाजी की? किसने मैच जीता?
2. नीली टीम ने 12वें ओवर में कितने रन बनाए?
3. लाल टीम ने किस ओवर में सबसे कम रन बनाए?
4. क्या पहले बल्लेबाजी करने वाली टीम द्वारा निर्धारित किए गए लक्ष्य को बताना सरल है?

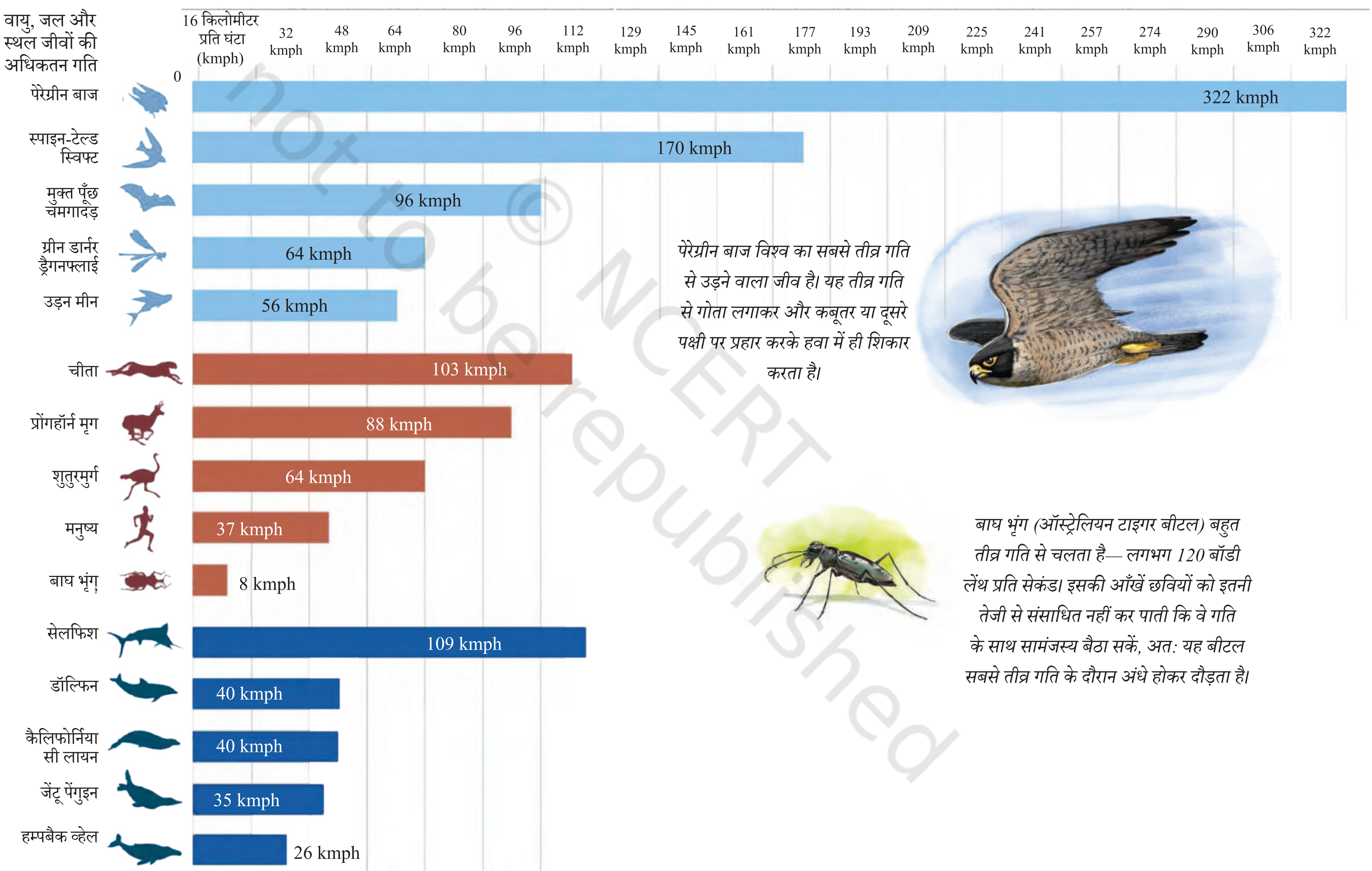
? पता लगाइए

गणित चर्चा

1. नीचे दिया गया सूचनालेख (इन्फोग्राफिक) वायवीय, स्थलीय और जलीय जीवों की गति को दर्शाता है। क्या हम इस आलेख को दंड आलेख कह सकते हैं?
   (a) इस आलेख में कौन-से पैमाने का उपयोग किया गया है?
   (b) इस सूचनालेख में आपको क्या रोचक लगा? आगे आप और क्या जानने के लिए उत्सुक हैं?
   (c) ऐसे जीवों की जोड़ी पहचानिए जिनमें से एक की गति दूसरे से लगभग दोगुनी हो।
   (d) क्या हम कह सकते हैं कि एक सेलफिश की गति, हंपबैक व्हेल से लगभग 4 गुना तीव्र होती है? क्या हम कह सकते हैं कि सेलफिश विश्व में सबसे तीव्र गति वाला जलीय जीव है?

Reprint 2026-27

कितना तेज?



