6 बीजगणित का खेल

0890CH06

6.1 बीजगणितीय खेल

विगत दो वर्षों में हमने बीजगणित का उपयोग विभिन्न स्थितियों को समझने एवं दर्शाने (प्रतिरूपण) के लिए किया है। हमने सीखा है कि किस प्रकार बीजगणितीय समीकरणों को हल किया जाता है और कैसे अज्ञात अक्षर संख्याओं का मान ज्ञात किया जाता है। आइए, अब बीजगणित के उपयोग से कुछ मनोरंजन करते हैं। हम युक्तियों (*ट्रिक्स*) और पहेलियों की जाँच करेंगे एवं बीजगणित का उपयोग करके व्याख्या करेंगे कि ये युक्तियाँ क्यों कार्य करती हैं। हम यह भी देखेंगे कि दूसरों के मनोरंजन के लिए नई युक्तियाँ एवं पहेलियाँ किस प्रकार बनाई जाएँ।

6.2 युक्ति 'एक संख्या सोचिए' के विषय में विचार

कक्षा 7 की गणित की पाठ्यपुस्तक *गणित प्रकाश* भाग 2 के अध्याय 7 'अज्ञात की खोज' में हमने 'एक संख्या सोचिए' युक्तियों के विषय में पढ़ा था। इसका एक उदाहरण नीचे दिया गया है।

1. एक संख्या सोचिए।
2. इसे दोगुना कीजिए।
3. इसमें चार जोड़िए।
4. इसे 2 से विभाजित कीजिए।
5. आपके द्वारा सोची गई उस मूल संख्या को घटाइए।

? मैं अनुमान लगा सकता हूँ कि अंत में आपको 2 प्राप्त हुआ है। क्या मैं सही हूँ? प्रारंभ में भिन्न-भिन्न संख्याएँ लेकर प्रयत्न कीजिए। क्या प्रत्येक बार आपको समान मान 2 ही प्राप्त होता है? बताइए ऐसा क्यों होता है?

हमने देखा कि हम इस प्रकार की युक्तियों को बीजगणित के माध्यम से समझ सकते हैं।

1. एक संख्या सोचिए— x
2. इसे दोगुना कीजिए— $2x$
3. इसमें चार जोड़िए— $2x + 4$
4. इसे 2 से विभाजित कीजिए— $x + 2$
5. आपके द्वारा सोची गई उस मूल संख्या को घटाइए— $x + 2 - x = 2$

© NCERT not to be republished

अत: इस बात से कोई प्रभाव नहीं पड़ता है कि प्रारंभिक संख्या क्या है क्योंकि अंतिम परिणाम सदैव 2 ही प्राप्त होगा!

? अंतिम परिणाम के रूप में 3 प्राप्त करने के लिए आप इस खेल को किस प्रकार परिवर्तित करेंगे? विचार कीजिए कि अंतिम परिणाम के रूप में 5 प्राप्त करने के लिए क्या किया जा सकता है?

? क्या आप और अधिक जटिल चरणों के विषय में विचार कर सकते हैं जिनसे अंतिम परिणाम के रूप में वही मान प्राप्त हों?

आइए, अब इसी प्रकार की एक अन्य युक्ति देखते हैं—

? शुभम ने मुक्ता द्वारा चुनी गई दिनाँक किस प्रकार ज्ञात की?

- आइए, माह को M व दिवस को D से इंगित करते हैं।

- M को 5 से गुणा कीजिए — $5M$
- 6 जोड़िए — $5M + 6$
- 4 से गुणा कीजिए — $20M + 24$
- 9 जोड़िए — $20M + 33$
- 5 से गुणा कीजिए — $100M + 165$
- दिनाँक को जोड़िए — $100M + 165 + D$

मुक्ता का उत्तर 291 था।

- $291 = 100M + 165 + D$
- $291 - 165 = 100M + D$
- $126 = 100M + D$

चूँकि D किसी माह में कोई एक दिवस है। अत: यह अधिकतम 31 हो सकता है और यह केवल 2 अंकों का होगा। अतः अंतिम 2 अंक D हैं और उससे पहले जो आता है वह M है। इस स्थिति में $M = 1$ है और $D = 26$ है अर्थात 26 जनवरी है।

? मुक्ता अन्य दिनाँक सोचती है इन्हीं समान चरणों का अनुसरण करती है और अपना उत्तर 1390 बताती है। बताइए इस बार मुक्ता ने किस दिनाँक के साथ आरंभ किया था?