पेरेग्रीन बाज विश्व का सबसे तीव्र गति से उड़ने वाला जीव है। यह तीव्र गति से गोता लगाकर और कबूतर या दूसरे पक्षी पर प्रहार करके हवा में ही शिकार करता है।

बाघ भृंग (ऑस्ट्रेलियन टाइगर बीटल) बहुत तीव्र गति से चलता है— लगभग 120 बॉडी लेंथ प्रति सेकंड। इसकी आँखें छवियों को इतनी तेजी से संसाधित नहीं कर पाती कि वे गति के साथ सामंजस्य बैठा सकें, अत: यह बीटल सबसे तीव्र गति के दौरान अंधे होकर दौड़ता है।

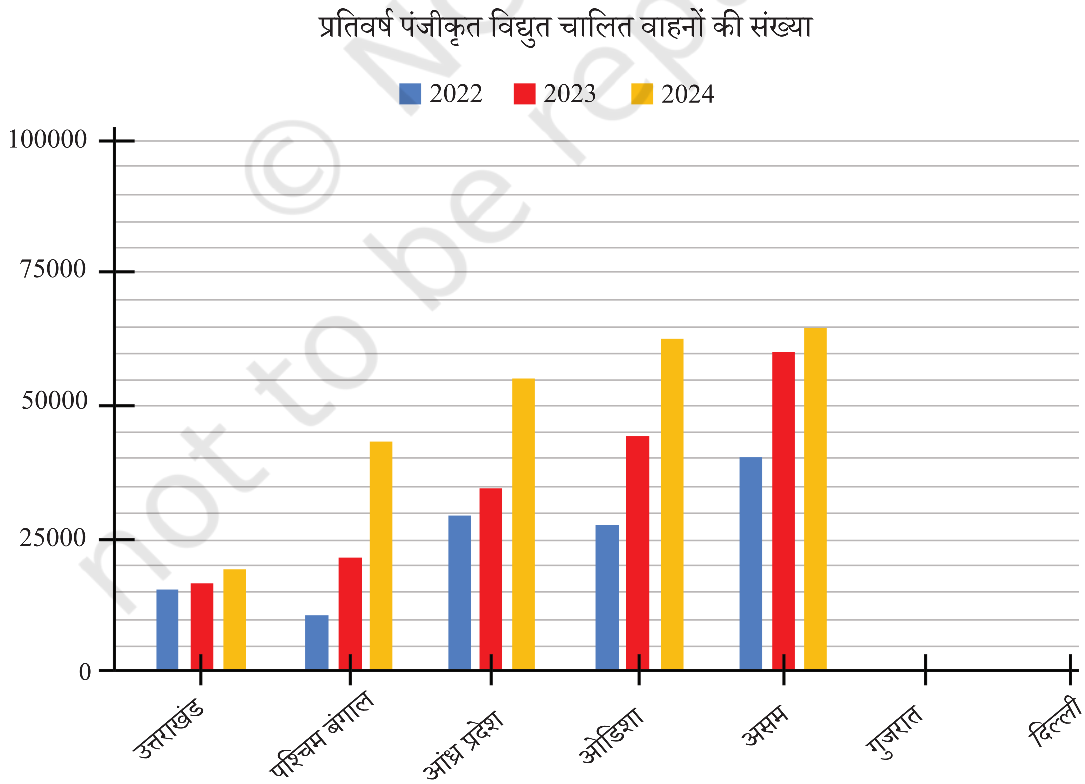
2. प्रेयशी ने अपने विद्यार्थियों से पूछा,"यदि आपको जलीय (पानी-जनित), वायवीय (वायु-जनित) या अंतरिक्ष-जनित बनने की अलौकिक शक्ति मिले तो आप क्या चुनेंगे?" विद्यार्थियों के उत्तर नीचे दिए गए हैं। कुछ विद्यार्थियों ने कोई विकल्प नहीं चुना। कक्षा के दोनों अनुभागों ने प्रत्येक विकल्प को कैसे चुना, इसकी तुलना करते हुए एक द्वि-दंड आलेख बनाइए। एक उचित पैमाना चुनिए।

कक्षा 5	w, a, a, a, w, n, s, a, n, w, a, a, a, a, a, w, w, s, a, a, n, w, a, a, n
कक्षा 9	n, w, s, a, s, w, s, s, a, a, w, s, s, a, s, a, n, w, s, s, a, w, a, w, a

3. नीचे विभिन्न माहों में जोधपुर, राजस्थान में दो दिनों के दौरान विभिन्न तापमान दिए गए हैं। एक द्वि-दंड आलेख बनाइए। 1 इकाई = 4°C पैमाने का प्रयोग कीजिए। क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि ये दिन किन दो माहों के हो सकते हैं?

	12 am	**3 am**	**6 am**	**9 am**	**12 pm**	**3 pm**	**6 pm**	**9 pm**
दिन 1	20°C	18°C	16°C	20°C	26°C	34°C	30°C	24°C
दिन 2	37°C	34°C	30°C	33°C	37°C	43°C	42°C	39°C

4. निम्नलिखित सामूहिक-दंड आलेख वर्ष 2022 से वर्ष 2024 तक प्रतिवर्ष कुछ राज्यों में पंजीकृत विद्युत चालित वाहनों की संख्या दर्शाता है।



© NCERT not to be republished

(a) गुजरात और दिल्ली राज्यों के आँकड़े (हजार में पूर्णांकित) निम्नलिखित सारणी में दिए गए हैं। दंड आलेख पर संबंधित दंड को चिह्नित कीजिए। (आपके लिए दंड के ऊपरी भाग को दो उपयुक्त ऊर्ध्वाधर दिशानिर्देशों के बीच रखना पर्याप्त है।)

	2022	2023	2024
गुजरात	69000	89000	78000
दिल्ली	62000	74000	81000

(b) ध्यान दीजिए कि आलेख को कैसे सुव्यवस्थित किया गया है, किस पैमाने का उपयोग किया गया है और आँकड़े कौन-से प्रतिरूपों को प्रदर्शित करते हैं।

(c) वर्ष 2022 और वर्ष 2024 के बीच विभिन्न राज्यों में आए परिवर्तन को आप कैसे बताएँगे?

(d) वर्ष 2022 की तुलना में वर्ष 2023 में असम में लगभग कितने अधिक पंजीकरण हुए?

(e) पश्चिम बंगाल में वर्ष 2022 से वर्ष 2024 तक पंजीकरण में कितने गुना वृद्धि हुई?