- 1390 में से 165 घटाने पर हमें 1225 प्राप्त होता है।
- इसका अर्थ है कि उसने दिनाँक 25 दिसंबर सोची थी।

? उन दिनाँकों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए अंतिम परिणाम निम्नलिखित हैं—

(i) 1269

(ii) 394

(iii) 296

आप अपने मित्रों के साथ इस युक्ति का प्रयास कर सकते हैं। प्रारंभिक दिनाँक के रूप में उन्हें उनके जन्मदिन का चयन करने के लिए कहिए।

गणित चर्चा

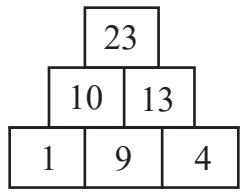
? क्या आप इस युक्ति के चरणों में परिवर्तन करके भी मूल दिनाँक ज्ञात कर सकते हो? तब अंतिम उत्तर में से 165 घटाने के स्थान पर आपको कोई अन्य संख्या घटानी पड़ सकती है।

गणित चर्चा

? अपनी स्वयं की 'एक संख्या सोचिए' युक्ति बनाने का प्रयास कीजिए।

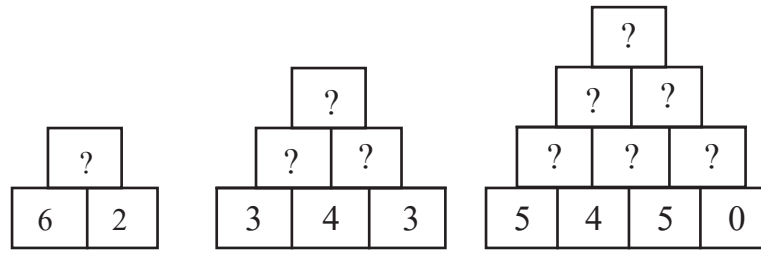
6.3 संख्या पिरामिड

एक संख्या पिरामिड में प्रत्येक संख्या इसके ठीक नीचे लिखी दो संख्याओं का योगफल है (चित्र देखिए)।

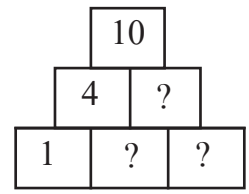


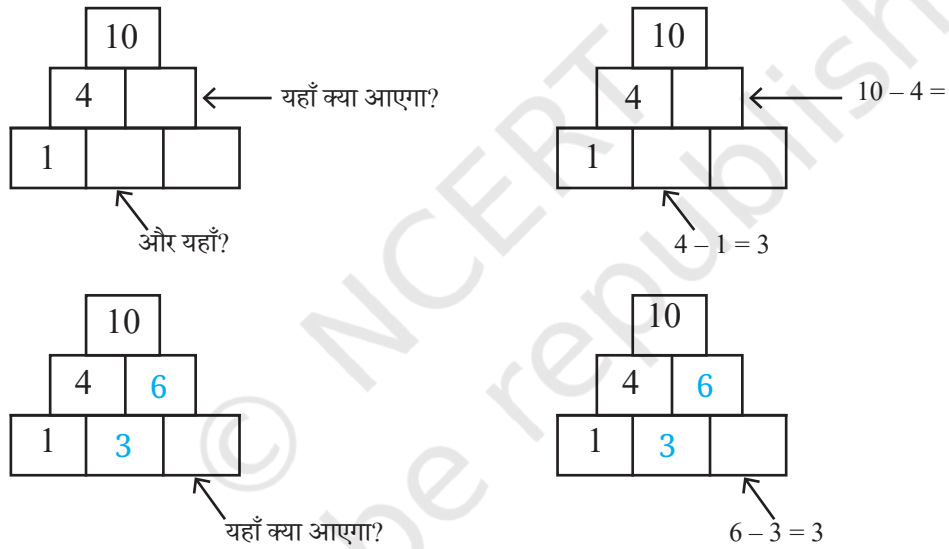
© NCERT not to be republished

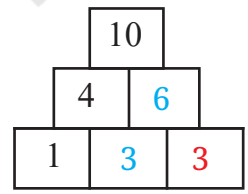
? दिए गए पिरामिडों में रिक्त स्थानों की पूर्ति के लिए समान नियम का उपयोग कीजिए।



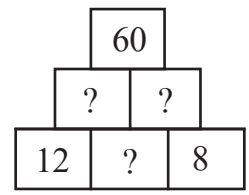
? नीचे दिए गए पिरामिड में रिक्त स्थान की पूर्ति किस प्रकार करेंगे?







? नीचे दिए गए पिरामिड में रिक्त स्थानों में किन संख्याओं को लिखा जाएगा? बताइए इसका आरंभ हम कहाँ से करेंगे।



© NCERT not to be republished

आइए, हम रिक्त बॉक्स को अक्षर संख्याओं से पूरित करते हैं।

	60	
a		b
12	c	8

पिरामिड में रिक्त स्थानों की पूर्ति के लिए ज्ञात नियमों से हम निम्न समीकरण प्राप्त करते हैं—

- $a + b = 60$
- $12 + c = a$
- $c + 8 = b$

इन समीकरणों से हम देखते हैं कि,

$$(12 + c) + (c + 8) = a + b = 60$$

अत:

$$20 + 2c = 60$$

$$2c = 60 - 20 = 40$$

$$c = 20$$

c का मान ज्ञात हो जाने के पश्चात हम a व b का मान ज्ञात कर सकते हैं और पिरामिड को पूर्ण कर सकते हैं।

	60	
32		28
12	20	8

? दिए गए पिरामिडों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

	50		
		22	
4		6	

	40		
			9
5		7	

	35		
			7
3	5		

? किसी दिए गए पिरामिड की सबसे नीचे की पंक्ति में लिखी संख्याओं एवं शीर्ष पंक्ति में लिखी संख्या के मध्य क्या संबंध हैं? आइए, सबसे सरल पिरामिड से आरंभ करते हैं।

$a + b$	
a	b

© NCERT not to be republished

? तीन पंक्तियों वाले पिरामिड के विषय में क्या कहा जा सकता है?

सबसे निचली पंक्ति की अक्षर संख्याओं का उपयोग करके हम सबसे ऊपरी पंक्ति के लिए एक व्यंजक लिख सकते हैं।

	$a + 2b + c$	
$a + b$	$b + c$	
a	b	c

? आइए, पता लगाएँ

1. पूरे पिरामिड की रचना किए बिना नीचे प्रत्येक स्थिति के लिए दी गई सबसे नीचे की (निम्नतम) पंक्ति की संख्याओं के लिए शीर्ष पंक्ति की संख्या ज्ञात कीजिए।

4	13	8

7	11	3

10	14	25

2. चार पंक्तियों वाले पिरामिड के लिए निम्नतम पंक्ति में दिए गए मानों के पदों में शीर्ष ऊपरी पंक्ति के मान के लिए व्यंजक लिखिए।
3. पूरे पिरामिड की रचना किए बिना नीचे प्रत्येक स्थिति के लिए दी गई निम्नतम पंक्ति की संख्याओं के लिए शीर्ष पंक्ति की संख्या ज्ञात कीजिए।

8	19	21	13

7	18	19	6

9	7	5	11

विरहांक-फिबोनाशी संख्या अनुक्रम 1, 2, 3, 5, ... का स्मरण कीजिए जहाँ प्रत्येक संख्या अपने पूर्व में लिखी गई दो संख्याओं का योगफल है।