(f) क्या यह कथन सही है, "उत्तराखंड में वर्ष 2023 और वर्ष 2024 में बहुत कम नए पंजीकरण हुए, क्योंकि दंड की लंबाई में वृद्धि बहुत कम है?"

5.4 आँकड़ों का जासूस

हम एक रोचक कहानी की रचना करने के लिए एक के बाद एक अच्छे वाक्य लिखते हैं। इसी प्रकार भली-भाँति व्यवस्थित और प्रस्तुत किए गए आँकड़ों से रोचक कहानियाँ प्राप्त हो सकती हैं और नए रहस्य उजागर हो सकते हैं या रहस्यों को सुलझाने में सहायता मिल सकती है!

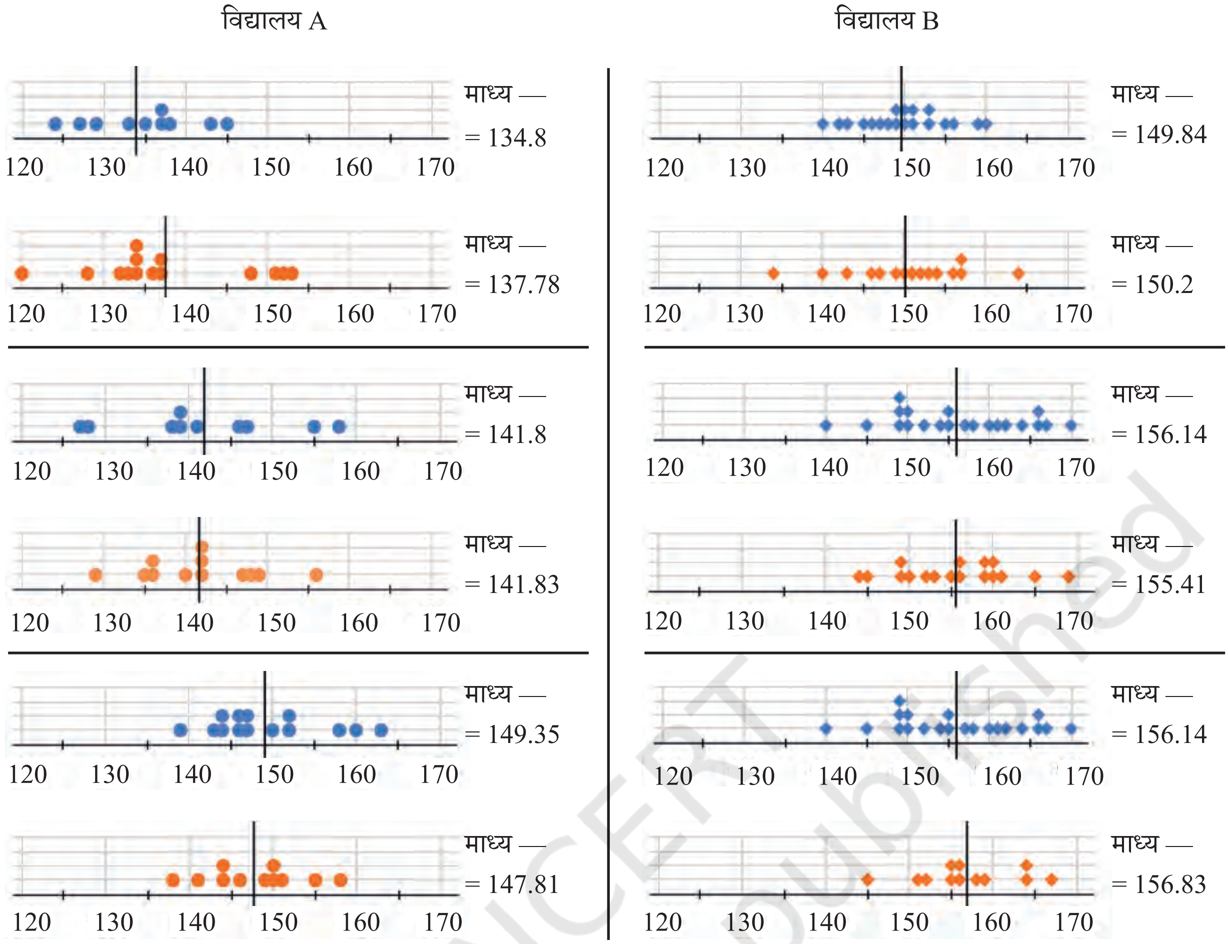
रोमांचक कहानियाँ सुनाना

इससे पहले, हमने पाँचवीं कक्षा के दो वर्गों के आँकड़ों को देखा था जिसमें प्रत्येक कक्षा में बालक और बालिकाओं की ऊँचाई दी गई थी। वहाँ एक कक्षा में बालिकाओं की औसत ऊँचाई बालकों से अधिक थी और दूसरी कक्षा में इसके विपरीत था।

? अग्रिम पृष्ठ पर दो भिन्न विद्यालयों के कक्षा 6, 7 और 8 (इसी क्रम में) के बालकों (नीले रंग में) और बालिकाओं (नारंगी रंग में) की ऊँचाई के बिंदु आरेख दिए गए हैं। आपने क्या देखा? अपने अवलोकन को साझा कीजिए। गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27



इन आँकड़ों को देखकर आप आश्चर्यचकित हुए होंगे —

"इन दोनों विद्यालयों में एक ही कक्षा में ऊँचाई में इतना अंतर क्यों है?"

"ये विद्यालय कहाँ स्थित हैं?"

"मेरे विद्यालय में कक्षा 6 से 8 तक के विद्यार्थियों की ऊँचाई कितनी है?"

"कक्षा 6 के सभी बालक और बालिकाओं की औसत ऊँचाई कितनी है?"

हम देखते हैं कि सामान्यत: पुरुष महिलाओं से ऊँचे होते हैं। किंतु बालकों और बालिकाओं की ऊँचाई के विषय में क्या कहा जा सकता है? क्या बालक बालिकाओं से ऊँचे होते हैं? वास्तव में, केवल एक या दो विद्यालयों के आँकड़े देखकर हम अपने देश या विश्वभर के सभी बच्चों के लिए व्यापक अनुमान नहीं लगा सकते।

आइए, विभिन्न कालक्रम में भारत में विभिन्न आयु के बालकों और बालिकाओं की ऊँचाई के कुछ आँकड़े (एक सर्वेक्षण पर आधारित) देखते हैं। आगे दी गई सारणी में वर्ष 1989, 1999, 2009 और 2019 में 5 से 19 वर्ष के बालक और बालिकाओं की औसत ऊँचाई (सेंटीमीटर में) दर्शाई गई है। प्रत्येक वर्ष में पहले स्तंभ में बालकों की ऊँचाई और दूसरे स्तंभ में बालिकाओं की ऊँचाई दर्शाई गई है।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

आयु	1989		1999		2009		2019	
5	101.3	100	102.4	101.7	105.1	104	107.1	107.2
6	107.5	106	108.7	107.5	111	109.7	113.1	112.9
7	113	111.4	114.2	112.6	116.2	114.8	118.6	118
8	118.1	116.5	119.2	117.5	120.9	119.6	123.5	122.7
9	122.9	121.7	123.9	122.4	125.2	124.5	128.1	127.6
10	127.5	127.3	128.3	127.8	129.4	129.9	132.6	132.8
11	132.2	133.4	132.8	133.6	133.7	135.7	137	138.6
12	137.7	139	138	139.1	138.9	141.1	142.2	143.8
13	144.2	143.2	144.3	143.1	145.2	145.1	148.4	147.7
14	150.6	146.2	150.5	146.1	151.5	148	154.4	150.4
15	155.4	148.5	155.2	148.4	156.3	150.1	159	152.4
16	158.9	150.1	158.7	150.1	159.9	151.6	162.3	153.8
17	161.3	151.2	161.4	151.3	162.6	152.6	164.6	154.7
18	162.9	151.8	163.2	152.1	164.3	153	166	155.2
19	163.5	151.9	164.2	152.4	165.1	153	166.5	155.2

गणित चर्चा

? इस सारणी में प्रस्तुत आँकड़ों को ध्यानपूर्वक देखिए। अपने निष्कर्ष कक्षा में विद्यार्थियों के साथ साझा कीजिए।

आपके लिए जाँच करने हेतु कुछ संकेत नीचे दिए गए हैं—

- वर्ष 1989 से वर्ष 2019 तक एक विशेष आयु वर्ग के बालक या बालिकाओं की ऊँचाई में परिवर्तन।
- किसी विशेष वर्ष में अलग-अलग आयु के बालकों और बालिकाओं की ऊँचाई।
- वर्ष 2019 में बालक और बालिकाओं की क्रमिक आयु के बीच ऊँचाई में परिवर्तन।

? आँकड़ों का उपयोग करके निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन को सत्य कहा जा सकता है?

1. वर्ष 1989 से वर्ष 2019 तक प्रत्येक आयु में बालक और बालिकाओं की औसत लंबाई में वृद्धि हुई है।
2. वर्ष 1989 में 13 वर्ष की बालिकाओं की औसत ऊँचाई वर्ष 2009 में 14 वर्ष की बालिकाओं की औसत ऊँचाई से अधिक है।
3. वर्ष 2019 में 15 वर्ष के बालकों की औसत ऊँचाई वर्ष 1989 में 16 वर्ष के बालकों की औसत ऊँचाई से अधिक है।
4. 13 वर्ष की सभी बालिकाओं की ऊँचाई 11 वर्ष की सभी बालिकाओं की ऊँचाई से अधिक है।
5. 5 से 19 वर्ष की आयु के दौरान, बालकों की औसत ऊँचाई बालिकाओं की औसत ऊँचाई से अधिक है।
6. बालकों की ऊँचाई में 19 वर्ष की आयु के बाद भी वृद्धि होती रहती है।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

गणित चर्चा

? वर्ष 2019 में, 5 से 19 वर्ष की आयु के बीच किन दो क्रमिक आयु समूहों के बालकों की ऊँचाई में सबसे अधिक वृद्धि हुई? 5 से 19 वर्ष की आयु के बीच किन दो क्रमिक आयु समूहों के बीच बालिकाओं की ऊँचाई में सबसे अधिक वृद्धि हुई?

? मान लीजिए एक नवजात शिशु की औसत ऊँचाई 50 cm है। 1 से 4 वर्ष तक के छोटे बच्चों की औसत ऊँचाई का अनुमान लगाइए।

? सारणी में देखे गए रुझान के आधार पर वर्ष 2029 में 5 से 19 वर्ष के बालक और बालिकाओं की ऊँचाई का अपना अनुमान लगाइए।

जब भी आप कोई आँकड़ों या आलेख देखें तो ध्यान दीजिए कि उसमें क्या कहानी और रहस्य छिपे हो सकते हैं।