4. यदि तीन पंक्तियों वाले एक संख्या पिरामिड की निम्नतम पंक्ति में प्रथम तीन विरहांक-फिबोनाशी संख्याएँ लिखी हों तो पिरामिड के शेष रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। इस ग्रिड में कौन-कौन-सी संख्याएँ आ रही हैं? बताइए कि शीर्ष पंक्ति में कौन-सी संख्या है? क्या ये सभी विरहांक-फिबोनाशी संख्याएँ हैं?
5. निम्नलिखित स्थितियों के लिए पिरामिड में अंकित संख्याओं और शीर्ष पंक्ति में अंकित संख्या के विषय में आपका क्या विचार है?
   (i) चार पंक्तियों वाले पिरामिड की सबसे निम्न पंक्ति में प्रथम चार विरहांक-फिबोनाशी संख्याएँ लिखी जाती है।
   (ii) 29 पंक्तियों वाले पिरामिड की सबसे निम्न पंक्ति में प्रथम 29 विरहांक-फिबोनाशी संख्याएँ लिखी जाती है।
6. यदि एक n पंक्तियों वाले पिरामिड की निम्नतम पंक्ति में प्रथम n विरहांक-फिबोनाशी संख्याएँ लिखी हों तो हम पिरामिड में लिखी संख्याओं के विषय में क्या कह सकते हैं? इसके साथ यह भी बताइए कि शीर्ष पंक्ति में लिखी संख्या के विषय में हम क्या कह सकते हैं?

© NCERT not to be republished

6.4 ग्रिड के साथ मनोरंजन

कालदर्शक का जादू

नीचे किसी कालदर्शक का एक पृष्ठ दिया गया है। आपका मित्र इस कालदर्शक से एक 2×2 की ग्रिड का चयन करता है, ग्रिड में अंकित चारों संख्याओं का योग करता है और आपको योगफल बताता है।

अगस्त 2025						
रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

6	7
13	14

$6 + 7 + 13 + 14 = 40$

? क्या हम केवल प्राप्त योगफल के आधार पर ही ग्रिड में लिखी गई 4 संख्याएँ ज्ञात कर सकते हैं?

आइए, हम बीजगणित का उपयोग करते हैं। एक 2×2 ग्रिड पर विचार कीजिए। मान लीजिए a शीर्ष पंक्ति में बाईं ओर लिखी गई संख्या को दर्शाता है तो बताइए कि a के पदों में अन्य संख्याएँ क्या होंगी?

a	$a + 1$
$a + 7$	$a + 8$

चारों संख्याओं को जोड़ने पर योगफल $a + (a + 1) + (a + 7) + (a + 8) = 4a + 16$ है।

? यदि आपको योगफल 36 दिया जाए तो क्या आप ग्रिड में वे चारों संख्याएँ ढूँढ़ सकते हैं?

- $4a + 16 = 36$
- $4a = 20$ (दोनों ओर से 16 घटाने पर)
- $a = 5$ (दोनों ओर 4 से विभाजित करने पर)

अब जबकि हमने a का मान ज्ञात कर लिया है तो हम जानते हैं कि अन्य तीन संख्याएँ $a + 1$, $a + 7$, $a + 8$ हैं। अत: ग्रिड निम्नानुसार होना चाहिए —

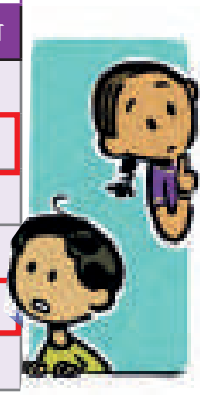
5	6
12	13

© NCERT not to be republished

? अपनी स्वयं की कालदर्शक युक्ति बनाइए। उदाहरण के लिए, भिन्न आकार व माप के ग्रिड का चयन कीजिए।

गणित चर्चा

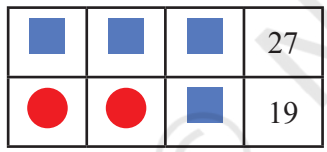
अगस्त 2025						
रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						



2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	23	24	25	26	27	28	29	30
32	33	34	35	36	37	38	39	40
42	43	44	45	46	47	48	49	50

बीजगणितीय ग्रिड

नीचे दिए गए ग्रिड में आकृतियाँ, संख्याओं को व्यक्त करती हैं। अंतिम स्तंभ में लिखी संख्याएँ इसके बाईं ओर प्रत्येक पंक्ति में लिखे मानों का योगफल है। हम इन आकृतियों के मान किस प्रकार ज्ञात कर सकते हैं?