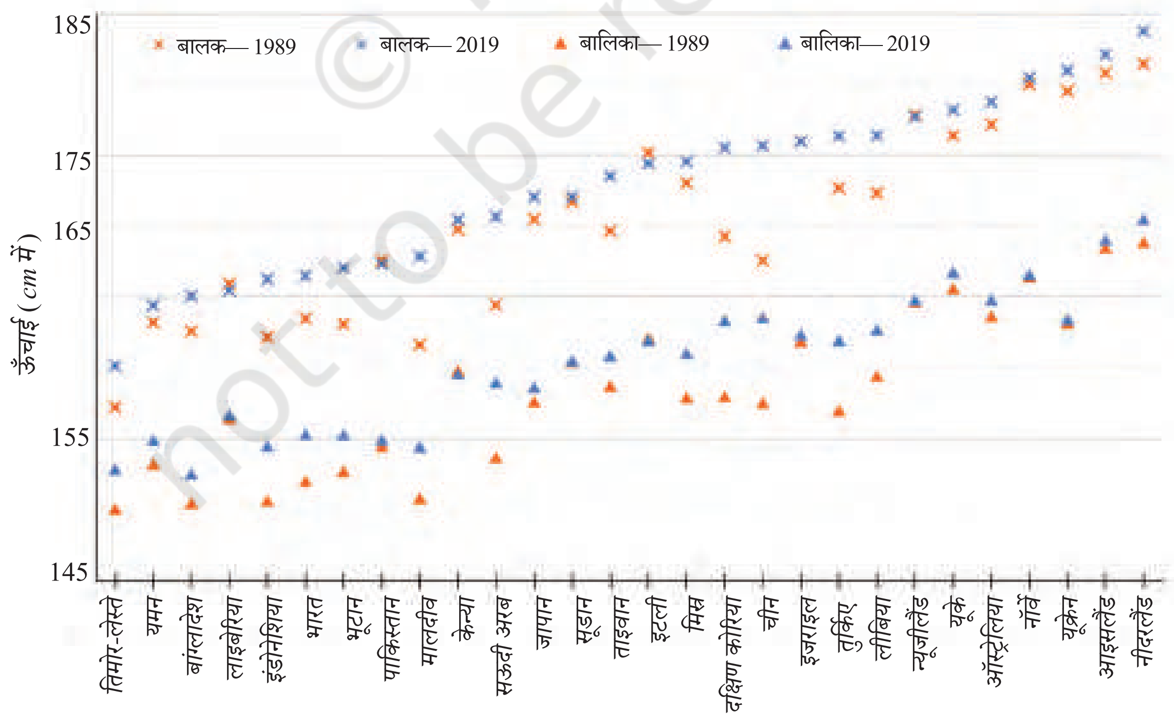
आप भार के आँकड़ों को देखना चाह सकते हैं। अथवा आप यह जानने के लिए उत्सुक हो सकते हैं कि क्या ऐसे प्रतिरूप दूसरे देशों में भी विद्यमान हैं। आप यह भी सोच सकते हैं कि क्या कुछ शताब्दियों पूर्व मनुष्य बहुत छोटे कद के थे! इसके अतिरिक्त क्या कुछ देशों के लोग दूसरे देश के लोगों से ऊँचे हैं? निम्नांकित दृश्यांकन वर्ष 1989 से 2019 तक विभिन्न देशों के 19 वर्ष के बालक और बालिकाओं की औसत ऊँचाई में परिवर्तन को दर्शाता है।

गणित चर्चा

? इस आलेख को कैसे सुव्यवस्थित किया गया है? यहाँ कौन-सी जानकारी प्रस्तुत की गई है?

? इसमें आपको क्या रोचक लगता है?

ध्यान दीजिए कि ऊर्ध्वाधर रेखा 145 cm से आरंभ होती है — इससे ऊँचाई को निकटता से (ज़ूम करके) देखने में सहायता मिलती है।

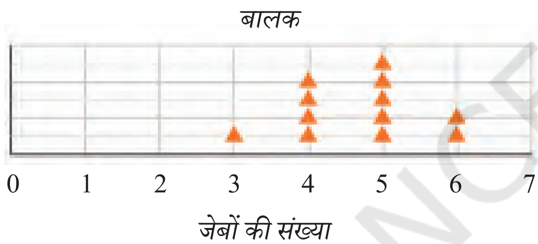


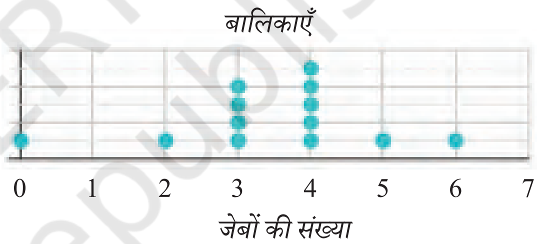
Reprint 2026-27

एक औसत निर्णय!

पता लगाइए

1. निम्नांकित बिंदु आलेख बालकों के एक समूह और बालिकाओं के एक समूह के वस्त्रों पर जेबों की संख्या के वितरण को दर्शाते हैं।





बिंदु आलेख के आधार पर नीचे दिए गए कथनों में से कौन से कथन सत्य है?

(a) बालिकाओं की तुलना में बालकों के आँकड़े में भिन्नता अधिक है।

(b) बालकों के लिए जेबों की माध्यिका संख्या बालिकाओं की तुलना में अधिक है।

(c) बालिकाओं के लिए जेबों की औसत संख्या बालकों की तुलना में अधिक है।

(d) बालकों के लिए जेबों की अधिकतम संख्या बालिकाओं की तुलना में अधिक है।

2. नीचे दी गई सारणी में चार खेलों में प्रत्येक खिलाड़ी द्वारा अर्जित किए गए अंक दर्शाए गए हैं—

खिलाड़ी	खेल 1	खेल 2	खेल 3	खेल 4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	नहीं खेला	13

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

अब निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए—

(a) A द्वारा प्रत्येक खेल में अर्जित औसत अंक ज्ञात कीजिए।

(b) C द्वारा प्रत्येक खेल में अर्जित अंकों का औसत ज्ञात करने के लिए क्या आप कुल अर्जित अंकों को 3 से या 4 से विभाजित करेंगे? क्यों? B के विषय में आप क्या सोचते हैं?

(c) सबसे अच्छा प्रदर्शन किसका है?

3. सामान्य ज्ञान प्रश्नोत्तरी में विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा प्राप्त अंक (100 में से) 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 और 75 हैं। उसी प्रश्नोत्तरी में एक अन्य समूह के अंक 68, 59, 73, 86, 47, 79, 90, 93 और 86 हैं। माध्य और माध्यिका का उपयोग करते हुए दोनों समूहों के प्रदर्शन की तुलना और वर्णन कीजिए।

4. एक कॉलोनी के सर्वेक्षण द्वारा एकत्र किए गए आँकड़ों पर विचार कीजिए।

प्रिय खेल	क्रिकेट	बास्केट बॉल	तैराकी	हॉकी	एथलेटिक्स
दर्शक	1240	470	510	430	250
प्रतिभागी	620	320	320	250	105

एक उपयुक्त पैमाना चुनिए और एक द्वि-दंड आलेख बनाइए। अपने प्रेक्षणों को लिखिए।

5. 17 विद्यार्थियों के एक समूह पर विचार कीजिए जिनकी ऊँचाई (cm में) 106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101 है। खेल शिक्षक कक्षा को दो समूह में बाँटना चाहते हैं जिससे प्रत्येक समूह में विद्यार्थियों की संख्या एकसमान हो — एक समूह में ऐसे विद्यार्थी हैं जिनकी ऊँचाई एक विशेष ऊँचाई से कम है और दूसरे समूह में ऐसे विद्यार्थी हैं जिनकी ऊँचाई उस विशेष ऊँचाई से अधिक है। ऐसा करने की कोई विधि बताइए। क्या आप 'रोमांचक कहानियाँ सुनाना' अनुभाग में सारणीबद्ध आँकड़ों के आधार पर इन विद्यार्थियों की आयु का अनुमान लगा सकते हैं?

6. अपनी कक्षा की ऊँचाई का माध्य और माध्यिका बताइए। आप बिंदु आलेख पर ऊँचाइयों का दृश्यांकन कर सकते हैं।

7. एक विद्यालय में कक्षा 7 के दो अनुभाग हैं। प्रत्येक अनुभाग में 15 बालक और 15 बालिकाएँ हैं। एक अनुभाग में, विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई 154.2 cm है। इस जानकारी से दूसरे अनुभाग में विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई के बारे में क्या सत्य होना चाहिए?

(a) दूसरे अनुभाग में विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई 154.2 cm है।

(b) दूसरे अनुभाग में विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई 154.2 cm से कम है।

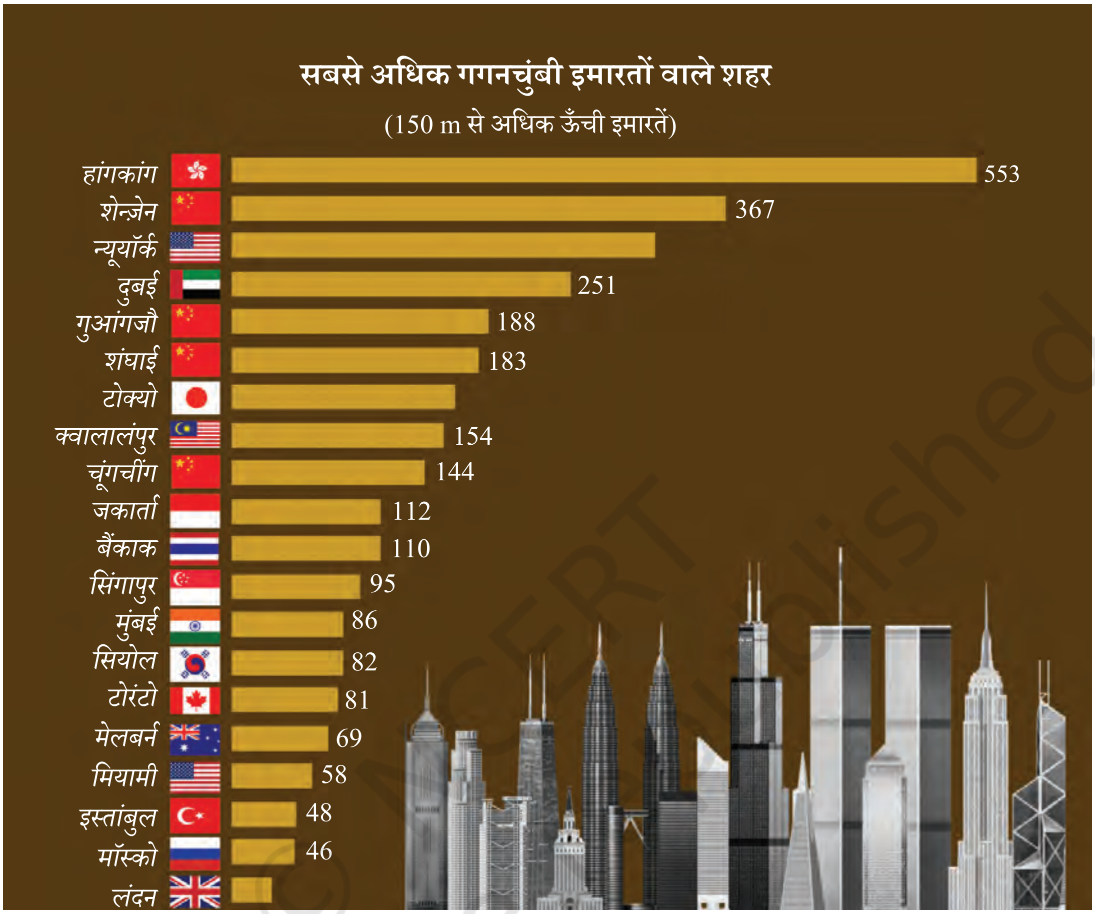
© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

(c) दूसरे अनुभाग में विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई 154.2 cm से अधिक है।

(d) दूसरे अनुभाग के विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई निर्धारित नहीं की जा सकती।

8. तूफान का डटकर सामना करना।



(a) न्यूयॉर्क, टोक्यो और लंदन में गगनचुंबी इमारतों की संख्या के आकलित मान लिखिए।

(b) क्या निम्नलिखित कथन सत्य हैं?