■ + ■ + ■ = 27

अत: ■ = 9

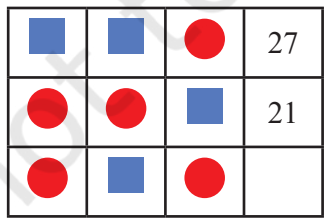
अब, ● + ● + ■ = 19

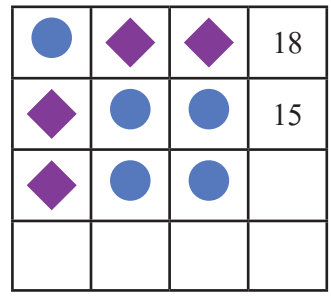
● + ● + 9 = 19

2 × ● + 9 = 19

● = 5

? नीचे दिए गए ग्रिड में आकृतियों का मान ज्ञात कीजिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।





6.5 सबसे बड़ा गुणनफल

? 2, 3 और 5 में से प्रत्येक अंक को केवल एक ही बार उपयोग करते हुए □□ × □ में अंकों की पूर्ति कीजिए। बताइए इस स्थिति में सबसे बड़ा संभव गुणनफल क्या होगा?

© NCERT not to be republished

आइए, हम इस प्रश्न को व्यवस्थित रूप से हल करते हैं। उल्लेखित तीन अंकों को दिए गए बॉक्स में छ: प्रकार से रखा जा सकता है।

- हम प्रथम बॉक्स में 2, 3 या 5 लिख सकते हैं।
- इनमें से प्रत्येक चयन के लिए हमारे पास शेष 2 अंकों को लिखने की 2 विधियाँ हैं।
- इस प्रकार छ: विकल्प 23×5, 25×3, 32×5, 35×2, 52×3, 53×2 हैं।

? उपर्युक्त छ: विकल्पों में से सबसे बड़ा गुणनफल हम किस प्रकार ज्ञात करेंगे?

हम इन विकल्पों को निम्न प्रकार युग्मों में समूहित कर सकते हैं, जहाँ गुणक समान हों।

- 35×2 और 53×2
- 25×3 और 52×3
- 23×5 और 32×5

प्रत्येक युग्म में जिसका गुण्य बड़ा है वह गुणनफल बड़ा होगा। अत: हम इस तुलना को नीचे दिए गए तीन व्यंजकों तक सीमित कर सकते हैं।

- 53×2
- 52×3
- 32×5

यह स्पष्ट है कि 52×3, 53×2 से बड़ा है अत: हमें केवल 52×3 और 32×5 की तुलना करने की आवश्यकता है। आइए, इनका विस्तार करें—

- $32 \times 5 = (3 \times 10 \times 5) + (2 \times 5)$
- $52 \times 3 = (5 \times 10 \times 3) + (2 \times 3)$

उपर्युक्त दोनों व्यंजकों में प्रथम पद समान हैं। दूसरे पद से स्पष्ट है कि 32×5 अधिक बड़ा है और इसी कारण से 2, 3 व 5 से बनने वाले छ: संभावित गुणनफलों में यही सबसे बड़ा है।

? उपर्युक्त स्थिति में हमने सबसे बड़े अंक को गुणक के रूप में उपयोग किया। इसके साथ ही अन्य दो अंकों से गुण्य बनाने के लिए उन्हें घटते क्रम में व्यवस्थित किया गया है। क्या यही स्थिति सदैव रहेगी? आइए, बीजगणित के उपयोग द्वारा इसे ज्ञात करते हैं।

मान लीजिए p, q व r तीन अंक इस प्रकार हैं कि $p < q < r$

पूर्व की भाँति ही हमारे पास छ: गुणनफल संभव हैं जिन्हें हमने गुणक के द्वारा समूहीकृत किया है —

- $qr \times p$, $rq \times p$
- $pr \times q$, $rp \times q$
- $pq \times r$, $qp \times r$

प्रत्येक युग्म में बड़े दहाई अंक वाला गुण्य बड़ा गुणनफल देता है। अत: हमारे पास तुलना के लिए तीन गुणन हैं —

- $rq \times p$
- $rp \times q$
- $qp \times r$

© NCERT not to be republished

चूँकि $q > p$ है, अतः हम देख सकते हैं कि $rp \times q$, $rq \times p$ से बड़ा है। अब हमें $qp \times r$ तथा $rp \times q$ के मध्य तुलना करनी होगी। यदि हम इनका विस्तार करते हैं तो हमें प्राप्त होता है —

- $qp \times r = (10 \times q \times r) + (p \times r)$
- $rp \times q = (10 \times r \times q) + (p \times q)$