(i) केवल 12 शहरों में मुंबई से अधिक गगनचुंबी इमारतें हैं।

(ii) केवल 7 शहरों में मुंबई से कम गगनचुंबी इमारतें हैं।

(iii) विश्व की सबसे ऊँची इमारत हांगकांग में है।

9. आगे दी गई सारणी में दी गई वस्तुओं के लिए पहले अनुमान लगाइए और फिर उन्हें मापिए। आँकड़ों के आधार पर एक द्वि-दंड आलेख बनाइए। आपके अनुमान कितने सही थे? अनुमानित और मापित मान के बीच औसत अंतर ज्ञात कीजिए।

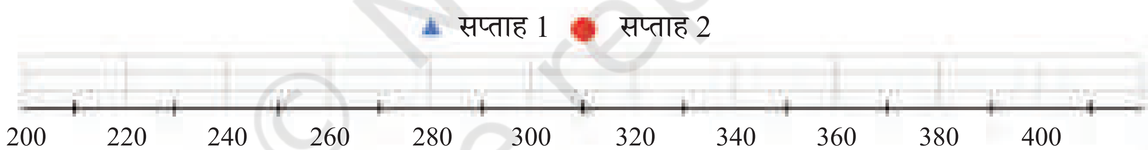
Reprint 2026-27

वस्तु	अनुमान (cm में)	माप (cm में)	धनात्मक अंतर
कलम की लंबाई			
रबड़ की लंबाई			
आपके हथेली की लंबाई			
आपके ज्यामिति बॉक्स की लंबाई			
आपकी गणित अभ्यास पुस्तिका की लंबाई			

10. अदिति को पहेलियाँ हल करना पसंद है। उसने कुछ दिन पहले ही 'सरल' स्तर की सुडोकू पहेलियाँ हल करना आरंभ किया है। इन पहेलियों को हल करने में उसे जो समय सेकंड में लगा वह 410, 400, 370, 340, 360, 400, 320, 330, 310, 320, 290, 380, 280, 270, 230, 220, 240 है। पहले नौ मान सप्ताह 1 के हैं और अन्य मान सप्ताह 2 के हैं।

(a) नीचे दोनों सप्ताह के आँकड़ों को प्रदर्शित करने वाला एक बिंदु आलेख बनाइए।

(b) आँकड़ों के माध्य, माध्यिका और आपके प्रेक्षणों के बारे में बताइए।



11. व्यक्तिगत परियोजना — इनमें से कम से कम एक का चयन कीजिए—

(a) एक वाक्य कितना लंबा होता है? भिन्न-भिन्न विषयों की कोई भी दो पाठ्यपुस्तकें चुनिए। प्रत्येक पुस्तक से बहुत अधिक लिखा हुआ कोई भी एक पृष्ठ चुनिए।

(i) प्रत्येक पृष्ठ पर वाक्यों में कितने शब्द हैं, यह बताने के लिए बिंदु आलेख का प्रयोग कीजिए।

(ii) माध्य और माध्यिका का उपयोग करते हुए दोनों पृष्ठों के आँकड़ों की तुलना कीजिए।

(b) नाम में क्या रखा है? अपने कक्षा के सभी सहपाठियों के नाम (अंग्रेजी में) लिखिए। नीचे कुछ रोचक बातें दी गई हैं जो आप आँकड़ों के साथ कर सकते हैं!

(i) नाम लंबाई (नाम में अक्षरों की संख्या) की माध्य और माध्यिका ज्ञात कीजिए।

Reprint 2026-27

(ii) आँकड़ों का दृश्यांकन कीजिए तथा उसकी भिन्नता और केंद्रीय प्रवृत्ति के विषय में बताइए।

(iii) कौन-से आरंभिक अक्षर अधिक लोकप्रिय हैं? कौन-से आरंभिक अक्षर कम लोकप्रिय हैं?

(iv) आरंभिक अक्षर की माध्यिका क्या है? यह A–M और N–Z अक्षरों से आरंभ होने वाले नामों की संख्या के बारे में क्या बताता है?

(v) एक द्वि-दंड आलेख बनाइए जिसमें ऐसे बालकों और बालिकाओं के नामों की संख्या प्रदर्शित हो जो—

- वॉवेल से आरंभ और वॉवेल पर समाप्त हो
- वॉवेल से आरंभ हो और कॉन्सोनेंट पर समाप्त हो
- कॉन्सोनेंट से आरंभ हो और वॉवेल पर समाप्त हो
- कॉन्सोनेंट से आरंभ और कॉन्सोनेंट पर समाप्त हो

12. **व्यक्तिगत परियोजना (दीर्घकालीन)** — इस परियोजना के लिए 2 सप्ताह या उससे अधिक समय तक आँकड़ों को एकत्रित करने की आवश्यकता है।

भीतर और बाहर — ध्यान दीजिए कि आप एक दिन में कितनी बार अपने घर से बाहर निकलते हैं। ऐसा एक माह तक कीजिए।

(i) इस आँकड़े की भिन्नता और केंद्रीय प्रवृत्ति की व्याख्या कीजिए। एक बिंदु आलेख बनाइए।

प्रयास कीजिए

(ii) क्या आपको इस आँकड़े में कुछ रोचक लगा? अपने प्रेक्षणों को साझा कीजिए।

(iii) आप अपने परिवार के किसी सदस्य या मित्र से भी ऐसा करने के लिए कह सकते हैं।

13. **छोटे समूह की परियोजना** — निम्नलिखित में से कम से कम एक का चयन कीजिए। 8 से 10 लोगों के समूह बनाइए। आवश्यकतानुसार अलग-अलग आँकड़े एकत्र कीजिए। सभी लोगों के आँकड़ों को एक साथ रखिए और उपयुक्त विश्लेषण और दृश्यांकन कीजिए।