एक बार पुनः दोनों व्यंजकों में प्रथम पद समान हैं। चूँकि $r > q$ है एवं प्रथम व्यंजक का दूसरा पद बड़ा है, अत: $qp \times r$ सबसे बड़ा गुणनफल है। यह हमारे पूर्व के अवलोकन के समान ही है कि सबसे बड़ा अंक गुणक होना चाहिए और अन्य दो अंकों से गुण्य बनाने के लिए उन्हें घटते क्रम में व्यवस्थित किया जाना चाहिए।

? आइए, पता लगाएँ

1. $\square\square \times \square$ में अंक 1, 3 व 7 को इस प्रकार अंकित कीजिए जिससे सबसे बड़ा संभव गुणनफल प्राप्त हो।
2. $\square\square \times \square$ में अंक 3, 5 व 9 को इस प्रकार अंकित कीजिए जिससे सबसे बड़ा संभव गुणनफल प्राप्त हो।

6.6 विभाज्यता की युक्तियों को समझना

अब मुक्ता की बारी है कि वह शुभम को कोई गणितीय युक्ति दिखाए।

© NCERT not to be republished

? यदि हम अन्य 2-अंकीय संख्याओं का चयन करते हैं और पुन: वही चरण दोहराते हैं तो क्या सदैव कोई शेषफल प्राप्त नहीं होगा?

आइए, यह समझने का प्रयत्न करते हैं कि मुक्ता की युक्ति किस प्रकार कार्य करती है।

मान लीजिए कि 2-अंकीय संख्या ab है। जब इसके अंकों का क्रम परिवर्तित होता है तो नई संख्या ba है।

- यदि $b > a$ तो $ba > ab$ होगा। अत: अंतर होगा —

  $(10b + a) - (10a + b)$

  $= 10b - b - 10a + a$

  $= 9b - 9a = 9(b - a)$

यह अंतर 9 से विभाज्य है।

? क्या आप कोई निष्कर्ष प्राप्त कर सकते हैं जब $a > b$ हो?

? आइए, पता लगाएँ

1. ऊपर दी गई युक्ति में 9 से विभाजित करने पर भागफल क्या प्राप्त होगा? क्या दोनों संख्याओं और भागफल के बीच कोई संबंध है?
2. ऊपर दी गई युक्ति में दो 2-अंकीय संख्याओं का अंतर ज्ञात करने के स्थान पर उनका योगफल ज्ञात कीजिए। बताइए ऐसा करने पर क्या होगा? उदाहरण के लिए—
   - हम संख्या 31 लेते है। इस संख्या के अंकों को परस्पर बदलने पर हमें 13 प्राप्त होता है। 31 व 13 को जोड़ने पर हमें 44 प्राप्त होता है।
   - हम संख्या 28 लेते है। इस संख्या के अंकों को परस्पर बदलने पर हमें 82 प्राप्त होता है। 28 व 82 जोड़ने पर हमें 110 प्राप्त होता है।
   - हम संख्या 12 लेते है। इस संख्या के अंकों को परस्पर बदलने पर हमें 21 प्राप्त होता है। 12 व 21 जोड़ने पर हमें 33 प्राप्त होता है।

   ध्यान दीजिए कि ये सभी संख्याएँ 11 से विभाज्य हैं। क्या यह सदैव सत्य होगा? क्या हम इस निष्कर्ष को बीजगणित के उपयोग द्वारा सही सिद्ध कर सकते हैं?
3. किसी 3-अंकीय संख्या, जैसे— abc $(100a + 10b + c)$ पर विचार कीजिए। इन अंकों का क्रम परिवर्तित करते हुए दो अन्य 3-अंकीय संख्याएँ बनाइए। इससे संख्याएँ bca और cab प्राप्त होती हैं। अब तीनों संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए। इसके साथ ही बीजगणित का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि यह योगफल सदैव 37 से विभाज्य होगा। क्या यह योगफल सदैव 3 से भी विभाज्य होगा? [**संकेत**— 37 के कुछ गुणजों को देखिए।]
4. किसी 3-अंकीय संख्या जैसे abc पर विचार कीजिए। अंकों को दोहराकर इससे एक 6-अंकीय संख्या बनाइए जो $abcabc$ है। इस संख्या को 7 से विभाजित कीजिए, इसके पश्चात 11 से विभाजित कीजिए और अंतत: 13 से विभाजित कीजिए। बताइए कि आपको क्या प्राप्त होता है? अन्य संख्याओं के साथ ऐसा करने का प्रयत्न कीजिए। पता लगाइए कि ऐसा क्यों होता है [**संकेत**— 7, 11 व 13 का गुणन कीजिए।]

गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

5. 3 तीर्थ स्थल हैं जिनमें से प्रत्येक के सामने एक जादुई तालाब है। यदि कोई व्यक्ति इन जादुई तालाबों में अपने पुष्पों को डुबोता है तो पुष्पों की संख्या दुगुनी हो जाती है। एक व्यक्ति के पास कुछ पुष्प हैं। वह उन सभी पुष्पों को पहले तालाब में डुबोता है और प्राप्त पुष्पों में से कुछ पुष्पों को तीर्थस्थल 1 में चढ़ाता है। आगे चलकर वह शेष पुष्पों को दूसरे तालाब में डुबोता है और उनमें से कुछ पुष्पों को तीर्थस्थल 2 में चढ़ाता है। अंततः वह शेष पुष्पों को तीसरे तालाब में डुबोता है और प्राप्त सभी पुष्पों को तीर्थस्थल 3 में चढ़ाता है। यदि व्यक्ति ने प्रत्येक तीर्थस्थल में समान संख्या में पुष्प चढ़ाएँ हों तो बताइए कि आरंभ में उसके पास कितने पुष्प थे? उस व्यक्ति ने प्रत्येक तीर्थस्थल में कितने पुष्प चढ़ाए?

6. एक फार्म में कुछ घोड़े और मुर्गियाँ हैं। इन सभी जानवरों के सिरों की कुल संख्या 55 है और पैरों की कुल संख्या 150 है। फार्म में कुल कितने घोड़े और कुल कितनी मुर्गियाँ हैं?
क्या आप इसे अक्षर-संख्याओं के बिना हल कर सकते हैं?

[**संकेत** — यदि सभी 55 जानवर केवल मुर्गियाँ ही होती तो पैरों की संख्या कितनी होती? इस संख्या और 150 के मध्य के अंतर का उपयोग करके क्या आप घोड़ों की संख्या ज्ञात कर सकते हैं?]

गणित चर्चा

7. एक माता की आयु उसकी पुत्री की आयु की 5 गुना है। 6 वर्ष के पश्चात माता की आयु उसकी पुत्री की आयु की 3 गुना हो जाएगी। बताइए वर्तमान में पुत्री की आयु कितनी है?

8. दो सहेलियाँ गौरी और नैना ग्वालिन हैं। एक दिन वे सड़क पर अपनी गायों के साथ जाते हुए एक-दूसरे के पास से गुजरती हैं। गौरी नैना से कहती है, "तुम्हारे पास मेरी गायों की संख्या से दोगुना गायें हैं।" नैना कहती है, "सही कहा, किंतु यदि मैं अपनी 3 गायें तुम्हें दे दूँ तो हम दोनों के पास समान संख्या में गायें होंगी।" बताइए कि गौरी और नैना के पास कितनी गायें हैं?

9. मैं एक छोटी गाड़ी पर डोसा बेचता हूँ और मेरे व्यय इस प्रकार हैं—
   - गाड़ी का प्रतिदिन का किराया ₹5000 है।
   - एक डोसा बनाने की लागत (सभी सामग्री व ईंधन मिलाकर) ₹10 है।

   (i) यदि मैं प्रतिदिन 100 डोसे बेच सकता हूँ तो ₹2000 का लाभ प्राप्त करने के लिए डोसे का विक्रय मूल्य क्या होना चाहिए?

   (ii) यदि मेरे ग्राहक एक डोसे के लिए केवल ₹50 चुकाना चाहते हों तो ₹2000 का लाभ प्राप्त करने के लिए मुझे प्रतिदिन कितने डोसे बेचने का लक्ष्य रखना चाहिए?