(a) हमारे परिवार की ऊँचाई की तुलना में हमारी ऊँचाई— अपने परिवार के सदस्यों की ऊँचाई एकत्र कीजिए।

(i) केवल अपने परिवार के सदस्यों की ऊँचाई दिखाते हुए एक बिंदु आलेख बनाइए। इसकी भिन्नता और केंद्रीय प्रवृत्ति की व्याख्या कीजिए।

(ii) प्रत्येक विद्यार्थी की ऊँचाई को उसके परिवार की माध्य ऊँचाई के साथ दिखाते हुए एक द्वि-दंड आलेख बनाइए।

(iii) सभी के आँकड़ों को देखिए और अपने प्रेक्षणों को साझा कीजिए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

(b) समय का अनुमान लगाना — समय देखिए और अपनी आँखें बंद कर लीजिए। बिना गिनती किए जब आपको लगे कि 1 मिनट बीत गया है तो आँखें खोलिए। लिखिए कि आपने कितने सेकंड बाद अपनी आँखें खोलीं। अपने और अपने परिवार के सदस्यों के इन आँकड़ों को एकत्रित कीजिए। 3 मिनट का अनुमान लगाने के लिए इस क्रियाकलाप को दोहराइए।

(i) केवल अपने परिवार के सदस्यों का अनुमान दर्शाते हुए दो बिंदु आलेख (1 मिनट और 3 मिनट के लिए) बनाइए।

(ii) इन्हें संबंधित बिंदु आरेख पर चिह्नित कीजिए। इसकी भिन्नता और केंद्रीय प्रवृत्ति की व्याख्या कीजिए।

(iii) प्रत्येक परिवार का 1 मिनट का औसत अनुमान और 3 मिनट का औसत अनुमान दर्शाते हुए एक द्वि-दंड आलेख बनाइए।

(iv) सभी के आँकड़ों को देखिए और अपने प्रेक्षणों को साझा कीजिए।

सारांश

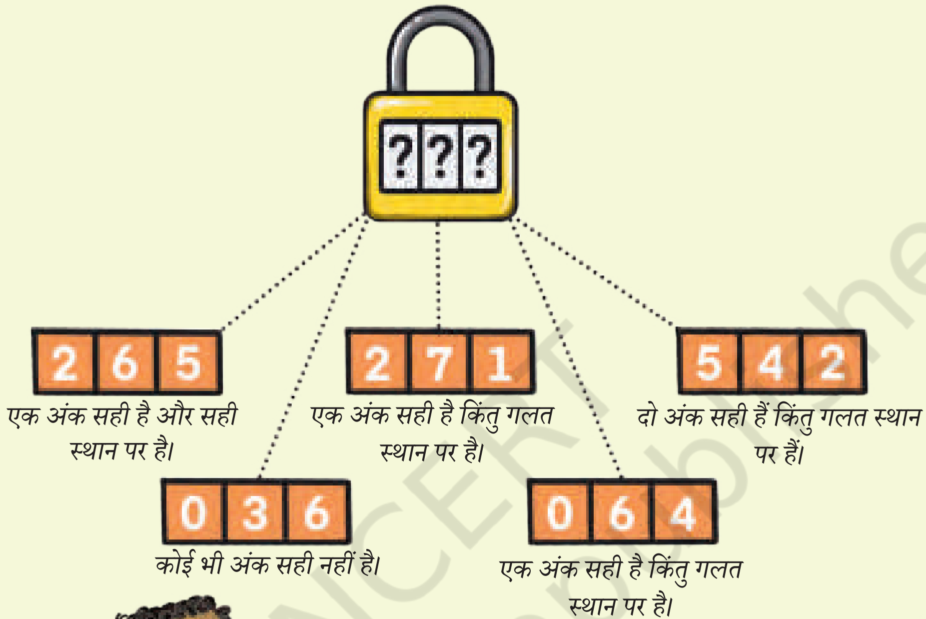
- बिंदु आलेख हमें आँकड़ों की भिन्नता की त्वरित झलक प्राप्त करने में सहायता करते हैं, जैसे — न्यूनतम मान, अधिकतम मान, आँकड़ों का प्रसार और आँकड़े कैसे हैं — समूह में हैं या फैले हुए हैं।
- अंकगणितीय माध्य = $\dfrac{\text{आँकड़े में सभी मानों का योग}}{\text{आँकड़े में मानों की संख्या}}$
- माध्यिका किसी भी क्रम में व्यवस्थित किए गए आँकड़ों के बीच की संख्या होती है। यदि मानों की संख्या सम है तो माध्यिका बीच की दो संख्याओं का औसत होता है।
- हम आँकड़ों की अनेक विधियों से व्याख्या और तुलना कर सकते हैं, जिसमें न्यूनतम मान, अधिकतम मान, कुल योग, प्रसार, अंकगणितीय माध्य और माध्यिका सम्मिलित हैं।
- हमने सामूहिक दंड आलेख को पढ़ना और बनाना सीखा। इन आलेखों का प्रयोग भिन्न-भिन्न श्रेणियों और समय के साथ, मानों की तुलना करने और उन्हें दृश्यांकित करने के लिए किया जा सकता है।
- आँकड़ों की जाँच करने से नए प्रश्न उजागर हो सकते हैं और आगे की जाँच के लिए दिशा मिल सकती है।

© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27

बिंदुओं को मिलाइए

एक संख्या ताले में 3 अंकीय कोड है। नीचे दिए गए संकेतों का उपयोग करके कोड ढूँढ़िए।



© NCERT not to be republished

Reprint 2026-27