10. भिन्नों के निम्नलिखित अनुक्रम का मान ज्ञात कीजिए।

$$\frac{1}{3}, \frac{(1+3)}{(5+7)}, \frac{(1+3+5)}{(7+9+11)}$$

आपने क्या अवलोकन किया? क्या आप व्याख्या कर सकते हैं कि ऐसा क्यों होता है?

[**संकेत** — स्मरण कीजिए कि आप प्रारंभिक n विषम संख्याओं के योग के विषय में क्या जानते हैं।]

© NCERT not to be republished

11. करीम और जिन्न

करीम एक पेड़ के नीचे झपकी ले रहा था। उसने जादुई चिराग और जिन्न के विषय में एक सपना देखा। उसे एक आवाज सुनाई दी, "हे मालिक, मैं आपकी सेवा के लिए आया हूँ।" वह जागा और आश्चर्यचकित हुआ कि वह एक जिन्न था!

"क्या आप धन अर्जित करना चाहते हैं?" जिन्न ने पूछा। करीम ने घबराहट में सिर हिलाते हुए सहमति दी। जिन्न ने आगे कहा, "क्या आपको वहाँ बरगद का वृक्ष दिखाई दे रहा है? आपको वृक्ष के चारों ओर एक चक्कर लगाना है। आपके जेब में रखे रूपये दोगुने हो जाएँगे।"

करीम उसी समय वृक्ष की ओर जाने लगा तभी जिन्न ने उसे रोका, " एक क्षण रुकिए।" "चूँकि मैं आपको धनवान बना रहा हूँ तो आपको कुछ लाभ मेरे साथ बाँटना चाहिए। आपको प्रत्येक बार वृक्ष का एक चक्कर लगाने के पश्चात 8 सिक्के मुझे देने होंगे।"

यह सोचकर कि यह तो एक नगण्य राशि है, करीम ने तत्काल सहमति दे दी।

करीम ने पेड़ का एक चक्कर लगाया, जैसा कि जिन्न ने कहा था, उसके जेब में रखे सिक्के दोगुने हो गए! उसने 8 सिक्के जिन्न को दे दिए। इसके पश्चात उसने वृक्ष का एक और चक्कर लगाया। इसके साथ ही सिक्कों की संख्या पुनः दोगुनी हो गई। उसने और 8 सिक्के जिन्न को दे दिए। करीम ने तीसरी बार वृक्ष का चक्कर लगाया। सिक्कों की संख्या पुनः दोगुनी हो गई किंतु उसे आश्चर्य हुआ कि उसके पास केवल 8 सिक्के बचे थे, जो ठीक उतने सिक्के थे जो उसे जिन्न को देने थे!

जैसे ही करीम आश्चर्यचकित हुआ कि जिन्न ने किस प्रकार उसे चतुरता से फँसा दिया, वैसे ही जिन्न जोर से हँसा और अदृश्य हो गया।

गणित चर्चा

(i) करीम के पास आरंभ में कितने सिक्के थे?

(ii) यदि करीम को अंत में अपने पास सिक्कों की संख्या में वृद्धि करनी हो तो करीम को प्रत्येक चक्कर के पश्चात कितने सिक्के जिन्न को देने के समझौते पर सहमत होना चाहिए?

(iii) जिन्न अपनी चमत्कारी शक्तियों द्वारा करीम के पास सिक्कों की संख्या जान चुका है। करीम के सभी सिक्के प्राप्त करने के लिए अब जिन्न को प्रत्येक चक्कर के पश्चात कितने सिक्के लेना निश्चित करना चाहिए?

सारांश

- बीजगणित संख्यात्मक स्थितियों को व्यक्त करने एवं समझने के लिए बहुत उपयोगी है। इसी कारण यह गणित व विज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों एवं उससे परे भी विद्यमान है।
- बीजगणित गणितीय कथनों का औचित्य सिद्ध करने में एक अपरिहार्य साधन है।
- हमने बीजगणित का उपयोग 'एक संख्या सोचिए' युक्तियों, संख्या पिरामिडों, बिंदुजाल (ग्रिड), अधिकतम गुणनफल प्राप्त करने के लिए दिए गए अंकों से संख्याएँ बनाने की विधि, विभाज्यता युक्तियों एवं अनेक अन्य समस्याओं का विश्लेषण करने के लिए किया।

© NCERT not to be republished